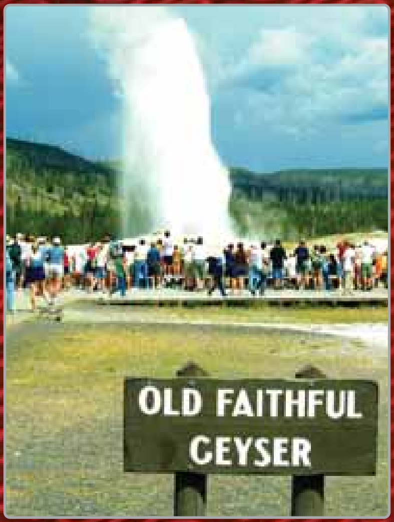
4 Escribir funciones lineales

4.1 Escribir ecuaciones en forma de pendiente e intersección
4.2 Escribir ecuaciones en forma de punto y pendiente
4.3 Escribir ecuaciones de rectas paralelas y perpendiculares
4.4 Diagramas de dispersión y líneas de ajuste
4.5 Analizar líneas de ajuste
4.6 Secuencias aritméticas

Dominós *(pág. 205)*



Géiser Old Faithful *(pág. 194)*

Rescate en helicóptero *(pág. 180)*

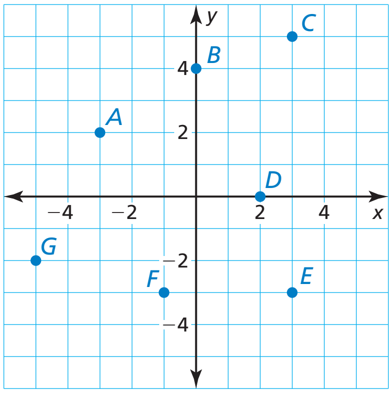
Espíritu escolar *(pág. 174)*

Energía renovable *(pág. 168)*

Mantener el dominio de las matemáticas

Usar un plano de coordenadas

Ejemplo 1 **¿Qué par ordenado corresponde al punto *A*?**



El punto *A* está 3 unidades a la izquierda del origen y 2 unidades hacia arriba. Entonces, la coordenada *x* es −3 y la coordenada *y* es 2.

▶ El par ordenado (−3, 2) corresponde al punto *A*.

Usa la gráfica para responder a la pregunta.

1. ¿Qué par ordenado corresponde al punto *G*?

2. ¿Qué par ordenado corresponde al punto *D*?

3. ¿Qué punto está ubicado en el Cuadrante I?

4. ¿Qué punto está ubicado en el Cuadrante IV?

Reescribir ecuaciones

Ejemplo 2 **Resuelve la ecuación 3*x* − 2*y* = 8 para hallar *y*.**

$$3x - 2y = 8$$ Escribe la ecuación.

$$3x - 2y - 3x = 8 - 3x$$ Resta 3*x* de cada lado.

$$-2y = 8 - 3x$$ Simplifica.

$$\frac{-2y}{-2} = \frac{8 - 3x}{-2}$$ Divide cada lado entre −2.

$$y = -4 + \frac{3}{2}x$$ Simplifica.

Resuelve la ecuación para hallar *y*.

5. $x - y = 5$

6. $6x + 3y = -1$

7. $0 = 2y - 8x + 10$

8. $-x + 4y - 28 = 0$

9. $2y + 1 - x = 7x$

10. $y - 4 = 3x + 5y$

11. **RAZONAMIENTO ABSTRACTO** Ambas coordenadas del punto (*x*, *y*) se multiplican por un número negativo. ¿Cómo cambia esto la ubicación del punto? Asegúrate de considerar los puntos originalmente ubicados en los cuatro cuadrantes.

Prácticas matemáticas

Los estudiantes que dominan las matemáticas prueban formas más simples del problema original.

Estrategias para resolver problemas

Concepto Esencial

Resolver un problema más simple

Cuando resuelvas un problema de la vida real, si los números del problema parecen complicados, entonces prueba con resolver una forma más simple del problema. Después de haber resuelto el problema más simple, busca una estrategia general. Luego, aplica esa estrategia al problema original.

EJEMPLO 1 Usar una estrategia para resolver problemas

En la sección gourmet de una tienda de comestibles, media libra de rosbif en rodajas cuesta \$3.19. Compras 1.81 libras. ¿Cuánto pagas?

SOLUCIÓN

Paso 1 Resuelve un problema más simple.

Supón que el rosbif cuesta \$3 por media libra y compras 2 libras.

$$\text{Costo total} = \frac{\$3}{1/2\ \text{lb}} \cdot 2\ \text{lb}$$

Usa el análisis de unidades para escribir un modelo verbal.

$$= \frac{\$6}{1\ \cancel{\text{lb}}} \cdot 2\ \cancel{\text{lb}}$$

Reescribe \$3 por cada $\frac{1}{2}$ libra como \$6 por libra.

$$= \$12$$

Simplifica.

▶ En el problema más simple, pagas \$12.

Paso 2 Aplica la estrategia al problema original.

$$\text{Costo total} = \frac{\$3.19}{1/2\ \text{lb}} \cdot 1.81\ \text{lb}$$

Usa el análisis de unidades para escribir un modelo verbal.

$$= \frac{\$6.38}{1\ \cancel{\text{lb}}} \cdot 1.81\ \cancel{\text{lb}}$$

Reescribe \$3.19 por cada $\frac{1}{2}$ libra como \$6.38 por libra.

$$= \$11.55$$

Simplifica.

▶ En el problema original, pagas \$11.55.

Tu respuesta es razonable porque compraste aproximadamente 2 libras.

Monitoreo del progreso

1. Trabajas $37\frac{1}{2}$ horas y ganas \$352.50. ¿Cuál es tu sueldo por hora?
2. Conduces 1244.5 millas y usas 47.5 galones de gasolina. ¿Cuál es el consumo de gasolina por milla de tu carro (en millas por galón)?
3. Conduces 236 millas en 4.6 horas. A la misma velocidad, ¿cuánto tardarás en conducir 450 millas?

4.1 Escribir ecuaciones en forma de pendiente e intersección

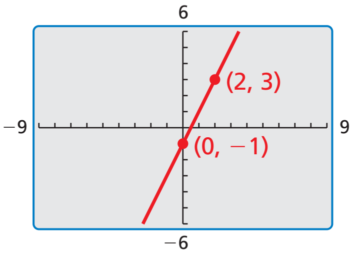
Pregunta esencial Dada la gráfica de una función lineal, ¿cómo puedes escribir una ecuación de la recta?

EXPLORACIÓN 1 Escribir ecuaciones en forma de pendiente e intersección

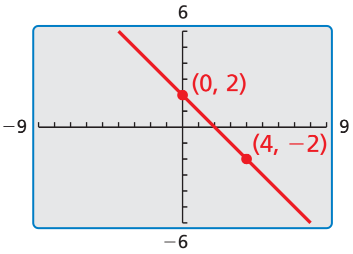
Trabaja con un compañero.

- Halla la pendiente y la intersección con el eje *y* de cada recta.
- Escribe una ecuación de cada recta en forma de pendiente e intersección.
- Usa una calculadora gráfica para verificar tu ecuación.

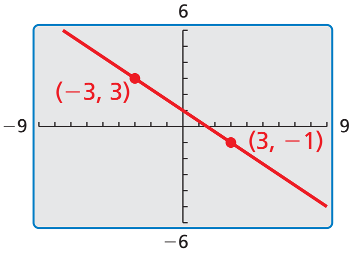
a.



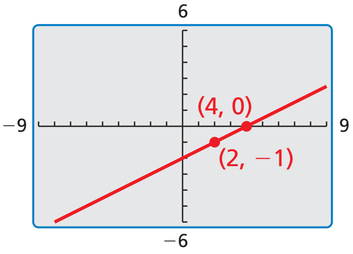
b.



c.



d.

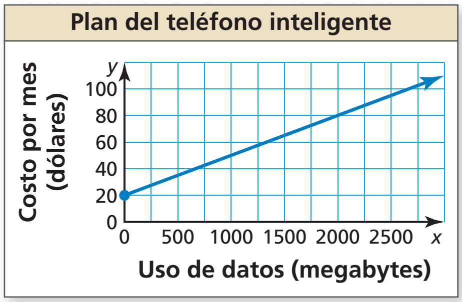


INTERPRETAR RESULTADOS MATEMÁTICOS

Para dominar las matemáticas, necesitas interpretar rutinariamente tus resultados en el contexto de la situación. El motivo para estudiar matemáticas es representar y resolver problemas de la vida real.

EXPLORACIÓN 2 Representación matemática

Trabaja con un compañero. En la gráfica, se muestra el costo de un plan del teléfono inteligente.



a. ¿Cuál es la intersección con el eje *y* de la recta? Interpreta la intersección con el eje *y* en el contexto del problema.

b. Aproxima la pendiente de la recta. Interpreta la pendiente en el contexto del problema.

c. Escribe una ecuación que represente el costo como una función del uso de datos.

Comunicar tu respuesta

3. Dada la gráfica de una función lineal, ¿cómo puedes escribir una ecuación de la recta?

4. Da un ejemplo de una gráfica de una función lineal que sea diferente a las anteriores. Luego, usa la gráfica para escribir una ecuación de la recta.

4.1 Lección

Qué aprenderás

- Escribirás ecuaciones en forma de pendiente e intersección.
- Usarás ecuaciones lineales para resolver problemas de la vida real.

Vocabulario Esencial

modelo lineal, *pág. 168*

Anterior

forma de pendiente e intersección

función

tasa

Escribir ecuaciones en forma de pendiente e intersección

EJEMPLO 1 Usar pendientes e intersecciones con el eje *y* para escribir ecuaciones

Escribe una ecuación de cada recta con la pendiente e intersección con el eje y dados.

a. pendiente $= -3$; intersección con el eje $y = \frac{1}{2}$

b. pendiente $= 0$; intersección con el eje $y = -2$

SOLUCIÓN

a. $y = mx + b$ Escribe la forma de pendiente e intersección.

$y = -3x + \frac{1}{2}$ Sustituye -3 por m y $\frac{1}{2}$ por b.

- Una ecuación es $y = -3x + \frac{1}{2}$.

b. $y = mx + b$ Escribe la forma de pendiente e intersección.

$y = 0x + (-2)$ Sustituye 0 por m y -2 por b.

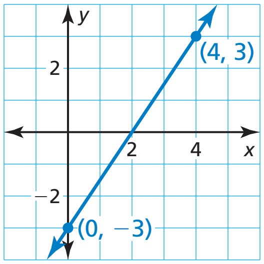
$y = -2$ Simplifica.

- Una ecuación es $y = -2$.

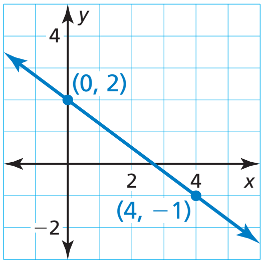
EJEMPLO 2 Usar gráficas para escribir ecuaciones

Escribe una ecuación de cada recta en forma de pendiente e intersección.

a.



b.



CONSEJO DE ESTUDIO

Puedes usar dos puntos cualesquiera en una recta para hallar la pendiente.

SOLUCIÓN

a. Halla la pendiente y la intersección con el eje y.

Sea $(x_1, y_1) = (0, -3)$ y $(x_2, y_2) = (4, 3)$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - (-3)}{4 - 0} = \frac{6}{4}, \text{ o } \frac{3}{2}$$

Como la recta cruza el eje y en $(0, -3)$, la intersección con el eje y es -3.

- Entonces, la ecuación es $y = \frac{3}{2}x - 3$.

b. Halla la pendiente y la intersección con el eje y.

Sea $(x_1, y_1) = (0, 2)$ y $(x_2, y_2) = (4, -1)$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 2}{4 - 0} = \frac{-3}{4}, \text{ o } -\frac{3}{4}$$

Como la recta cruza el eje y en $(0, 2)$, la intersección con el eje y es 2.

- Entonces, la ecuación es $y = -\frac{3}{4}x + 2$.

CONSEJO DE ESTUDIO

Después de escribir una ecuación, verifica que los puntos dados sean soluciones de la ecuación.

EJEMPLO 3 Usar puntos para escribir ecuaciones

Escribe una ecuación de cada recta que pasa por los puntos dados.

a. $(-3, 5), (0, -1)$

b. $(0, -5), (8, -5)$

SOLUCIÓN

a. Halla la pendiente y la intersección con el eje *y*.

$$m = \frac{-1 - 5}{0 - (-3)} = -2$$

Como la recta cruza el eje *y* en $(0, -1)$, la intersección con el eje *y* es -1.

▶ Entonces, una ecuación es $y = -2x - 1$.

b. Halla la pendiente y la intersección con el eje *y*.

$$m = \frac{-5 - (-5)}{8 - 0} = 0$$

Como la recta cruza el eje *y* en $(0, -5)$, la intersección con el eje *y* es -5.

▶ Entonces, una ecuación es $y = -5$.

RECUERDA

Si *f* es una función y *x* está en su dominio, entonces *f*(*x*) representa la salida de *f* correspondiente a la entrada *x*.

EJEMPLO 4 Escribir una función lineal

Escribe una función lineal *f* con los valores $f(0) = 10$ y $f(6) = 34$.

SOLUCIÓN

Paso 1 Escribe $f(0) = 10$ como $(0, 10)$ y $f(6) = 34$ como $(6, 34)$.

Paso 2 Halla la pendiente de la recta que pasa por $(0, 10)$ y $(6, 34)$.

$$m = \frac{34 - 10}{6 - 0} = \frac{24}{6}, \text{ o } 4$$

Paso 3 Escribe una ecuación de la recta. Como la recta cruza el eje *y* en $(0, 10)$, la intersección con el eje *y* es 10.

$y = mx + b$ Escribe la forma de pendiente e intersección.

$y = 4x + 10$ Sustituye 4 por *m* y 10 por *b*.

▶ Una función es $f(x) = 4x + 10$.

Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

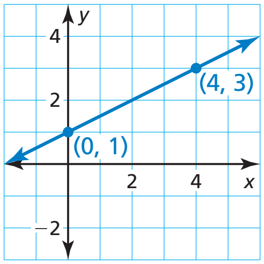
Escribe una ecuación de la recta con la pendiente e intersección con el eje *y* dados.

1. pendiente $= 7$; intersección con el eje $y = 2$

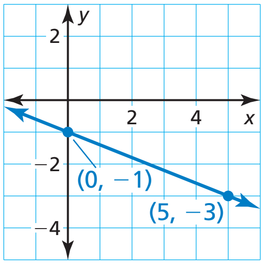
2. pendiente $= \frac{1}{3}$; intersección con el eje $y = -1$

Escribe una ecuación de la recta en forma de pendiente e intersección.

3.



4.



5. Escribe una ecuación de la recta que pasa por $(0, -2)$ y $(4, 10)$.

6. Escribe una función lineal *g* con los valores $g(0) = 9$ y $g(8) = 7$.

Resolver probelmas de la vida real

Un **modelo lineal** es una función lineal que representa una situación de la vida real. Cuando una cantidad y cambia a una tasa constante con respecto a una cantidad x, puedes usar la ecuación $y = mx + b$ para representar la relación. El valor de m es la tasa de cambio constante y el valor de b es el valor inicial, o de arranque, de y.

EJEMPLO 5 Representar con matemáticas

Excluyendo las centrales hidroeléctricas, las centrales eléctricas de los Estados Unidos usaban fuentes de energía renovables para generar 105 millones de megavatio–hora de electricidad en 2007. Para el año 2012, la cantidad de electricidad generada había aumentado a 219 millones de megavatio–hora. Escribe un modelo lineal que represente el número de megavatio–hora que generan las fuentes de energía renovables que no usan hidroelectricidad como una función del número de años desde 2007. Usa el modelo para predecir el número de megavatio–hora que se generará en 2017.

SOLUCIÓN

1. **Comprende el problema** Sabes cuáles son las cantidades de electricidad generada en dos años distintos. Se te pide escribir un modelo lineal que represente la cantidad de electricidad generada cada año desde 2007 y luego predecir una cantidad futura.
2. **Haz un plan** Desglosa el problema en partes y resuelve cada parte. Luego, combina los resultados para ayudarte a resolver el problema original.

   Parte 1 Define las variables. Halla el valor inicial y la tasa de cambio.

   Parte 2 Escribe un modelo lineal y predice la cantidad en 2017.
3. **Resuelve el problema**

   Parte 1 Imagina que x representa el tiempo (en años) desde 2007 e imagina que y representa el número de megavatio–hora (en millones). Como el tiempo x se define en años desde 2007, 2007 corresponde a $x = 0$ y 2012 corresponde a $x = 5$. Imagina que $(x_1, y_1) = (0, 105)$ y $(x_2, y_2) = (5, 219)$. El valor inicial es la intersección con el eje y b, que es 105. La tasa de cambio es la pendiente m.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{219 - 105}{5 - 0} = \frac{114}{5} = 22.8$$

Parte 2

Megavatio–hora (en millones)	=	Valor inicial	+	Tasa de cambio	•	Años desde 2007
y	=	105	+	22.8	•	x

$y = 105 + 22.8x$ Escribe la ecuación.

2017 corresponde a $x = 10$. → $y = 105 + 22.8(10)$ Sustituye 10 por x.

$y = 333$ Simplifica.

▶ El modelo lineal es $y = 22.8x + 105$. El modelo predice que las fuentes de energía renovables que no usan hidroelectricidad generarán 333 millones de megavatio–hora en 2017.

4. **Verifícalo** Para verificar que tu modelo esté correcto, verifica que (0, 105) y (5, 219) sean soluciones de la ecuación.

Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

7. Los datos correspondientes para la electricidad generada por las centrales hidroeléctricas son 248 millones de megavatio–hora en 2007 y 277 millones de megavatio–hora en 2012. Escribe un modelo lineal que represente el número de megavatio–hora que genera la hidroelectridad como una función del número de años desde 2007.

4.1 Ejercicios

Soluciones dinámicas disponibles en *BigIdeasMath.com*

Verificación de vocabulario y concepto esencial

1. **COMPLETAR LA ORACIÓN** Una función lineal que representa una situación de la vida real se llama un(a) ___________.

2. **ESCRIBIR** Explica cómo puedes usar la forma de pendiente e intersección para escribir una ecuación de una recta dada su pendiente y su intersección con el eje *y*.

Monitoreo del progreso y Representar con matemáticas

En los Ejercicios 3–8, escribe una ecuación de la recta con la pendiente e intersección con el eje *y* dados. *(Consulta el Ejemplo 1).*

3. pendiente: 2
intersección con
el eje *y*: 9

4. pendiente: 0
intersección con
el eje *y*: 5

5. pendiente: -3
intersección con
el eje *y*: 0

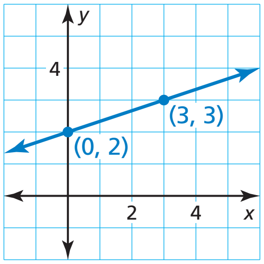
6. pendiente: -7
intersección con
el eje *y*: 1

7. pendiente: $\frac{2}{3}$
intersección con
el eje *y*: -8

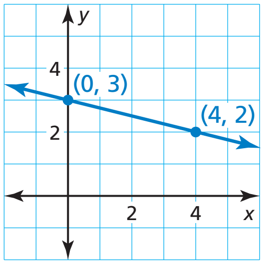
8. pendiente: $-\frac{3}{4}$
intersección con
el eje *y*: -6

En los Ejercicios 9–12, escribe una ecuación de la recta en forma de pendiente e intersección. *(Consulta el Ejemplo 2).*

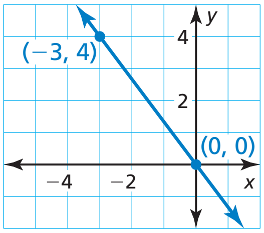
9.



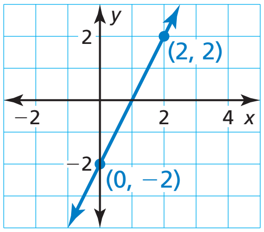
10.



11.



12.



En los Ejercicios 13–18, escribe una ecuación de la recta que pase por los puntos dados. *(Consulta el Ejemplo 3).*

13. (3, 1), (0, 10)

14. (2, 7), (0, -5)

15. (2, -4), (0, -4)

16. (-6, 0), (0, -24)

17. (0, 5), (-1.5, 1)

18. (0, 3), (-5, 2.5)

En los Ejercicios 19–24, escribe una función lineal *f* con los valores dados. *(Consulta el Ejemplo 4).*

19. $f(0) = 2, f(2) = 4$

20. $f(0) = 7, f(3) = 1$

21. $f(4) = -3, f(0) = -2$

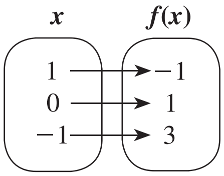
22. $f(5) = -1, f(0) = -5$

23. $f(-2) = 6, f(0) = -4$

24. $f(0) = 3, f(-6) = 3$

En los Ejercicios 25 y 26, escribe una función lineal *f* con los valores dados.

25.



26.

x	$f(x)$
-4	-2
-2	-1
0	0

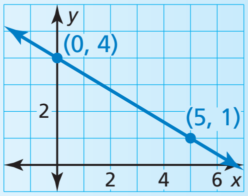
27. **ANÁLISIS DE ERRORES** Describe y corrige el error cometido al escribir una ecuación de la recta con una pendiente de 2 y una intersección con el eje *y* de 7.

✗ $y = 7x + 2$

28. **ANÁLISIS DE ERRORES** Describe y corrige el error cometido al escribir una ecuación de la recta mostrada.

✗

$$\text{pendiente} = \frac{1-4}{0-5}$$
$$= \frac{-3}{-5} = \frac{3}{5}$$
$$y = \frac{3}{5}x + 4$$



29. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** En 1960, el récord mundial para la carrera de una milla para hombres era 3.91 minutos. En 1980, el tiempo récord era 3.81 minutos. *(Consulta el Ejemplo 5).*

a. Escribe un modelo lineal que represente el récord mundial (en minutos) para la carrera de una milla para hombres como una función del número de años desde 1960.

b. Usa el modelo para estimar el tiempo récord en 2000 y predecir el tiempo récord en 2020.

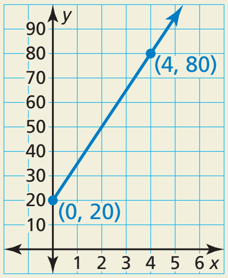
30. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** Un estudio de grabación cobra a los músicos una tarifa inicial de \$50 para grabar un álbum. Adicionalmente, el tiempo de grabación en el estudio cuesta \$75 por hora.

a. Escribe un modelo lineal que represente el costo total de grabar un álbum como una función del tiempo en el estudio (en horas).

b. ¿Es menos caro comprar 12 horas de tiempo de grabación en el estudio o un programa de software musical por \$750 que puedes usar para grabar en tu propia computadora? Explica.

31. **ESCRIBIR** Una recta pasa por los puntos $(0, -2)$ y $(0, 5)$. ¿Es posible escribir una ecuación de la recta en forma de pendiente e intersección? Justifica tu respuesta.

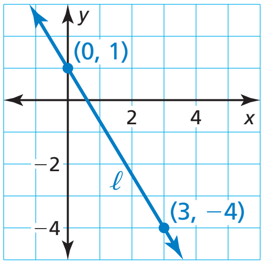
32. **ESTIMULAR EL PENSAMIENTO** Describe una situación de la vida real que incluya una función lineal cuya gráfica pase por los puntos.



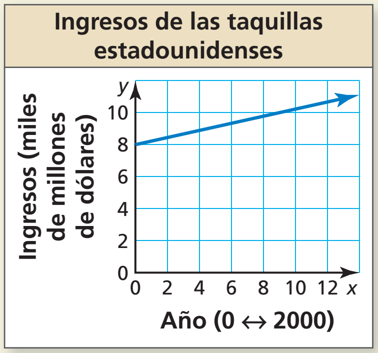
33. **RAZONAR** Recuerda que la forma estándar de una ecuación lineal es $Ax + By = C$. Reescribe esta ecuación en forma de pendiente e intersección. Usa tu respuesta para hallar la pendiente y la intersección con el eje y de la gráfica de la ecuación $-6x + 5y = 9$.

34. **ARGUMENTAR** Tu amigo afirma que dado $f(0)$ y cualquier otro valor de una función lineal f, puedes escribir una ecuación en forma de pendiente e intersección que represente la función. Tu primo no está de acuerdo y afirma que los dos puntos podrían pertenecer a una recta vertical. ¿Quién tiene razón? Explica.

35. **ANALIZAR UNA GRÁFICA** La recta ℓ es una reflexión de la recta k en el eje x. Escribe una ecuación que represente la recta k.



36. **¿CÓMO LO VES?** En la gráfica, se muestran los ingresos aproximados de las taquillas estadounidenses (en miles de millones de dólares) de 2000 a 2012, donde $x = 0$ representa el año 2000.



a. Estima la pendiente y la intersección con el eje y de la gráfica.

b. Interpreta tus respuestas de la parte (a) en el contexto del problema.

c. ¿Cómo puedes usar tus respuestas de la parte (a) para predecir los ingresos de las taquillas estadounidenses en 2018?

37. **RAZONAMIENTO ABSTRACTO** Demuestra que la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(0, b)$ y $(1, b + m)$ es $y = mx + b$. Explica cómo puedes estar seguro de que el punto $(-1, b - m)$ también pertenece a la recta.

Mantener el dominio de las matemáticas

Repasar lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Resuelve la ecuación. *(Sección 1.3)*

38. $3(x - 15) = x + 11$

39. $-4y - 10 = 4(y - 3)$

40. $2(3d + 3) = 7 + 6d$

41. $-5(4 - 3n) = 10(n - 2)$

Usa las intersecciones para hacer una gráfica de la ecuación lineal. *(Sección 3.4)*

42. $-4x + 2y = 16$

43. $3x + 5y = -15$

44. $x - 6y = 24$

45. $-7x - 2y = -21$

4.2 Escribir ecuaciones en forma de punto y pendiente

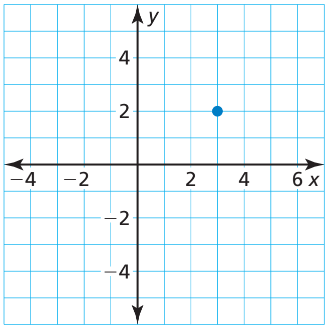
Pregunta esencial ¿Cómo puedes escribir una ecuación de una recta cuando te dan la pendiente y un punto en la recta?

EXPLORACIÓN 1 Escribir ecuaciones de rectas

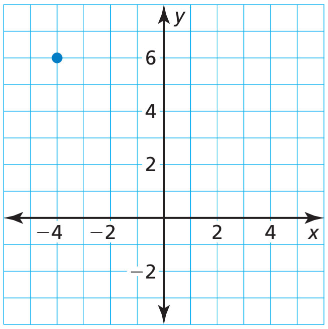
Trabaja con un compañero.

- Dibuja la recta que tiene la pendiente dada y que pasa por el punto dado.
- Halla la intersección con el eje y de la recta.
- Escribe una ecuación de la recta.

a. $m = \frac{1}{2}$



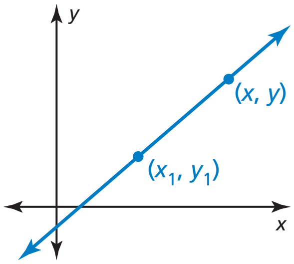
b. $m = -2$



EXPLORACIÓN 2 Escribir una fórmula

Trabaja con un compañero.

El punto (x_1, y_1) es un punto dado en una recta no vertical. El punto (x, y) es cualquier otro punto dado en la recta. Escribe una ecuación que represente la pendiente m de la recta. Luego, reescribe esta ecuación multiplicando cada lado por la diferencia de las coordenadas x para obtener la **forma de punto y pendiente** de una ecuación lineal.



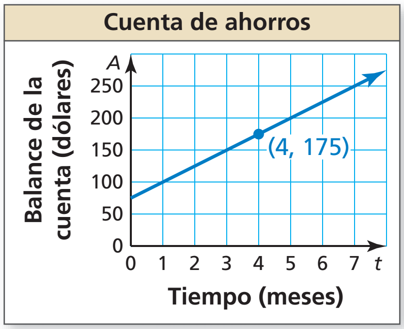
EXPLORACIÓN 3 Escribir una ecuación

Trabaja con un compañero.

Por cuatro meses, has ahorrado $25 al mes. Ahora tienes $175 en tu cuenta de ahorros.

a. Usa tu resultado de la Exploración 2 para escribir una ecuación que represente el balance A después de t meses.

b. Usa una calculadora gráfica para verificar tu ecuación.



USAR UNA CALCULADORA GRÁFICA

Para dominar las matemáticas, necesitas comprender la factibilidad, la idoneidad y las limitaciones de las herramientas tecnológicas a tu disposición. Por ejemplo, en situaciones de la vida real como la que se da en la Exploración 3, podría no ser factible usar una ventana de visualización cuadrada en una calculadora gráfica.

Comunicar tu respuesta

4. ¿Cómo puedes escribir una ecuación de una recta cuando te dan la pendiente y un punto en la recta?

5. Da un ejemplo de cómo escribir una ecuación de una recta cuando te dan la pendiente y un punto en la recta. Tu ejemplo debería ser distinto a los anteriores.

4.2 Lección

Qué aprenderás

- Escribirás una ecuación de una recta, dada la pendiente y un punto en la recta.
- Escribirás una ecuación de una recta, dados dos puntos en la recta.
- Usarás ecuaciones lineales para resolver problemas de la vida real.

Vocabulario Esencial

forma de punto y pendiente, *pág. 172*

Anterior

forma de pendiente e intersección
función
modelo lineal
tasa

Escribir ecuaciones de rectas en forma de punto y pendiente

Dado un punto en una recta y la pendiente de la recta, puedes escribir una ecuación de la recta. Considera la recta que pasa por (2, 3) y que tiene una pendiente de $\frac{1}{2}$. Sea (x, y) otro punto de la recta donde $x \neq 2$. Puedes escribir una ecuación que relacione x con y usando la fórmula de la pendiente con $(x_1, y_1) = (2, 3)$ y $(x_2, y_2) = (x, y)$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$ Escribe la fórmula de pendiente.

$$\frac{1}{2} = \frac{y - 3}{x - 2}$$ Sustituye los valores.

$$\frac{1}{2}(x - 2) = y - 3$$ Multiplica cada lado por $(x - 2)$.

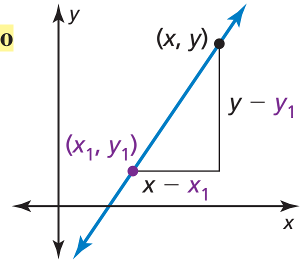
La ecuación en *forma de punto y pendiente* es $y - 3 = \frac{1}{2}(x - 2)$.

Concepto Esencial

Forma de punto y pendiente

Palabras Una ecuación lineal escrita en la forma $y - y_1 = m(x - x_1)$ está en **forma de punto y pendiente**. La recta pasa por el punto (x_1, y_1), y la pendiente de la recta es m.

Álgebra $$y - \underbrace{y_1}_{\text{pasa por }(x_1,\, y_1)} = \overset{\text{pendiente}}{m}(x - \underbrace{x_1}_{\text{pasa por }(x_1,\, y_1)})$$



EJEMPLO 1 Usar una pendiente y un punto para escribir una ecuación

Escribe una ecuación en forma de punto y pendiente de la recta que pasa por el punto $(-8, 3)$ y tiene una pendiente de $\frac{1}{4}$.

SOLUCIÓN

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$ Escribe la forma de punto y pendiente.

$$y - 3 = \frac{1}{4}[x - (-8)]$$ Sustituye $\frac{1}{4}$ por m, -8 por x_1, y 3 por y_1.

$$y - 3 = \frac{1}{4}(x + 8)$$ Simplifica.

▶ La ecuación es $y - 3 = \frac{1}{4}(x + 8)$.

Verifica

$$y - 3 = \frac{1}{4}(x + 8)$$

$$3 - 3 \overset{?}{=} \frac{1}{4}(-8 + 8)$$

$$0 = 0 \ ✓$$

Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

Escribe una ecuación en forma de punto y pendiente de la recta que pasa por el punto dado y tiene la pendiente dada.

1. $(3, -1);\ m = -2$

2. $(4, 0);\ m = -\frac{2}{3}$

Escribir ecuaciones de rectas dados dos puntos

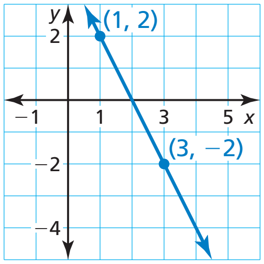
Cuando te dan dos puntos en una recta, puedes escribir una ecuación de la recta usando los siguientes pasos.

Paso 1 Halla la pendiente de la recta.

Paso 2 Usa la pendiente y uno de los puntos para escribir una ecuación de la recta en forma de punto y pendiente.

EJEMPLO 2 Usar dos puntos para escribir una ecuación

Escribe una ecuación en forma de pendiente e intersección de la recta mostrada.



SOLUCIÓN

Paso 1 Halla la pendiente de la recta.

$$m = \frac{-2 - 2}{3 - 1} = \frac{-4}{2}, \text{ o } -2$$

Paso 2 Usa la pendiente $m = -2$ y el punto (1, 2) para escribir una ecuación de la recta.

$$\begin{aligned} y - y_1 &= m(x - x_1) && \text{Escribe la forma punto y pendiente.} \\ y - 2 &= -2(x - 1) && \text{Sustituye } -2 \text{ por } m,\ 1 \text{ por } x_1, \text{ y } 2 \text{ por } y_1. \\ y - 2 &= -2x + 2 && \text{Propiedad distributiva} \\ y &= -2x + 4 && \text{Escribe en forma de pendiente e intersección.} \end{aligned}$$

▶ La ecuación es $y = -2x + 4$.

OTRA MANERA

Puedes usar cualquiera de los puntos dados para escribir una ecuación de la recta.

Usa $m = -2$ y $(3, -2)$.

$$\begin{aligned} y - (-2) &= -2(x - 3) \\ y + 2 &= -2x + 6 \\ y &= -2x + 4 \end{aligned}$$

EJEMPLO 3 Escribir una función lineal

Escribe una función lineal f con los valores $f(4) = -2$ y $f(8) = 4$.

SOLUCIÓN

Ten en cuenta que puedes reescribir $f(4) = -2$ como $(4, -2)$ y $f(8) = 4$ como $(8, 4)$.

Paso 1 Halla la pendiente de la recta que pasa por $(4, -2)$ y $(8, 4)$.

$$m = \frac{4 - (-2)}{8 - 4} = \frac{6}{4}, \text{ o } 1.5$$

Paso 2 Usa la pendiente $m = 1.5$ y el punto (8, 4) para escribir una ecuación de la recta.

$$\begin{aligned} y - y_1 &= m(x - x_1) && \text{Escribe la forma punto y pendiente.} \\ y - 4 &= 1.5(x - 8) && \text{Sustituye } 1.5 \text{ por } m,\ 8 \text{ por } x_1, \text{ y } 4 \text{ por } y_1. \\ y - 4 &= 1.5x - 12 && \text{Propiedad distributiva} \\ y &= 1.5x - 8 && \text{Escribe en forma de pendiente e intersección.} \end{aligned}$$

▶ Una función es $f(x) = 1.5x - 8$.

Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

Escribe una ecuación en forma de pendiente e intersección de la recta que pasa por los puntos dados.

3. (1, 4), (3, 10)

4. (−4, −1), (8, −4)

5. Escribe una función lineal g con los valores $g(2) = 3$ y $g(6) = 5$.

Resolver problemas de la vida real

EJEMPLO 4 Representar con matemáticas

El consejo estudiantil pedirá manos de espuma personalizadas para promover el espíritu escolar. En la tabla, se muestra el costo de pedir números distintos de manos de espuma. ¿La situación puede representarse mediante una ecuación lineal? Explica. Si es posible, escribe un modelo lineal que represente el costo como una función del número de manos de espuma.

Número de manos de espuma	4	6	8	10	12
Costo (dólares)	34	46	58	70	82

SOLUCIÓN

1. **Comprende el problema** Conoces cinco pares de datos de la tabla. Se te pregunta si los datos son lineales. Si lo son, escribe un modelo lineal que represente el costo.
2. **Haz un plan** Halla la tasa de cambio para pares de datos consecutivos en la tabla. Si la tasa de cambio es constante, usa la forma de punto y pendiente para escribir una ecuación. Reescribe la ecuación en forma de pendiente e intersección para que el costo sea una función del número de manos de espuma.
3. **Resuelve el problema**

Paso 1 Halla la tasa de cambio para pares de datos consecutivos en la tabla.

$$\frac{46-34}{6-4}=6,\ \frac{58-46}{8-6}=6,\ \frac{70-58}{10-8}=6,\ \frac{82-70}{12-10}=6$$

Como la tasa de cambio es constante, los datos son lineales. Entonces, usa la forma de punto y pendiente para escribir una ecuación que represente los datos.

Paso 2 Usa la tasa de cambio constante (pendiente) $m = 6$ y el par de datos (4, 34) para escribir una ecuación. Sea C el costo (en dólares) y n el número de manos de espuma.

$C - C_1 = m(n - n_1)$ Escribe la forma de punto y pendiente.

$C - 34 = 6(n - 4)$ Sustituye 6 por m, 4 por n_1, y 34 por C_1.

$C - 34 = 6n - 24$ Propiedad distributiva

$C = 6n + 10$ Escribe en forma de pendiente e intersección.

▶ Como el costo aumenta a una tasa constante, la situación puede representarse mediante una ecuación lineal. El modelo lineal es $C = 6n + 10$.

4. **Verifícalo** Para verificar que tu modelo está correcto, verifica que los otros pares de datos sean soluciones de la ecuación.

$46 = 6(6) + 10$ ✓ $58 = 6(8) + 10$ ✓

$70 = 6(10) + 10$ ✓ $82 = 6(12) + 10$ ✓

Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

Número de meses	Costo total (dólares)
3	176
6	302
9	428
12	554

6. Pagas una tarifa de instalación y una cuota mensual por el servicio de Internet. En la tabla, se muestra el costo total de diferentes números de meses. ¿La situación puede representarse mediante una ecuación lineal? Explica. Si es posible, escribe un modelo lineal que represente el costo total como una función del número de meses.

4.2 Ejercicios

Soluciones dinámicas disponibles en *BigIdeasMath.com*

Verificación de vocabulario y concepto esencial

1. **USAR LA ESTRUCTURA** Sin simplificar, identifica la pendiente de la recta dada por la ecuación $y - 5 = -2(x + 5)$. Luego, identifica un punto de la recta.

2. **ESCRIBIR** Explica cómo puedes usar la fórmula de la pendiente para escribir una ecuación de la recta que pasa por $(3, -2)$ y tiene una pendiente de 4.

Monitoreo del progreso y Representar con matemáticas

En los Ejercicios 3–10, escribe una ecuación en forma de punto y pendiente de la recta que pasa por el punto dado y tiene la pendiente dada. *(Consulta el Ejemplo 1).*

3. $(2, 1)$; $m = 2$

4. $(3, 5)$; $m = -1$

5. $(7, -4)$; $m = -6$

6. $(-8, -2)$; $m = 5$

7. $(9, 0)$; $m = -3$

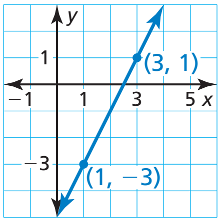
8. $(0, 2)$; $m = 4$

9. $(-6, 6)$; $m = \frac{3}{2}$

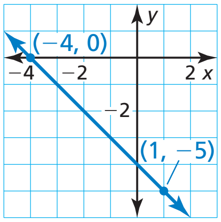
10. $(5, -12)$; $m = -\frac{2}{5}$

En los Ejercicios 11–14, escribe una ecuación en forma de pendiente e intersección de la recta mostrada. *(Consulta el Ejemplo 2).*

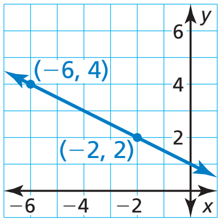
11.



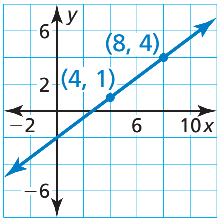
12.



13.



14.



En los Ejercicios 15–20, escribe una ecuación en forma de pendiente e intersección de la recta que pasa por los puntos dados.

15. $(7, 2)$, $(2, 12)$

16. $(6, -2)$, $(12, 1)$

17. $(6, -1)$, $(3, -7)$

18. $(-2, 5)$, $(-4, -5)$

19. $(1, -9)$, $(-3, -9)$

20. $(-5, 19)$, $(5, 13)$

En los Ejercicios 21–26, escribe una función lineal *f* con los valores dados. *(Consulta el Ejemplo 3).*

21. $f(2) = -2, f(1) = 1$

22. $f(5) = 7, f(-2) = 0$

23. $f(-4) = 2, f(6) = -3$

24. $f(-10) = 4, f(-2) = 4$

25. $f(-3) = 1, f(13) = 5$

26. $f(-9) = 10, f(-1) = -2$

En los Ejercicios 27–30, indica si los datos en la tabla pueden representarse mediante una ecuación lineal. Explica. Si es posible, escribe una ecuación lineal que represente *y* como una función de *x*. *(Consulta el Ejemplo 4).*

27.

x	2	4	6	8	10
y	−1	5	15	29	47

28.

x	−3	−1	1	3	5
y	16	10	4	−2	−8

29.

x	y
0	1.2
1	1.4
2	1.6
4	2

30.

x	y
1	18
2	15
4	12
8	9

31. **ANÁLISIS DE ERRORES** Describe y corrige el error cometido al escribir una función lineal *g* con los valores $g(5) = 4$ y $g(3) = 10$.

✗

$$m = \frac{10-4}{3-5} = \frac{6}{-2} = -3$$

$$y - y_1 = mx - x_1$$

$$y - 4 = -3x - 5$$

$$y = -3x - 1$$

Una función es $g(x) = -3x - 1$.

32. **ANÁLISIS DE ERRORES** Describe y corrige el error cometido al escribir una ecuación de la recta que pasa por los puntos (1, 2) y (4, 3).

✗ $m = \frac{3-2}{4-1} = \frac{1}{3}$ $\quad y - 2 = \frac{1}{3}(x - 4)$

33. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** Diseñas una calcomanía para publicitar a tu banda. Una compañía cobra \$225 por las primeras 1000 calcomanías y \$80 por cada 1000 calcomanías adicionales.

a. Escribe una ecuación que represente el costo total (en dólares) de las calcomanías como una función del número (en miles) de calcomanías pedidas.

b. Halla el costo total de 9000 calcomanías.

34. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** Pagas una tarifa de procesamiento y una tarifa diaria por rentar una casa en la playa. En la tabla, se muestra el costo total de rentar la casa en la playa durante diferentes números de días.

Días	2	4	6	8
Costo total (dólares)	246	450	654	858

a. ¿La situación puede representarse mediante una ecuación lineal? Explica.

b. ¿Cuánto es la tarifa de procesamiento? Y ¿la tarifa diaria?

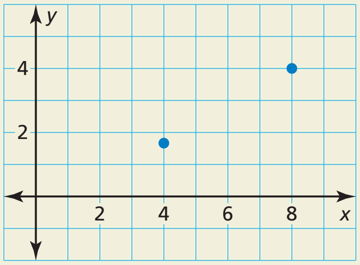
c. Puedes gastar como máximo \$1200 en la renta de la casa en la playa. ¿Cuál es el número máximo de días que puedes rentar la casa en la playa?

35. **ESCRIBIR** Describe dos maneras de hacer la gráfica de la ecuación $y - 1 = \frac{3}{2}(x - 4)$.

36. **ESTIMULAR EL PENSAMIENTO** La gráfica de una función lineal pasa por el punto (12, −5) y tiene una pendiente de $\frac{2}{5}$. Representa esta función de otras dos maneras.

37. **RAZONAR** Escribes una ecuación de la recta que pasa por dos puntos que no están en el eje *y*. ¿Usarías la forma de pendiente e intersección o la forma de punto y pendiente para escribir la ecuación? Explica.

38. **¿CÓMO LO VES?** La gráfica muestra dos puntos que pertenecen a la gráfica de una función lineal.

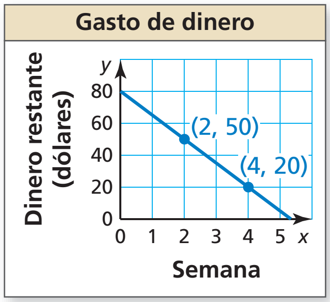


a. ¿La intersección con el eje *y* de la gráfica de la función lineal parece ser positiva o negativa? Explica.

b. Estima las coordenadas de los dos puntos. ¿Cómo puedes usar tus estimaciones para confirmar tu respuesta de la parte (a)?

39. **CONEXIÓN CON LAS TRANSFORMACIONES** Compara la gráfica de $y = 2x$ con la gráfica de $y - 1 = 2(x + 3)$. Haz una conjetura sobre las gráficas de $y = mx$ y $y - k = m(x - h)$.

40. **COMPARAR FUNCIONES** Cada uno de tres hermanos recibe dinero para unas vacaciones y luego lo gasta a una tasa semanal constante. La gráfica describe el gasto del hermano A, la tabla describe el gasto del hermano B y la ecuación $y = -22.5x + 90$ describe el gasto del hermano C. La variable *y* representa la cantidad de dinero que queda después de *x* semanas.



Semana, *x*	**Dinero restante, *y***
1	\$100
2	\$75
3	\$50
4	\$25

a. ¿Cuál hermano recibió la mayor cantidad de dinero? Y ¿la menor cantidad?

b. ¿Cuál hermano gasta el dinero a una tasa más rápida? Y ¿a una tasa más lenta?

c. ¿Cuál hermano se queda sin dinero primero? ¿De último?

Mantener el dominio de las matemáticas

Repasar lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Escribe el recíproco del número. *(Manual de revisión de destrezas)*

41. 5 **42.** −8 **43.** $-\frac{2}{7}$ **44.** $\frac{3}{2}$

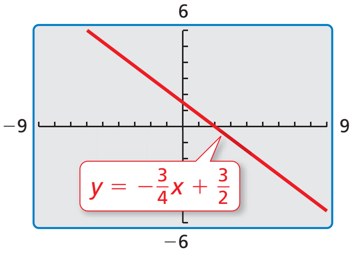
4.3 Escribir ecuaciones de rectas paralelas y perpendiculares

Pregunta esencial ¿Cómo puedes reconocer rectas que son paralelas o perpendiculares?

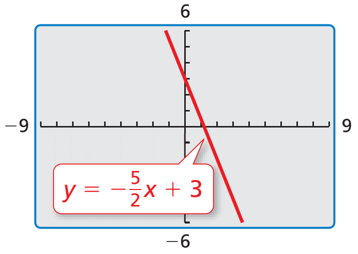
EXPLORACIÓN 1 Reconocer rectas paralelas

Trabaja con un compañero. Escribe cada ecuación lineal en forma de pendiente e intersección. Luego, usa una calculadora gráfica para hacer una gráfica de las tres ecuaciones en la misma ventana de visualización cuadrada. (Se muestra la gráfica de la primera ecuación). ¿Cuáles dos rectas parecen paralelas? ¿Cómo puedes estar seguro?

a. $3x + 4y = 6$
$3x + 4y = 12$
$4x + 3y = 12$



b. $5x + 2y = 6$
$2x + y = 3$
$2.5x + y = 5$



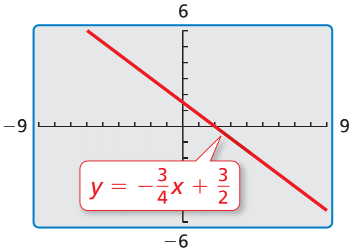
USAR HERRAMIENTAS ESTRATÉGICAMENTE

Para dominar las matemáticas, necesitas usar una calculadora gráfica y otras herramientas tecnológicas disponibles, como sea apropiado, para que te ayuden a explorar relaciones y profundizar tu comprensión sobre los conceptos.

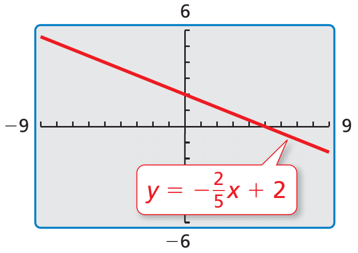
EXPLORACIÓN 2 Reconocer rectas perpendiculares

Trabaja con un compañero. Escribe cada ecuación lineal en forma de pendiente e intersección. Luego, usa una calculadora gráfica para hacer una gráfica de las tres ecuaciones en la misma ventana de visualización cuadrada. (Se muestra la gráfica de la primera ecuación). ¿Cuáles dos rectas parecen perpendiculares? ¿Cómo lo sabes?

a. $3x + 4y = 6$
$3x - 4y = 12$
$4x - 3y = 12$



b. $2x + 5y = 10$
$-2x + y = 3$
$2.5x - y = 5$



CONEXIONES CON LA GEOMETRÍA

Aprenderás más sobre rectas paralelas y perpendiculares y sus propiedades en el Capítulo 10.

Comunicar tu respuesta

3. ¿Cómo puedes reconocer rectas que son paralelas o perpendiculares?
4. Compara las pendientes de las rectas en la Exploración 1. ¿Cómo puedes usar una pendiente para determinar si dos rectas son paralelas? Explica tu razonamiento.
5. Compara las pendientes de las rectas en la Exploración 2. ¿Cómo puedes usar una pendiente para determinar si dos rectas son perpendiculares? Explica tu razonamiento.

4.3 Lección

Qué aprenderás

- Identificarás y escribirás ecuaciones de rectas paralelas.
- Identificarás y escribirás ecuaciones de rectas perpendiculares.
- Usarás rectas paralelas y perpendiculares en problemas de la vida real.

Vocabulario Esencial

rectas paralelas, *pág. 178*
rectas perpendiculares, *pág. 179*

Anterior
recíproco

Identificar y escribir ecuaciones de rectas paralelas

Concepto Esencial

Rectas paralelas y pendientes

Dos rectas en el mismo plano que nunca se intersecan son **rectas paralelas**. Dos rectas definidas no verticales son paralelas si y solo si tienen la misma pendiente.

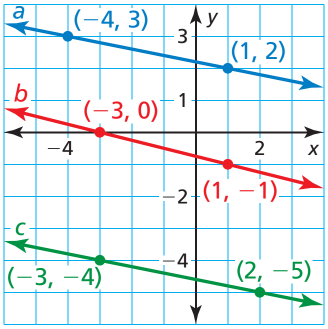
Todas las rectas verticales son paralelas.

LEER

La frase "*A si y solo si B*" es una manera de escribir dos enunciados condicionales a la vez. Significa que si *A* es verdadero, entonces *B* es verdadero. También significa que si *B* es verdadero, entonces *A* es verdadero. Aprenderás más sobre estas clases de enunciados en el Capítulo 9.

EJEMPLO 1 Identificar rectas paralelas

Determina cuáles de las rectas son paralelas.



SOLUCIÓN

Halla la pendiente de cada recta.

$$\text{Recta } a\text{:}\quad m = \frac{2-3}{1-(-4)} = -\frac{1}{5}$$

$$\text{Recta } b\text{:}\quad m = \frac{-1-0}{1-(-3)} = -\frac{1}{4}$$

$$\text{Recta } c\text{:}\quad m = \frac{-5-(-4)}{2-(-3)} = -\frac{1}{5}$$

▶ Las rectas *a* y *c* tienen la misma pendiente, entonces son paralelas.

EJEMPLO 2 Escribir una ecuación de una recta paralela

Escribe una ecuación de la recta que pasa por $(5, -4)$ y que es paralela a la recta $y = 2x + 3$.

SOLUCIÓN

Paso 1 Halla la pendiente de la recta paralela. La gráfica de la ecuación dada tiene una pendiente de 2. Entonces, la recta paralela que pasa por $(5, -4)$ también tiene una pendiente de 2.

Paso 2 Usa la forma de pendiente e intersección para hallar la intersección con el eje *y* de la recta paralela.

$y = mx + b$ Escribe la forma de pendiente e intersección.

$-4 = 2(5) + b$ Sustituye 2 por *m*, 5 por *x*, y −4 por *y*.

$-14 = b$ Resuelve para hallar *b*.

▶ Usando $m = 2$ y $b = -14$, una ecuación de la recta paralela es $y = 2x - 14$.

OTRA MANERA

También puedes usar la pendiente $m = 2$ y la forma de punto y pendiente para escribir una ecuación de la recta que pasa por $(5, -4)$.

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$
$$y - (-4) = 2(x - 5)$$
$$y = 2x - 14$$

Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

1. La recta *a* pasa por $(-5, 3)$ y $(-6, -1)$. La recta *b* pasa por $(3, -2)$ y $(2, -7)$. ¿Las rectas son paralelas? Explica.
2. Escribe una ecuación de la recta que pasa por $(-4, 2)$ y que es paralela a la recta $y = \frac{1}{4}x + 1$.

Identificar y escribir ecuaciones de rectas perpendiculares

RECUERDA

El producto de un número distinto de cero m y su recíproco negativo es -1:

$$m\left(-\frac{1}{m}\right) = -1.$$

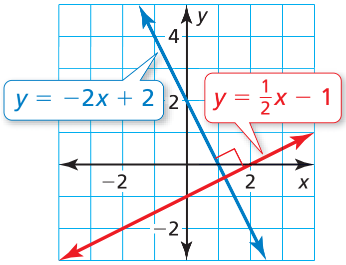
Concepto Esencial

Rectas perpendiculares y pendientes

Dos rectas en el mismo plano que se intersecan para formar ángulos rectos son **rectas perpendiculares**.

Las rectas no verticales son perpendiculares si y solo si sus pendientes son recíprocos negativos.

Las rectas verticales son perpendiculares a las rectas horizontales.



EJEMPLO 3 Identificar rectas paralelas y perpendiculares

Determina cuáles de las rectas, si las hay, son paralelas o perpendiculares.

Recta a: $y = 4x + 2$ Recta b: $x + 4y = 3$ Recta c: $-8y - 2x = 16$

SOLUCIÓN

Escribe las ecuaciones en forma de pendiente e intersección. Luego, compara las pendientes.

Recta a: $y = 4x + 2$ Recta b: $y = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$ Recta c: $y = -\frac{1}{4}x - 2$

▶ Las rectas b y c tienen pendientes de $-\frac{1}{4}$, entonces son paralelas. La recta a tiene una pendiente de 4, el recíproco negativo de $-\frac{1}{4}$, entonces es perpendicular a las rectas b y c.

EJEMPLO 4 Escribir una ecuación de una recta perpendicular

Escribe una ecuación de la recta que pasa por $(-3, 1)$ y es perpendicular a la recta $y = \frac{1}{2}x + 3$.

SOLUCIÓN

Paso 1 Halla la pendiente de la recta perpendicular. La gráfica de la ecuación dada tiene una pendiente de $\frac{1}{2}$. Como las pendientes de las rectas perpendiculares son recíprocos negativos, la pendiente de la recta perpendicular que pasa por $(-3, 1)$ es -2.

Paso 2 Usa la pendiente $m = -2$ y la forma de punto y pendiente para escribir una ecuación de la recta perpendicular que pasa por $(-3, 1)$.

$y - y_1 = m(x - x_1)$	Escribe la forma punto y pendiente.
$y - 1 = -2[x - (-3)]$	Sustituye -2 por m, -3 por x_1, y 1 por y_1.
$y - 1 = -2x - 6$	Simplifica.
$y = -2x - 5$	Escribe en forma de pendiente e intersección.

▶ Una ecuación de la recta perpendicular es $y = -2x - 5$.

OTRA MANERA

También puedes usar la pendiente $m = -2$ y la forma de pendiente e intersección para escribir una ecuación de la recta que pasa por $(-3, 1)$.

$$y = mx + b$$
$$1 = -2(-3) + b$$
$$-5 = b$$

Entonces, $y = -2x - 5$.

Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

3. Determina cuáles de las rectas, si las hay, son paralelas o perpendiculares. Explica.

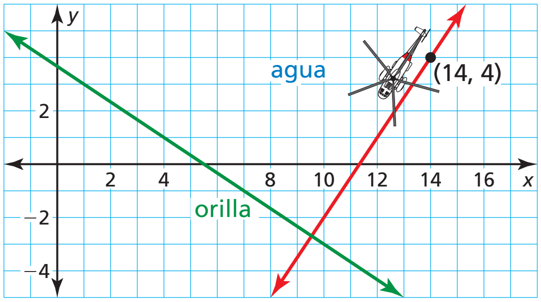
Recta a: $2x + 6y = -3$ Recta b: $y = 3x - 8$ Recta c: $-6y + 18x = 9$

4. Escribe una ecuación de la recta que pasa por $(-3, 5)$ y es perpendicular a la recta $y = -3x - 1$.

Escribir ecuaciones para problemas de la vida real

EJEMPLO 5 Escribir una ecuación de una recta perpendicular

En la gráfica, se muestra la posición de la tripulación de un helicóptero de búsqueda y rescate. El recorrido aéreo más corto hasta la orilla es uno que es perpendicular a la orilla. Escribe una ecuación que represente este recorrido.



SOLUCIÓN

1. **Comprende el problema** Puedes ver la recta que representa la orilla. Sabes cuáles son las coordenadas del helicóptero. Se te pide que escribas una ecuación que represente el recorrido más corto hasta la orilla.

2. **Haz un plan** Halla la pendiente de la recta que representa la orilla. Usa el recíproco negativo de esta pendiente, las coordenadas del helicóptero y la forma de punto y pendiente para escribir una ecuación.

3. **Resuelve el problema**

Paso 1 Halla la pendiente de la recta que representa la orilla. La recta pasa por los puntos (1, 3) y (4, 1). Entonces, la pendiente es

$$m = \frac{1-3}{4-1} = -\frac{2}{3}.$$

Como la orilla y el recorrido aéreo más corto son perpendiculares, las pendientes de sus respectivas gráficas son recíprocos negativos. Entonces, la pendiente de la gráfica del recorrido aéreo más corto es $\frac{3}{2}$.

Paso 2 Usa la pendiente $m = \frac{3}{2}$ y la forma de punto y pendiente para escribir una ecuación del recorrido aéreo más corto que pasa por (14, 4).

$y - y_1 = m(x - x_1)$ Escribe la forma punto y pendiente.

$y - 4 = \frac{3}{2}(x - 14)$ Sustituye $\frac{3}{2}$ por m, 14 por x_1, y 4 por y_1.

$y - 4 = \frac{3}{2}x - 21$ Propiedad distributiva

$y = \frac{3}{2}x - 17$ Escribe en forma de pendiente e intersección.

▶ Una ecuación que representa el recorrido aéreo más corto es $y = \frac{3}{2}x - 17$.

4. **Verifícalo** Para verificar que tu ecuación es correcta, comprueba que (14, 4) sea una solución de la ecuación.

$4 = \frac{3}{2}(14) - 17$ ✓

CONEXIONES CON LA GEOMETRÍA

Aprenderás más sobre cómo hallar la distancia desde un punto a una recta en el Capítulo 10.

Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

5. En el Ejemplo 5, un bote viaja paralelo a la orilla y pasa por (9, 3). Escribe una ecuación que represente el recorrido del bote.

4.3 Ejercicios

Soluciones dinámicas disponibles en *BigIdeasMath.com*

Verificación de vocabulario y concepto esencial

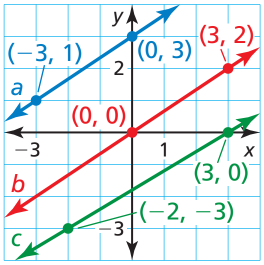
1. **COMPLETAR LA ORACIÓN** Dos rectas definidas no verticales que tienen la misma pendiente son ________.

2. **VOCABULARIO** Dos rectas son perpendiculares. La pendiente de una recta es $-\frac{5}{7}$. ¿Cuál es la pendiente de la otra recta? Justifica tu respuesta.

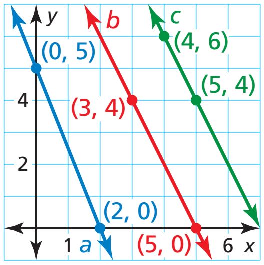
Monitoreo del progreso y Representar con matemáticas

En los Ejercicios 3–8, determina cuáles de las rectas, si las hay, son paralelas. Explica. *(Consulta el Ejemplo 1).*

3.



4.



5. La recta *a* pasa por (−1, −2) y (1, 0).
La recta *b* pasa por (4, 2) y (2, −2).
La recta *c* pasa por (0, 2) y (−1, 1).

6. La recta *a* pasa por (−1, 3) y (1, 9).
La recta *b* pasa por (−2, 12) y (−1, 14).
La recta *c* pasa por (3, 8) y (6, 10).

7. Recta *a*: $4y + x = 8$
Recta *b*: $2y + x = 4$
Recta *c*: $2y = -3x + 6$

8. Recta *a*: $3y - x = 6$
Recta *b*: $3y = x + 18$
Recta *c*: $3y - 2x = 9$

En los Ejercicios 9–12, escribe una ecuación de la recta que pasa por el punto dado y que es paralela a la recta dada. *(Consulta el Ejemplo 2).*

9. (−1, 3); $y = 2x + 2$

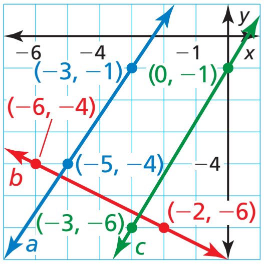
10. (1, 2); $y = -5x + 4$

11. (18, 2); $3y - x = -12$

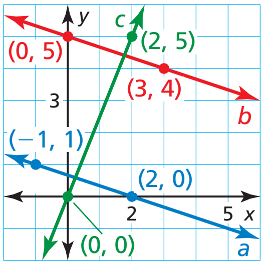
12. (2, −5); $2y = 3x + 10$

En los Ejercicios 13–18, determina cuáles de las rectas, si las hay, son paralelas o perpendiculares. Explica. *(Consulta el Ejemplo 3).*

13.



14.



15. La recta *a* pasa por (−2, 1) y (0, 3).
La recta *b* pasa por (4, 1) y (6, 4).
La recta *c* pasa por (1, 3) y (4, 1).

16. La recta *a* pasa por (2, 10) y (4, 13).
La recta *b* pasa por (4, 9) y (6, 12).
La recta *c* pasa por (2, 10) y (4, 9).

17. Recta *a*: $4x - 3y = 2$
Recta *b*: $y = \frac{4}{3}x + 2$
Recta *c*: $4y + 3x = 4$

18. Recta *a*: $y = 6x - 2$
Recta *b*: $6y = -x$
Recta *c*: $y + 6x = 1$

En los Ejercicios 19–22, escribe una ecuación de la recta que pasa por el punto dado y que es perpendicular a la recta dada. *(Consulta el Ejemplo 4).*

19. (7, 10); $y = \frac{1}{2}x - 9$

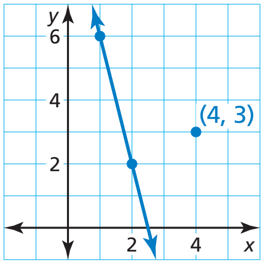
20. (−4, −1); $y = \frac{4}{3}x + 6$

21. (−3, 3); $2y = 8x - 6$

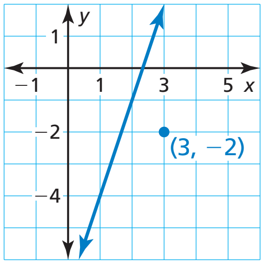
22. (8, 1); $2y + 4x = 12$

En los Ejercicios 23 y 24, escribe una ecuación de la recta que pasa por el punto dado y que es (a) paralela y (b) perpendicular a la recta dada.

23.



24.



25. **ANÁLISIS DE ERRORES** Describe y corrige el error cometido al escribir una ecuación de la recta que pasa por (1, 3) y que es paralela a la recta $y = \frac{1}{4}x + 2$.

✗

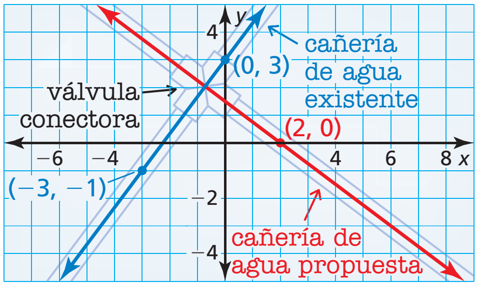
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$
$$y - 3 = -4(x - 1)$$
$$y - 3 = -4x + 4$$
$$y = -4x + 7$$

26. **ANÁLISIS DE ERRORES** Describe y corrige el error cometido al escribir una ecuación de la recta que pasa por (4, −5) y que es perpendicular a la recta $y = \frac{1}{3}x + 5$.

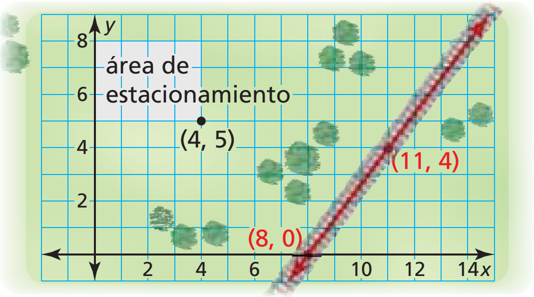
✗

$$\begin{aligned} y - y_1 &= m(x - x_1) \\ y - (-5) &= 3(x - 4) \\ y + 5 &= 3x - 12 \\ y &= 3x - 17 \end{aligned}$$

27. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** El departamento de agua de una ciudad propone la construcción de una nueva cañería de agua, como se muestra. La nueva cañería será perpendicular a la antigua cañería. Escribe una ecuación que represente la nueva cañería. *(Consulta el Ejemplo 5).*



28. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** Un departamento de parques y recreación está construyendo una nueva ciclovía. La ciclovía será paralela a la vía férrea mostrada y pasará por el estacionamiento en el punto (4, 5). Escribe una ecuación que represente el recorrido.



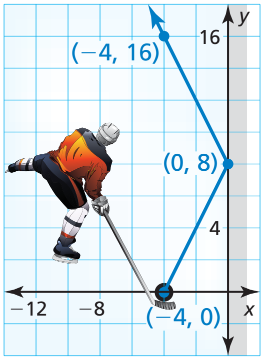
29. **CONEXIONES MATEMÁTICAS** Los vértices de un cuadrilátero son $A(2, 2)$, $B(6, 4)$, $C(8, 10)$, y $D(4, 8)$.

a. ¿El cuadrilátero *ABCD* es un paralelogramo? Explica.

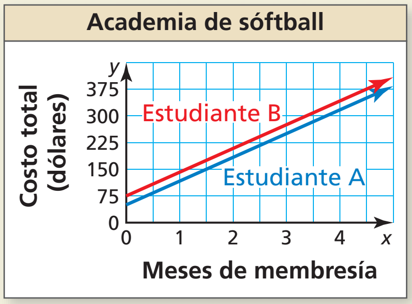
b. ¿El cuadrilátero *ABCD* es un rectángulo? Explica.

30. **USAR LA ESTRUCTURA** ¿Qué valor debe tener *a* para que las gráficas de $6y = -2x + 4$ y $2y = ax - 5$ sean paralelas? Y ¿perpendiculares?

31. **ARGUMENTAR** Un disco de hockey sale de la cuchilla de un palo de hockey, rebota en una pared y viaja en una nueva dirección, como se muestra. Tu amigo afirma que el recorrido del disco forma un ángulo recto. ¿Tiene razón tu amigo? Explica.



32. **¿CÓMO LO VES?** Una academia de sóftbol cobra a los estudiantes una tarifa de inscripción inicial más una cuota mensual. En la gráfica, se muestran las cantidades totales que pagaron dos estudiantes durante un período de 4 meses. Las rectas son paralelas.



a. ¿Uno de los estudiantes pagó una tarifa de inscripción mayor? Explica.

b. ¿Uno de los estudiantes pagó una cuota mensual mayor? Explica.

RAZONAR En los Ejercicios 33–35, determina si el enunciado es verdadero *siempre*, *a veces* o *nunca*. Explica tu razonamiento.

33. Dos rectas con pendientes positivas son perpendiculares.

34. Una recta vertical es paralela al eje *y*.

35. Dos rectas con la misma intersección con el eje *y* son perpendiculares.

36. **ESTIMULAR EL PENSAMIENTO** Diseñas un nuevo logo para tu club de matemáticas. Tu maestro te pide incluir al menos un par de rectas paralelas y al menos un par de rectas perpendiculares. Dibuja tu logo en un plano de coordenadas. Escribe las ecuaciones de las rectas paralelas y perpendiculares.

Mantener el dominio de las matemáticas

Repasar lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Determina si la relación es una función. Explica. *(Sección 3.1)*

37. (3, 6), (4, 8), (5, 10), (6, 9), (7, 14)

38. (−1, 6), (1, 4), (−1, 2), (1, 6), (−1, 5)

4.1–4.3 ¿Qué aprendiste?

Vocabulario Esencial

modelo lineal, *pág. 168*
forma de punto y pendiente, *pág. 172*
rectas paralelas, *pág. 178*
rectas perpendiculares, *pág. 179*

Conceptos Esenciales

Sección 4.1

Usar la forma de pendiente e intersección, *pág. 166*

Sección 4.2

Usar la forma de punto y pendiente, *pág. 172*

Sección 4.3

Rectas paralelas y pendientes, *pág. 178*
Rectas perpendiculares y pendientes, *pág. 179*

Prácticas matemáticas

1. ¿Cómo puedes explicarte el significado de la gráfica del Ejercicio 36 de la página 170?
2. ¿Cómo usaste la estructura de las ecuaciones del Ejercicio 39 de la página 176 para hacer una conjetura?
3. ¿Cómo usaste el diagrama del Ejercicio 31 de la página 182 para determinar si tu amigo tenía razón?

Participar activamente en clase

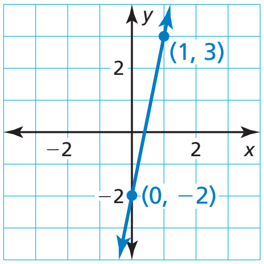
Si no comprendes algo y ni siquiera sabes cómo parafrasear una pregunta, simplemente pide una aclaración. Podrías decir algo, como: "¿Podría explicarme los pasos de este problema una vez más?".

Si tu maestro pide que alguien pase al pizarrón, ofrécete como voluntario. El estudiante del pizarrón generalmente recibe más atención e instrucción para completar el problema.

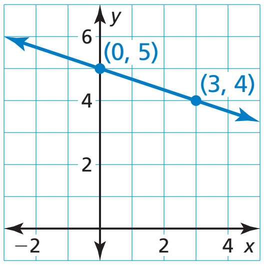
4.1–4.3 Prueba

Escribe una ecuación de la recta en forma de pendiente e intersección. *(Sección 4.1)*

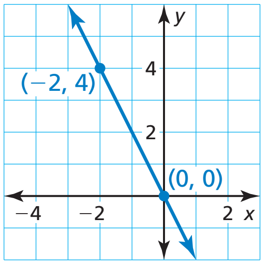
1.



2.



3.



Escribe una ecuación en forma de punto y pendiente de la recta que pasa por los puntos dados. *(Sección 4.2)*

4. $(-2, 5), (1, -1)$

5. $(-3, -2), (2, -1)$

6. $(1, 0), (4, 4)$

Escribe una función lineal *f* con los valores dados. *(Sección 4.1 y Sección 4.2)*

7. $f(0) = 2, f(5) = -3$

8. $f(-1) = -6, f(4) = -6$

9. $f(-3) = -2, f(-2) = 3$

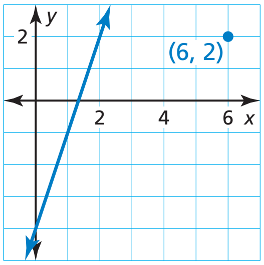
Determina cuáles de las rectas, si las hay, son paralelas o perpendiculares. Explica. *(Sección 4.3)*

10. La recta a pasa por $(-2, 2)$ y $(2, 1)$.
La recta b pasa por $(1, -8)$ y $(3, 0)$.
La recta c pasa por $(-4, -3)$ y $(0, -2)$.

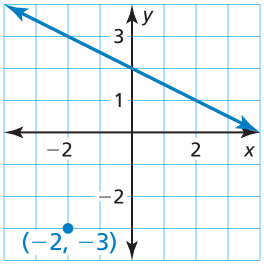
11. Recta a: $2x + 6y = -12$
Recta b: $y = \frac{3}{2}x - 5$
Recta c: $3x - 2y = -4$

Escribe una ecuación de la recta que pasa por el punto dado y que es (a) paralela y (b) perpendicular a la recta dada. *(Sección 4.3)*

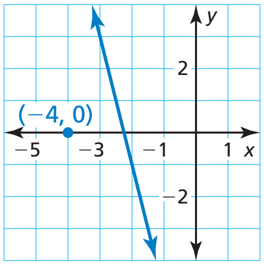
12.



13.



14.



15. Una compañía de administración de sitios web cobra una tarifa inicial de \$48 para configurar un sitio web. La compañía cobra \$44 por mes por mantener el sitio web. *(Sección 4.1)*

a. Escribe un modelo lineal que represente el costo total de configurar y mantener un sitio web como una función del número de meses que se mantiene.

b. Halla el costo total de configurar un sitio web y mantenerlo durante 6 meses.

c. Otra compañía de administración de sitios web cobra \$62 por mes para mantener un sitio web, pero no hay tarifa de instalación inicial. Tienes \$620. ¿Cuál compañía puedes contratar para configurar y mantener un sitio web por la mayor cantidad de tiempo? Explica.

16. En la tabla, se muestra la cantidad de agua restante en un tanque de agua mientras se vacía. ¿La situación puede representarse mediante una ecuación lineal? Explica. Si es posible, escribe un modelo lineal que represente la cantidad de agua restante en el tanque como una función del tiempo. *(Sección 4.2)*

Tiempo (minutos)	8	10	12	14	16
Agua (galones)	155	150	145	140	135

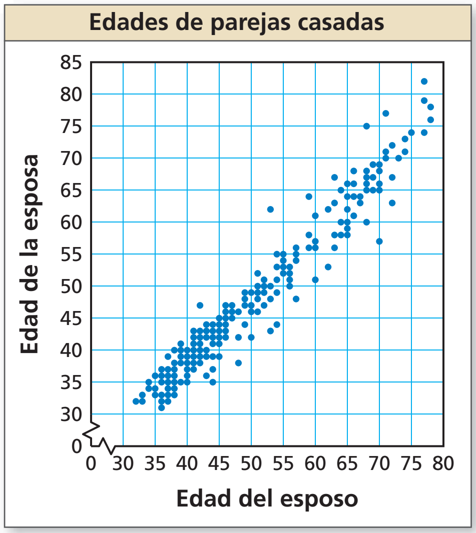
4.4 Diagramas de dispersión y líneas de ajuste

Pregunta esencial ¿Cómo puedes usar un diagrama de dispersión y una línea de ajuste para sacar conclusiones sobre los datos?

Un **diagrama de dispersión** es una gráfica que muestra la relación entre dos conjuntos de datos. Se hace una gráfica de los dos conjuntos de datos como pares ordenados en un plano de coordenadas.

EXPLORACIÓN 1 Hallar una línea de ajuste

Trabaja con un compañero. Se hizo una encuesta a 179 parejas casadas. Cada persona dijo su edad. El diagrama de dispersión muestra los resultados.



a. Traza una recta que aproxime los datos. Escribe una ecuación de la recta. Explica el método que usaste.

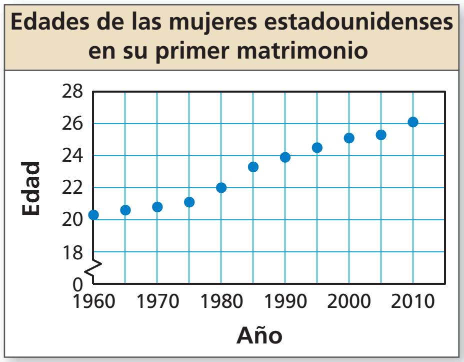
b. ¿Qué conclusiones puedes sacar basándote en la ecuación que escribiste? Explica tu razonamiento.

RAZONAR CUANTITATIVAMENTE

Para dominar las matemáticas, necesitas darle sentido a las cantidades y sus relaciones en situaciones donde hay problemas.

EXPLORACIÓN 2 Hallar una línea de ajuste

Trabaja con un compañero. El diagrama de dispersión muestra las edades promedio de las mujeres estadounidenses en su primer matrimonio para los años seleccionados que oscilan de 1960 a 2010.



a. Traza una recta que aproxime los datos. Escribe una ecuación de la recta. Imagina que *x* representa el número de años desde 1960. Explica el método que usaste.

b. ¿Qué conclusiones puedes sacar basándote en la ecuación que escribiste?

c. Usa tu ecuación para predecir la edad promedio de la mujer estadounidense en su primer matrimonio en el año 2020.

Comunicar tu respuesta

3. ¿Cómo puedes usar un diagrama de dispersión y una línea de ajuste para sacar conclusiones sobre los datos?

4. Consulta en Internet o en otra fuente de referencia para hallar un diagrama de dispersión con datos de la vida real que sea diferente a los dados anteriormente. Luego, traza una recta que aproxime los datos y escribe una ecuación de la recta. Explica el método que usaste.

4.4 Lección

Qué aprenderás

- Interpretarás diagramas de dispersión.
- Identificarás correlaciones entre los conjuntos de datos.
- Usarás líneas de ajuste para representar datos.

Vocabulario Esencial

diagrama de dispersión, *pág. 186*
correlación, *pág. 187*
línea de ajuste, *pág. 188*

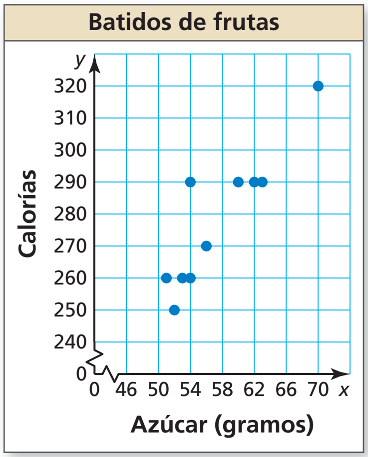
Interpretar diagramas de dispersión

Concepto Esencial

Diagrama de dispersión

Un **diagrama de dispersión** es una gráfica que muestra la relación entre dos conjuntos de datos. Se hace una gráfica de los dos conjuntos de datos como pares ordenados en un plano de coordenadas. Los diagramas de dispersión pueden mostrar tendencias en los datos.

EJEMPLO 1 Interpretar un diagrama de dispersión



El diagrama de dispersión muestra las cantidades x (en gramos) de azúcar y los números y de calorías en 10 batidos de frutas.

a. ¿Cuántas calorías hay en el batido de frutas que contiene 56 gramos de azúcar?

b. ¿Cuántos gramos de azúcar hay en el batido de frutas que contiene 320 calorías?

c. ¿Qué tiende a suceder con el número de calorías a medida que aumentan los gramos de azúcar?

SOLUCIÓN

a. Traza una recta horizontal desde el punto que tiene un valor de x de 56. Cruza el eje y en 270.

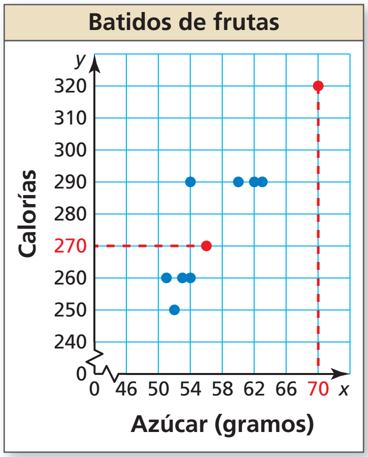
- Entonces, el batido de frutas tiene 270 calorías.

b. Traza una recta vertical desde el punto que tiene un valor y de 320. Cruza el eje x en 70.

- Entonces, el batido de frutas tiene 70 gramos de azúcar.

c. Si se observa la gráfica, los puntos marcados van de izquierda a derecha.

- Entonces, a medida que aumenta el número de gramos de azúcar, el número de calorías también aumenta.



Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

1. ¿Cuántas calorías hay en el batido de frutas que contiene 51 gramos de azúcar?
2. ¿Cuántos gramos de azúcar hay en el batido de frutas que contiene 250 calorías?

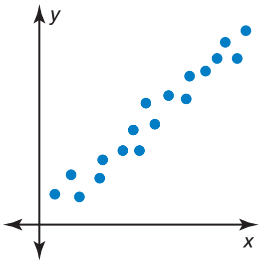
CONSEJO DE ESTUDIO

Puedes pensar en una correlación positiva como si tuviese una pendiente positiva y en una correlación negativa como si tuviese una pendiente negativa.

Identificar correlaciones entre los conjuntos de datos

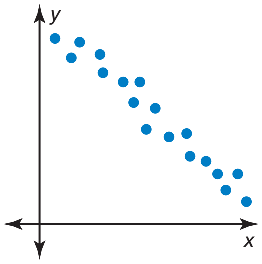
Una **correlación** es una relación entre conjuntos de datos. Puedes usar un diagrama de dispersión para describir la correlación entre los datos.

Correlación positiva



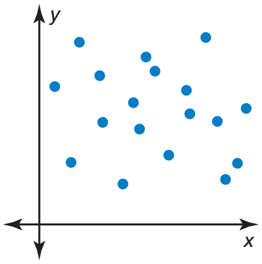
A medida que aumenta *x*, aumenta *y*.

Correlación negativa



A medida que aumenta *x*, disminuye *y*.

Ninguna correlación



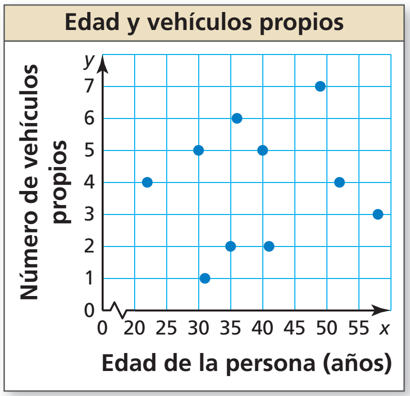
Los puntos no muestran ningún patrón.

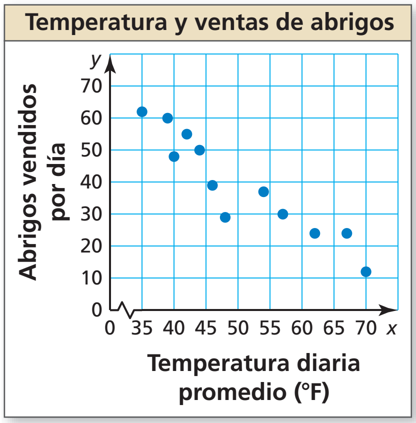
EJEMPLO 2 Identificar correlaciones

Indica si los datos muestran una correlación *positiva*, *negativa* o *ninguna correlación*.

a. edad y vehículos propios

b. temperatura y ventas de abrigos en una tienda





SOLUCIÓN

a. Los puntos no muestran ningún patrón. El número de vehículos propios no depende de la edad de una persona.

▶ Entonces, el diagrama de dispersión no muestra ninguna correlación.

b. A medida que la temperatura promedio aumenta, el número de abrigos vendidos disminuye.

▶ Entonces, el diagrama de dispersión muestra una correlación negativa.

Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

Haz un diagrama de dispersión de los datos. Indica si los datos muestran una correlación *positiva*, *negativa* o *ninguna correlación*.

3.

Temperatura (°F), *x*	82	78	68	87	75	71	92	84
Asistentes (miles), *y*	4.5	4.0	1.7	5.5	3.8	2.9	4.7	5.3

4.

Antigüedad del auto (años), *x*	1	2	3	4	5	6	7	8
Valor (miles), *y*	\$24	\$21	\$19	\$18	\$15	\$12	\$8	\$7

Usar líneas de ajuste para representar datos

Cuando los datos muestran una correlación positiva o negativa, puedes representar la *tendencia* en los datos usando una línea de ajuste. Una **línea de ajuste** es una recta que se traza en un diagrama de dispersión que está cerca a la mayoría de los puntos de datos.

CONSEJO DE ESTUDIO

Una línea de ajuste también se llama *línea de tendencia*.

Concepto Esencial

Usar una línea de ajuste para representar datos

Paso 1 Haz un diagrama de dispersión de los datos.

Paso 2 Decide si los datos pueden representarse mediante una recta.

Paso 3 Traza una recta que parezca ajustarse estrechamente a los datos. Debería haber aproximadamente la misma cantidad de puntos por arriba de la recta que por debajo de ella.

Paso 4 Escribe una ecuación con dos puntos en la recta. Los puntos no tienen que representar pares de datos reales, pero sí deben pertenecer a la línea de ajuste.

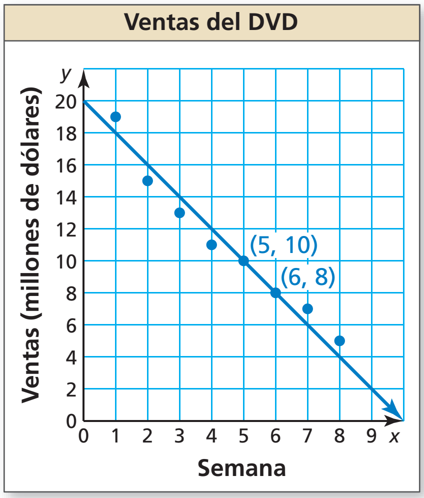
EJEMPLO 3 Hallar una línea de ajuste

En la tabla, se muestran las ventas semanales de un DVD y el número de semanas desde su lanzamiento. Escribe una ecuación que represente las ventas del DVD como una función del número de semanas desde su lanzamiento. Interpreta la pendiente y la intersección con el eje *y* de la línea de ajuste.

Semana, *x*	1	2	3	4	5	6	7	8
Ventas (millones), *y*	\$19	\$15	\$13	\$11	\$10	\$8	\$7	\$5

SOLUCIÓN

Paso 1 Haz un diagrama de dispersión de los datos.



Paso 2 Decide si los datos pueden representarse mediante una recta. Como el diagrama de dispersión muestra una correlación negativa, puedes ajustar una recta a los datos.

Paso 3 Traza una recta que parezca ajustarse estrechamente a los datos.

Paso 4 Escribe una ecuación con dos puntos en la recta. Usa (5, 10) y (6, 8).

La pendiente de la recta es $m = \dfrac{8 - 10}{6 - 5} = -2$.

Usa la pendiente $m = -2$ y el punto (6, 8) para escribir una ecuación de la recta.

$y - y_1 = m(x - x_1)$ Escribe la forma de punto y pendiente.

$y - 8 = -2(x - 6)$ Sustituye -2 por m, 6 por x_1, y 8 por y_1.

$y = -2x + 20$ Resuelve para hallar y.

▶ Una ecuación de la línea de ajuste es $y = -2x + 20$. La pendiente de la recta es -2. Esto significa que las ventas disminuyen en aproximadamente \$2 millones por semana. La intersección con el eje *y* es 20. La intersección con el eje *y* no tiene significado en este contexto porque no hay ventas en la semana 0.

Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

5. Los siguientes pares de datos muestran el ingreso mensual *x* (en dólares) y el pago mensual por un carro *y* (en dólares) de seis personas: (2100, 410), (1650, 315), (1950, 405), (1500, 295), (2250, 440) y (1800, 375). Escribe una ecuación que represente el pago mensual por el carro como una función del ingreso mensual. Interpreta la pendiente y la intersección con el eje *y* de la línea de ajuste.

4.4 Ejercicios

Soluciones dinámicas disponibles en *BigIdeasMath.com*

Verificación de vocabulario y concepto esencial

1. **COMPLETAR LA ORACIÓN** Cuando los datos muestran una correlación positiva, la variable dependiente tiende a ______________ a medida que la variable independiente aumenta.

2. **VOCABULARIO** ¿Qué es una línea de ajuste?

Monitoreo del progreso y Representar con matemáticas

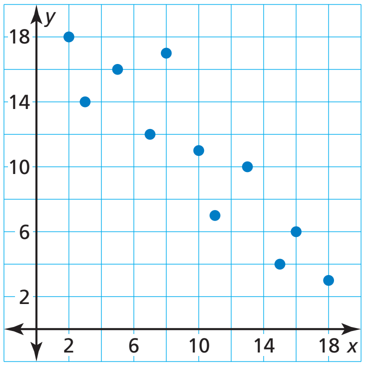
En los Ejercicios 3–6, usa el diagrama de dispersión para completar la coordenada que falta del par ordenado.

3. (16, ____)

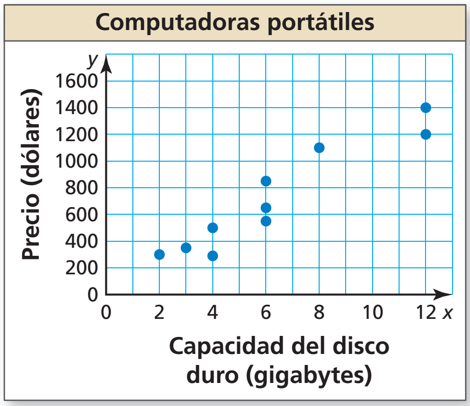
4. (3, ____)

5. (____, 12)

6. (____, 17)



7. **INTERPRETAR UN DIAGRAMA DE DISPERSIÓN** El diagrama de dispersión muestra las capacidades del disco duro (en gigabytes) y los precios (en dólares) de 10 computadoras portátiles. *(Consulta el Ejemplo 1).*

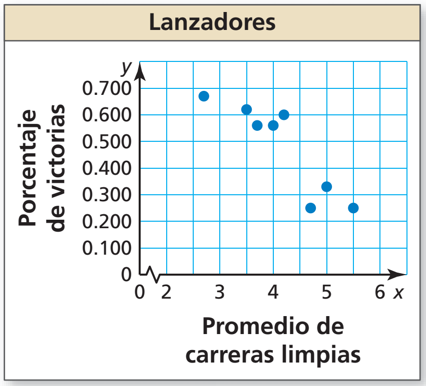


a. ¿Cuál es el precio de la computadora portátil con una capacidad de disco duro de 8 gigabytes?

b. ¿Cuál es la capacidad del disco duro de la computadora portátil de $1200?

c. ¿Qué tiende a suceder con el precio a medida que aumenta la capacidad del disco duro?

8. **INTERPRETAR UN DIAGRAMA DE DISPERSIÓN** El diagrama de dispersión muestra los promedios de carreras limpias y los porcentajes de victorias de ocho lanzadores en un equipo de béisbol.



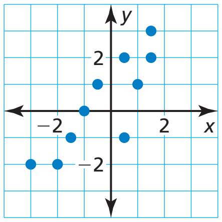
a. ¿Cuál es el porcentaje de victorias del lanzador con un promedio de carreras limpias de 4.2?

b. ¿Cuál es el promedio de carreras limpias del lanzador con un porcentaje de victorias de 0.33?

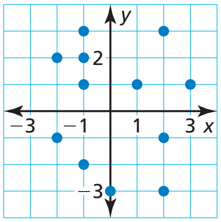
c. ¿Qué tiende a suceder con el porcentaje de victorias a medida que aumenta el promedio de carreras limpias?

En los Ejercicios 9–12, indica si *x* y *y* muestran una correlación *positiva*, *negativa* o *ninguna correlación*. *(Consulta el Ejemplo 2).*

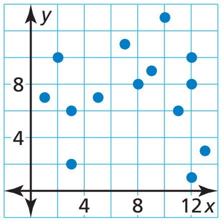
9.



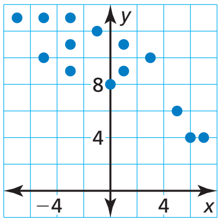
10.



11.



12.



En los Ejercicios 13 y 14, haz un diagrama de dispersión de los datos. Indica si x y y muestran una correlación *positiva*, *negativa* o *ninguna correlación*.

13.

x	3.1	2.2	2.5	3.7	3.9	1.5	2.7	2.0
y	1	0	1	2	0	2	3	2

14.

x	3	4	5	6	7	8	9	10
y	67	67	50	33	25	21	19	4

15. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** En la tabla, se muestran las tasas de nacimientos a nivel mundial y (en número de nacimientos por cada 1000 personas) x años desde 1960. *(Consulta el Ejemplo 3).*

x	0	10	20	30	40	50
y	35.4	33.6	28.3	27.0	22.4	20.0

a. Escribe una ecuación que represente la tasa de nacimientos como una función del número de años desde 1960.

b. Interpreta la pendiente y la intersección con el eje y de la línea de ajuste.

16. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** La tabla muestra las ganancias totales y (en dólares) de un mesero que trabaja x horas.

x	0	1	2	3	4	5	6
y	0	18	40	62	77	85	113

a. Escribe una ecuación que represente las ganancias del mesero como una función del número de horas que trabaja.

b. Interpreta la pendiente y la intersección con el eje y de la línea de ajuste.

17. **FINAL ABIERTO** Da un ejemplo de un conjunto de datos de la vida real que muestre una correlación negativa.

18. **ARGUMENTAR** Tu amigo dice que los datos de la tabla muestran una correlación negativa porque la variable dependiente y disminuye. ¿Tiene razón tu amigo? Explica.

x	14	12	10	8	6	4	2
y	4	1	0	−1	−2	−4	−5

19. **USAR HERRAMIENTAS** Usa una regla o una regla de una yarda para hallar las alturas y las extensiones de los brazos de cinco personas.

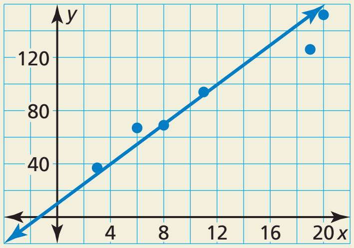
a. Haz un diagrama de dispersión usando los datos que has recolectado. Luego, traza una línea de ajuste para los datos.

b. Interpreta la pendiente y la intersección con el eje y de la línea de ajuste.

20. **ESTIMUAR EL PENSAMIENTO** Una línea de ajuste para un diagrama de dispersión está dada mediante la ecuación $y = 5x + 20$. Describe un conjunto de datos de la vida real que podría representarse mediante el diagrama de dispersión.

21. **ESCRIBIR** ¿Cuándo se muestran mejor los datos en un diagrama de dispersión, más que en otro tipo de gráfica, tal como una gráfica de barras o una gráfica circular?

22. **¿CÓMO LO VES?** El diagrama de dispersión muestra parte de un conjunto de datos y una línea de ajuste para el conjunto de datos. Faltan cuatro puntos de datos. Elige posibles coordenadas para esos puntos de datos.



23. **RAZONAR** Un conjunto de datos no tiene ninguna correlación. ¿Es posible hallar una línea de ajuste para los datos? Explica.

24. **ANALIZAR RELACIONES** Haz un diagrama de dispersión de los datos en las tablas. Describe la relación entre las variables. ¿Es posible adaptar una recta a los datos? Si lo es, escribe una ecuación de la recta. Si no, explica por qué.

x	−12	−9	−7	−4	−3	−1
y	150	76	50	15	10	1

x	2	5	6	7	9	15
y	5	22	37	52	90	226

Mantener el dominio de las matemáticas

Repasar lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Evalúa la función cuando $x = -3$, 0, y 4. *(Sección 3.3)*

25. $g(x) = 6x$

26. $h(x) = -10x$

27. $f(x) = 5x - 8$

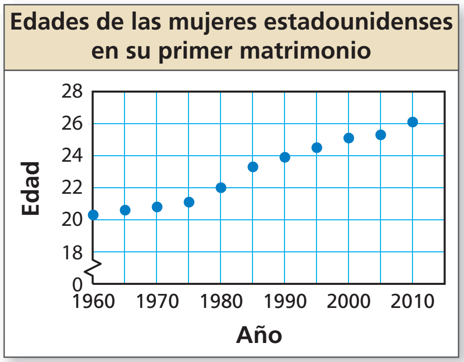
28. $v(x) = 14 - 3x$

4.5 Analizar líneas de ajuste

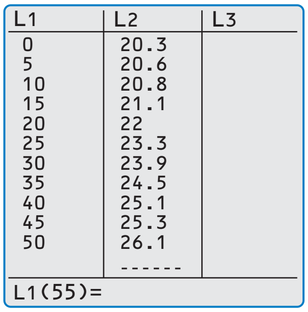
Pregunta esencial ¿Cómo puedes hallar *analíticamente* una línea de mejor ajuste para un diagrama de dispersión?

EXPLORACIÓN 1 Hallar una línea de mejor ajuste

Trabaja con un compañero. El diagrama de dispersión muestra las edades promedio de las mujeres estadounidenses en su primer matrimonio para los años seleccionados que oscilan de 1960 a 2010. En la Exploración 2 en la Sección 4.4, aproximaste una línea de ajuste de forma gráfica. Para hallar la línea de *mejor* ajuste, puedes usar una computadora, hoja de cálculo o calculadora gráfica que tenga una función de *regresión lineal*.

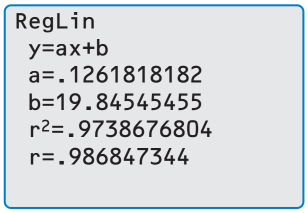


a. Los datos del diagrama de dispersión se muestran en la tabla. Ten en cuenta que 0, 5, 10, etc. representan los números de años desde 1960. ¿Qué representa el par ordenado (25, 23.3)?



```
L1      L2      L3
0       20.3
5       20.6
10      20.8
15      21.1
20      22
25      23.3
30      23.9
35      24.5
40      25.1
45      25.3
50      26.1
        ------
L1(55)=
```

b. Usa la función de *regresión lineal* para hallar una ecuación de la línea de mejor ajuste. Deberías obtener resultados como los que se muestran a continuación.



```
RegLin
 y=ax+b
 a=.1261818182
 b=19.84545455
 r²=.9738676804
 r=.986847344
```

c. Escribe una ecuación de la línea de mejor ajuste. Compara tu resultado con la ecuación que obtuviste en la Exploración 2 en la Sección 4.4.

CONSTRUIR ARGUMENTOS VIABLES

Para dominar las matemáticas, necesitas razonar de forma inductiva acerca de los datos.

Comunicar tu respuesta

2. ¿Cómo puedes hallar *analíticamente* una línea de mejor ajuste para un diagrama de dispersión?

3. El conjunto de datos relaciona el número de chirridos por segundo de los grillos rayados y la temperatura exterior en grados Fahrenheit. Haz un diagrama de dispersión de los datos. Luego, halla una ecuación de la línea de mejor ajuste. Usa tu resultado para estimar la temperatura exterior cuando hay 19 chirridos por segundo.

Chirridos por segundo	20.0	16.0	19.8	18.4	17.1
Temperatura (°F)	88.6	71.6	93.3	84.3	80.6

Chirridos por segundo	14.7	15.4	16.2	15.0	14.4
Temperatura (°F)	69.7	69.4	83.3	79.6	76.3

4.5 Lección

Qué aprenderás

- Usarás residuos para determinar cuán bien las líneas de ajuste representan los datos.
- Usarás la tecnología para hallar las líneas de mejor ajuste.
- Distinguirás entre correlación y causalidad.

Vocabulario Esencial

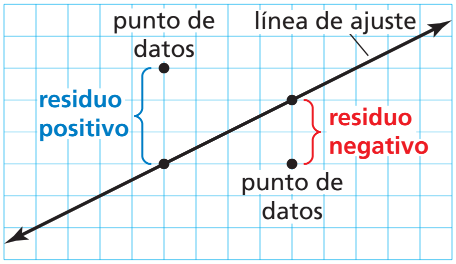
residuo, *pág. 192*
regresión lineal, *pág. 193*
línea de mejor ajuste, *pág. 193*
coeficiente de correlación, *pág. 193*
interpolación, *pág. 195*
extrapolación, *pág. 195*
causalidad, *pág. 195*

Analizar residuos

Una manera de determinar cuán bien una línea de ajuste representa un conjunto de datos es analizando los *residuos*.

Concepto Esencial

Residuos



Un **residuo** es la diferencia del valor y de un punto de datos y el valor y correspondiente hallado usando la línea de ajuste. Un residuo puede ser positivo, negativo o cero.

Un diagrama de dispersión de los residuos muestra cuán bien se ajusta un modelo a un conjunto de datos. Si el modelo es un buen ajuste, entonces los valores absolutos de los residuos son relativamente pequeños y los puntos residuales estarán dispersos más o menos equitativamente alrededor del eje horizontal. Si el modelo no es un buen ajuste, entonces los puntos residuales formarán algún tipo de patrón que sugiere que los datos no son lineales. Los puntos residuales extremadamente dispersos sugieren que los datos pueden no tener ninguna correlación.

EJEMPLO 1 **Usar residuos**

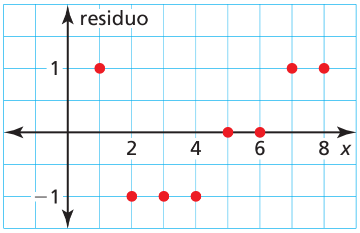
Semana, x	Ventas (millones), y
1	\$19
2	\$15
3	\$13
4	\$11
5	\$10
6	\$8
7	\$7
8	\$5

En el Ejemplo 3 en la Sección 4.4, la ecuación $y = -2x + 20$ representa los datos en la tabla mostrada. ¿El modelo es un buen ajuste?

SOLUCIÓN

Paso 1 Calcula los residuos. Organiza tus resultados en una tabla.
Paso 2 Usa los puntos (x, residuo) para hacer un diagrama de dispersión.

x	y	Valor de y del modelo	Residuo
1	19	18	$19 - 18 = 1$
2	15	16	$15 - 16 = -1$
3	13	14	$13 - 14 = -1$
4	11	12	$11 - 12 = -1$
5	10	10	$10 - 10 = 0$
6	8	8	$8 - 8 = 0$
7	7	6	$7 - 6 = 1$
8	5	4	$5 - 4 = 1$



- Los puntos están dispersos equitativamente alrededor del eje horizontal. Entonces, la ecuación $y = -2x + 20$ es un buen ajuste.

EJEMPLO 2 Usar residuos

En la tabla, se muestran las edades x y los salarios y (en miles de dólares) de ocho empleados de una compañía. La ecuación $y = 0.2x + 38$ representa los datos. ¿El modelo es un buen ajuste?

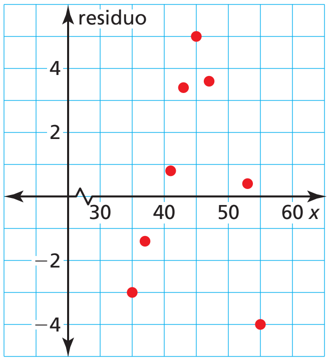
Edad, x	35	37	41	43	45	47	53	55
Salario, y	42	44	47	50	52	51	49	45

SOLUCIÓN

Paso 1 Calcula los residuos. Organiza tus resultados en una tabla.

Paso 2 Usa los puntos (x, residuo) para hacer un diagrama de dispersión.

x	y	Valor de y del modelo	Residuo
35	42	45.0	$42 - 45.0 = -3.0$
37	44	45.4	$44 - 45.4 = -1.4$
41	47	46.2	$47 - 46.2 = 0.8$
43	50	46.6	$50 - 46.6 = 3.4$
45	52	47.0	$52 - 47.0 = 5.0$
47	51	47.4	$51 - 47.4 = 3.6$
53	49	48.6	$49 - 48.6 = 0.4$
55	45	49.0	$45 - 49.0 = -4.0$



▶ Los puntos residuales forman un patrón en forma de ∩, que sugiere que los datos no son lineales. Entonces, la ecuación $y = 0.2x + 38$ no representa bien los datos.

Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

1. En la tabla, se muestran las asistencias y (en miles) a un parque de diversiones desde 2005 hasta 2014, donde $x = 0$ representa el año 2005. La ecuación $y = -9.8x + 850$ representa los datos. ¿El modelo es un buen ajuste?

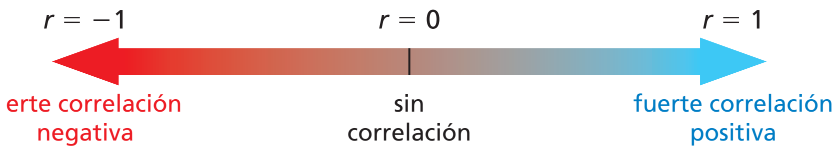
Año, x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Asistencia, y	850	845	828	798	800	792	785	781	775	760

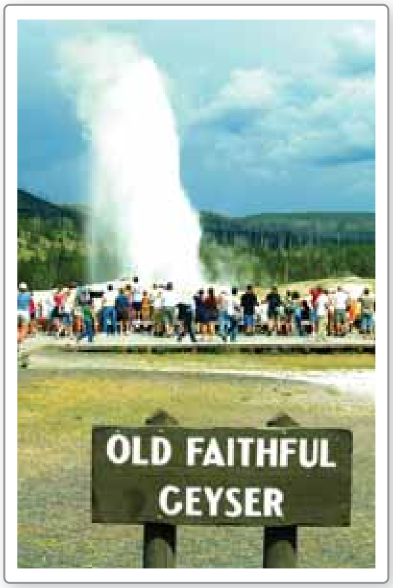
Hallar líneas de mejor ajuste

Las calculadoras gráficas usan un método llamado **regresión lineal** para hallar una línea de ajuste precisa que se conoce como una **línea de mejor ajuste**. Esta recta representa mejor un conjunto de datos. En general, una calculadora da un valor r, llamado el **coeficiente de correlación**. Este valor nos indica si la correlación es positiva o negativa y cuán fielmente representa los datos la ecuación. Los valores de r oscilan desde -1 hasta 1. Cuando r está cerca de 1 o -1, hay una fuerte correlación entre las variables. A medida que r se acerca a 0, la correlación se hace más débil.

CONSEJO DE ESTUDIO

Sabes cómo usar dos puntos para hallar una ecuación de una línea de ajuste. Cuando hallas una ecuación de la línea de mejor ajuste, usas cada punto del conjunto de datos.





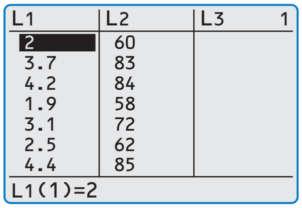
EJEMPLO 3 Hallar una línea de mejor ajuste usando la tecnología

En la tabla, se muestran las duraciones *x* (en minutos) de varias erupciones del géiser Old Faithful y los tiempos *y* (en minutos) hasta la próxima erupción. (a) Usa una calculadora gráfica para hallar una ecuación de la línea de mejor ajuste. Luego, marca los datos y haz una gráfica de la ecuación en la misma ventana de visualización. (b) Identifica e interpreta el coeficiente de correlación. (c) Interpreta la pendiente y la intersección con el eje *y* de la línea de mejor ajuste.

Duración, *x*	2.0	3.7	4.2	1.9	3.1	2.5	4.4	3.9
Tiempo, *y*	60	83	84	58	72	62	85	85

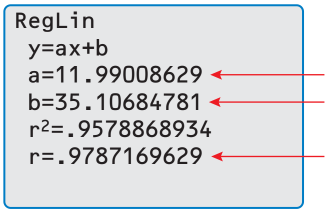
SOLUCIÓN

a. Paso 1 Ingresa los datos de la tabla en dos listas.



```
L1    |L2    |L3     1
2     | 60   |
3.7   | 83   |
4.2   | 84   |
1.9   | 58   |
3.1   | 72   |
2.5   | 62   |
4.4   | 85   |
L1(1)=2
```

Paso 2 Usa la función de *regresión lineal*. Los valores en la ecuación pueden redondearse para obtener $y = 12.0x + 35$.



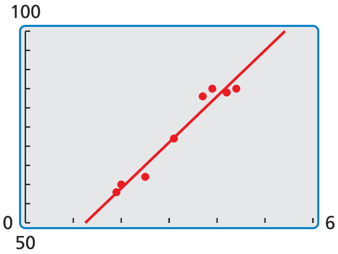
```
RegLin
 y=ax+b
 a=11.99008629
 b=35.10684781
 r²=.9578868934
 r=.9787169629
```

pendiente

intersección con el eje *y*

coeficiente de correlación

Paso 3 Ingresa la ecuación $y = 12.0x + 35$ en la calculadora. Luego, marca los datos y haz una gráfica de la ecuación en la misma ventana de visualización.



PRECISIÓN

Asegúrate de analizar los valores de los datos para seleccionar una ventana de visualización apropiada para tu gráfica.

b. El coeficiente de correlación es aproximadamente 0.979. Esto significa que la relación entre las duraciones y los tiempos hasta la próxima erupción tiene una fuerte correlación positiva y la ecuación representa fielmente los datos, como se muestra en la gráfica.

c. La pendiente de la recta es 12. Esto significa que el tiempo hasta la próxima erupción aumenta en aproximadamente 12 minutos por cada minuto que aumenta la duración. La intersección con el eje *y* es 35, pero no tiene significado en este contexto porque la duración no puede ser 0 minutos.

Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

2. Usa los datos de la pregunta 1 de Monitoreo del progreso. (a) Usa una calculadora gráfica para hallar una ecuación de la línea de mejor ajuste. Luego, marca los datos y haz una gráfica de la ecuación en la misma ventana de visualización. (b) Identifica e interpreta el coeficiente de correlación. (c) Interpreta la pendiente y la intersección con el eje *y* de la línea de mejor ajuste.

Usar una gráfica o su ecuación para *aproximar* un valor entre dos valores conocidos se llama **interpolación**. Usar una gráfica o su ecuación para *predecir* un valor fuera del rango de valores conocidos se llama **extrapolación**. En general, mientras más distante está un valor de los valores conocidos, tienes menos confianza en la precisión de la predicción.

CONSEJO DE ESTUDIO

Para aproximar o predecir un valor desconocido, puedes evaluar el modelo de forma algebraica o hacer una gráfica del modelo con una calculadora gráfica y usar la función *trazado*.

EJEMPLO 4 Interpolar y extrapolar datos

Consulta el Ejemplo 3. Usa la ecuación de la línea de mejor ajuste.

a. Aproxima la duración antes de un tiempo de 77 minutos.

b. Predice el tiempo después de una erupción que dure 5.0 minutos.

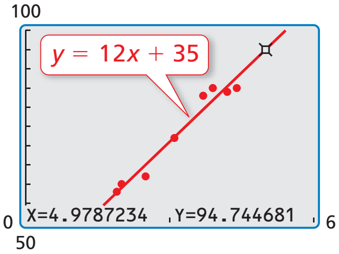
SOLUCIÓN

a. $y = 12.0x + 35$ Escribe la ecuación.

$77 = 12.0x + 35$ Sustituye 77 por *y*.

$3.5 = x$ Resuelve para hallar *x*.

▶ Una erupción dura unos 3.5 minutos antes de un tiempo de 77 minutos.



b. Usa una calculadora gráfica para hacer una gráfica de la ecuación. Usa la función de *trazado* para hallar el valor de y cuando $x \approx 5.0$, como se muestra.

▶ Un tiempo aproximado de 95 minutos seguirá a una erupción de 5.0 minutos.

Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

3. Consulta la pregunta 2 de Monitoreo del progreso. Usa la ecuación de la línea de mejor ajuste para predecir la asistencia al parque de diversiones en 2017.

Correlación y causalidad

Cuando un cambio en una variable provoca un cambio en otra variable, se llama **causalidad**. La causalidad genera una fuerte correlación entre las dos variables. El recíproco *no* es verdadero. En otras palabras, la correlación no implica causalidad.

LEER

Una relación causal existe cuando una variable provoca un cambio en otra variable.

EJEMPLO 5 Identificar correlación y causalidad

Indica si es probable que haya una correlación en la situación. Si lo es, indica si hay una relación de causalidad. Explica tu razonamiento.

a. tiempo dedicado a hacer ejercicios y el número de calorías quemadas

b. el número de bancos y la población de una ciudad

SOLUCIÓN

a. Hay una correlación positiva y una relación causal porque mientras más tiempo dedicas a ejercitarte, más calorías quemas.

b. Podría haber una correlación positiva pero no una relación causal. Construir más bancos no causará un aumento en la población.

Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

4. ¿Existe una correlación entre el tiempo dedicado a jugar videojuegos y el promedio de calificaciones? Si es así, ¿hay una relación de causalidad? Explica tu razonamiento.

4.5 Ejercicios

Soluciones dinámicas disponibles en *BigIdeasMath.com*

Verificación de vocabulario y concepto esencial

1. **VOCABULARIO** ¿Cuándo es positivo un residuo? ¿Cuándo es negativo?

2. **ESCRIBIR** Explica cómo puedes usar residuos para determinar qué tan bien una línea de ajuste representa un conjunto de datos.

3. **VOCABULARIO** Compara la interpolación con la extrapolación.

4. **¿CUÁL NO CORRESPONDE?** ¿Cuál de las siguientes correlaciones no corresponde al grupo de las otras tres? Explica tu razonamiento.

$r = -0.98$ $r = 0.96$ $r = -0.09$ $r = 0.97$

Monitoreo del progreso y Representar con matemáticas

En los Ejercicios 5–8, usa residuos para determinar si el modelo es un buen ajuste para los datos de la tabla. Explica. *(Consulta los Ejemplos 1 y 2).*

5. $y = 4x - 5$

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y	−18	−13	−10	−7	−2	0	6	10	15

6. $y = 6x + 4$

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	13	14	23	26	31	42	45	52	62

7. $y = -1.3x + 1$

x	−8	−6	−4	−2	0	2	4	6	8
y	9	10	5	8	−1	1	−4	−12	−7

8. $y = -0.5x - 2$

x	4	6	8	10	12	14	16	18	20
y	−1	−3	−6	−8	−10	−10	−10	−9	−9

9. **ANALIZAR RESIDUOS** En la tabla, se muestra el crecimiento y (en pulgadas) de las astas de un alce durante la semana x. La ecuación $y = -0.7x + 6.8$ representa los datos. ¿El modelo es un buen ajuste? Explica.

Semana, *x*	1	2	3	4	5
Crecimiento, *y*	6.0	5.5	4.7	3.9	3.3

10. **ANALIZAR RESIDUOS** En la tabla, se muestran los números aproximados y (en miles) de boletos de películas vendidos de enero a junio para un cine. En la tabla, $x = 1$ representa enero. La ecuación $y = 1.3x + 27$ representa los datos. ¿El modelo es un buen ajuste? Explica.

Mes, *x*	**Ventas de boletos, *y***
1	27
2	28
3	36
4	28
5	32
6	35

En los Ejercicios 11–14, usa una calculadora gráfica para hallar una ecuación de la línea de mejor ajuste para los datos. Identifica e interpreta el coeficiente de correlación.

11.

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y	−8	−5	−2	−1	−1	2	5	8

12.

x	−4	−2	0	2	4	6	8	10
y	17	7	8	1	5	−2	2	−8

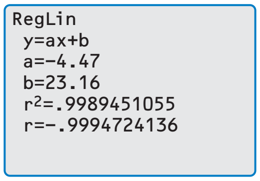
13.

x	−15	−10	−5	0	5	10	15	20
y	−4	2	7	16	22	30	37	43

14.

x	5	6	7	8	9	10	11	12
y	12	−2	8	3	−1	−4	6	0

ANÁLISIS DE ERRORES En los Ejercicios 15 y 16, describe y corrige el error cometido al interpretar la pantalla de la calculadora gráfica.



```
RegLin
 y=ax+b
 a=-4.47
 b=23.16
 r²=.9989451055
 r=-.9994724136
```

15. ✗ Una ecuación de la línea de mejor ajuste es $y = 23.16x - 4.47$.

16. ✗ Los datos tienen una fuerte correlación positiva.

17. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** En la tabla, se muestran los números totales y de personas que reportaron un terremoto x minutos después de que había terminado. *(Consulta el Ejemplo 3).*

Minutos, x	Personas, y
1	10
2	100
3	400
4	900
5	1400
6	1800
7	2100

a. Usa una calculadora gráfica para hallar una ecuación de la línea de mejor ajuste. Luego, marca los datos y haz una gráfica de la ecuación en la misma ventana de visualización.

b. Identifica e interpreta el coeficiente de correlación.

c. Interpreta la pendiente y la intersección con el eje y de la línea de mejor ajuste.

18. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** En la tabla, se muestran los números y de personas que trabajan como voluntarios en un refugio animal cada día x.

Día, x	1	2	3	4	5	6	7	8
Personas, y	9	5	13	11	10	11	19	12

a. Usa una calculadora gráfica para hallar una ecuación de la línea de mejor ajuste. Luego, marca los datos y haz una gráfica de la ecuación en la misma ventana de visualización.

b. Identifica e interpreta el coeficiente de correlación.

c. Interpreta la pendiente y la intersección con el eje y de la línea de mejor ajuste.

19. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** En la tabla, se muestran los millajes x (en miles de millas) y los precios de venta y (en miles de dólares) de varios automóviles usados del mismo año y modelo. *(Consulta el Ejemplo 4).*

Millaje, x	22	14	18	30	8	24
Precio, y	16	17	17	14	18	15

a. Usa una calculadora gráfica para hallar una ecuación de la línea de mejor ajuste.

b. Identifica e interpreta el coeficiente de correlación.

c. Interpreta la pendiente y la intersección con el eje y de la línea de mejor ajuste.

d. Aproxima el millaje de un automóvil que cuesta $15,500.

e. Predice el precio de un automóvil con 6000 millas.

20. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** En la tabla, se muestran las longitudes x y los costos y de diversos veleros.

Longitud (pies), x	Costo (miles de dólares), y
27	94
18	56
25	58
32	123
18	60
26	87
36	145

a. Usa una calculadora gráfica para hallar una ecuación de la línea de mejor ajuste.

b. Identifica e interpreta el coeficiente de correlación.

c. Interpreta la pendiente y la intersección con el eje y de la línea de mejor ajuste.

d. Aproxima el costo de un velero de 20 pies de largo.

e. Predice la longitud de un velero que cuesta $147,000.

En los Ejercicios 21–24, indica si es probable una correlación en la situación. Si es así, indica si hay una relación causal. Explica tu razonamiento. *(Consulta el Ejemplo 5).*

21. la cantidad de tiempo dedicado a hablar por celular y la duración restante de la batería

22. la altura de un niño de 2 años y el tamaño de su vocabulario

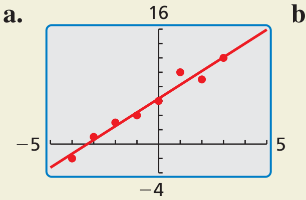
23. el número de sombreros que posees y el tamaño de tu cabeza

24. el peso de un perro y la longitud de su cola

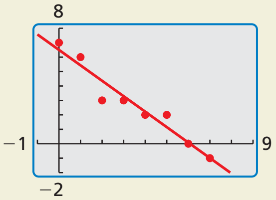
25. **FINAL ABIERTO** Describe un conjunto de datos que tenga una fuerte correlación pero no tenga una relación causal.

26. **¿CÓMO LO VES?** Une cada gráfica con su coeficiente de correlación. Explica tu razonamiento.

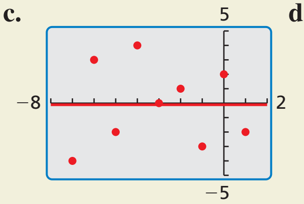
a.



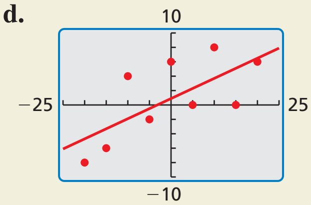
b.



c.



d.



A. $r = 0$ **B.** $r = 0.98$

C. $r = -0.97$ **D.** $r = 0.69$

27. **ANALIZAR RELACIONES** En la tabla, se muestran los promedios de calificaciones y de varios estudiantes y los números x de horas que dedican a ver televisión por semana.

Horas, x	Promedio de calificaciones, y
10	3.0
5	3.4
3	3.5
12	2.7
20	2.1
15	2.8
8	3.0
4	3.7
16	2.5

a. Usa una calculadora gráfica para hallar una ecuación de la línea de mejor ajuste. Identifica e interpreta el coeficiente de correlación.

b. Interpreta la pendiente y la intersección con el eje y de la línea de mejor ajuste.

c. Otro estudiante ve aproximadamente 14 horas de televisión por semana. Aproxima el promedio de calificaciones del estudiante.

d. ¿Crees que existe una relación causal entre el tiempo dedicado a ver televisión y el promedio de calificaciones? Explica.

28. **ARGUMENTAR** Un estudiante dedica 2 horas a ver televisión por semana y tiene un promedio de calificaciones de 2.4. Tu amigo dice que incluir esta información en el conjunto de datos del Ejercicio 27 debilitará la correlación. ¿Tiene razón tu amigo? Explica.

29. **USAR MODELOS** Consulta el Ejercicio 17.

a. Predice los números totales de personas que informaron sobre un terremoto 9 minutos y 15 minutos después que había terminado.

b. En la tabla, se muestran los datos reales. Describe la exactitud de tus extrapolaciones de la parte (a).

Minutos, x	9	15
Personas, y	2750	3200

30. **ESTIMULAR EL PENSAMIENTO** Un conjunto de datos consiste en los números x de personas de la playa 1 y los números y de personas en la playa 2 registradas a diario durante 1 semana. Dibuja una posible gráfica del conjunto de datos. Describe la situación mostrada en la gráfica y da un posible coeficiente de correlación. Determina si hay una relación causal. Explica.

31. **COMPARAR MÉTODOS** En la tabla, se muestran los números y (en miles de millones) de mensajes de texto enviados cada año en un período de cinco años, donde $x = 1$ representa el primer año del período de cinco años.

Año, x	1	2	3	4	5
Mensajes de texto (miles de millones), y	241	601	1360	1806	2206

a. Usa una calculadora gráfica para hallar una ecuación de la línea de mejor ajuste. Identifica e interpreta el coeficiente de correlación.

b. ¿Existe una relación causal? Explica tu razonamiento.

c. Calcula los residuos. Luego, haz un diagrama de dispersión de los residuos e interpreta los resultados.

d. Compara los métodos que usaste en las partes (a) y (c) para determinar si el modelo es un buen ajuste. ¿Cuál método prefieres? Explica.

Mantener el dominio de las matemáticas

Repasar lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Determina si la tabla representa una función *lineal* o *no lineal*. Explica. *(Sección 3.2)*

32.

x	5	6	7	8
y	−4	4	−4	4

33.

x	2	4	6	8
y	13	8	3	−2

4.6 Secuencias aritméticas

Pregunta esencial

¿Cómo puedes usar una secuencia aritmética para describir un patrón?

Una **secuencia aritmética** es una lista ordenada de números donde la diferencia entre cada par de **términos** consecutivos, o números de la lista, es la misma.

EXPLORACIÓN 1 Describir un patrón

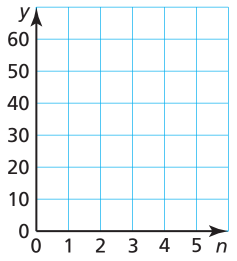
Trabaja con un compañero. Usa las figuras para completar la tabla. Marca los puntos dados en tu tabla completa. Describe el patrón de los valores de *y*.

BUSCAR UN PATRÓN

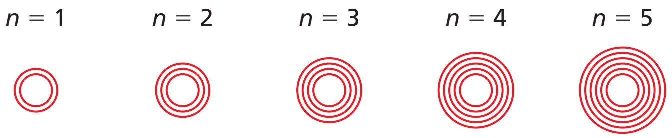
Para dominar las matemáticas, necesitas observar detenidamente para diferenciar un patrón o una estructura.

a.

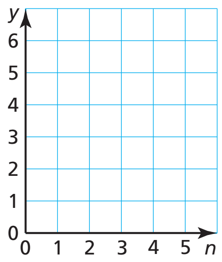
Número de estrellas, *n*	1	2	3	4	5
Número de lados, *y*					



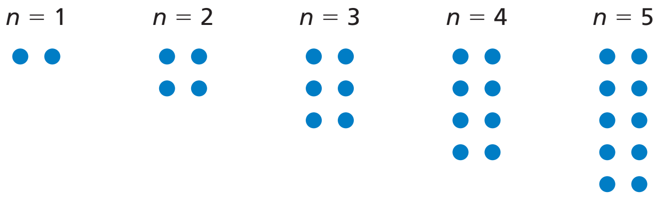
b.



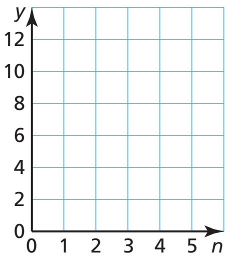
n	1	2	3	4	5
Número de círculos, *y*					



c.



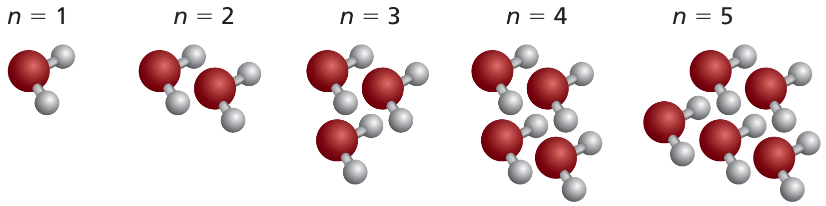
Número de filas, *n*	1	2	3	4	5
Número de puntos, *y*					



Comunicar tu respuesta

2. ¿Cómo puedes usar una secuencia aritmética para describir un patrón? Da un ejemplo de la vida real.

3. En química, el agua se llama H_2O porque cada molécula de agua tiene dos átomos de hidrógeno y un átomo de oxígeno. Describe el patrón mostrado a continuación. Usa el patrón para determinar el número de átomos en 23 moléculas.



4.6 Lección

Qué aprenderás

- Escribirás los términos de las secuencias aritméticas.
- Harás una gráfica de las secuencias aritméticas.
- Escribirás las secuencias aritméticas como funciones.

Vocabulario Esencial

secuencia, *pág. 200*
término, *pág. 200*
secuencia aritmética, *pág. 200*
diferencia común, *pág. 200*

Anterior
forma de punto y pendiente
notación de función

Escribir los términos de las secuencias aritméticas

Una **secuencia** es una lista ordenada de números. Cada número en una secuencia se llama **término**. Cada término a_n tiene una posición específica n en la secuencia.

$$\underset{\text{1era posición}}{5}, \quad 10, \quad \underset{\text{3era posición}}{15}, \quad 20, \quad 25, \ldots, \underset{n\text{-ésima posición}}{a_n}, \ldots$$

Concepto Esencial

Secuencia aritmética

En una **secuencia aritmética**, la diferencia entre cada par de términos consecutivos es la misma. Esta diferencia se llama **diferencia común**. Para hallar cada término, se suma la diferencia común al término anterior.

$$5, \quad 10, \quad 15, \quad 20, \ldots$$

Términos de una secuencia aritmética

$$+5 \quad +5 \quad +5$$

diferencia común

LEER

Una elipsis (. . .) es una serie de puntos que indica una omisión intencional de información. En matemáticas, la notación . . . significa "y lo que sigue". La elipsis indica que hay más términos en la secuencia que no se muestran.

EJEMPLO 1 Extender una secuencia aritmética

Escribe los siguientes tres términos de la secuencia aritmética.

$-7, -14, -21, -28, \ldots$

SOLUCIÓN

Usa una tabla para organizar los términos y hallar el patrón.

Posición	1	2	3	4
Término	−7	−14	−21	−28

$$+(-7) \quad +(-7) \quad +(-7)$$

Cada término es 7 menos que el término anterior. Entonces, la diferencia común es −7.

Suma −7 a un término para hallar el siguiente término.

Posición	1	2	3	4	5	6	7
Término	−7	−14	−21	−28	−35	−42	−49

$$+(-7) \quad +(-7) \quad +(-7)$$

▶ Los siguientes tres términos son −35, −42, y −49.

Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

Escribe los siguientes tres términos de la secuencia aritmética.

1. $-12, 0, 12, 24, \ldots$

2. $0.2, 0.6, 1, 1.4, \ldots$

3. $4, 3\frac{3}{4}, 3\frac{1}{2}, 3\frac{1}{4}, \ldots$

Hacer una gráfica de las secuencias aritméticas

Para hacer una gráfica de una secuencia, imagina que el número de posición n de un término en la secuencia es el valor de x. El término a_n es el valor de y correspondiente. Marca los pares ordenados (n, a_n).

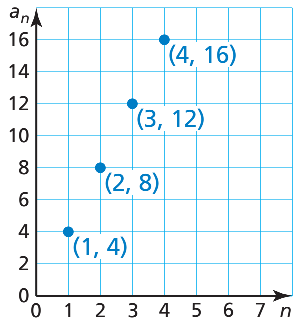
EJEMPLO 2 Hacer una gráfica de una secuencia aritmética

Haz una gráfica de la secuencia aritmética 4, 8, 12, 16, ... ¿Qué observas?

SOLUCIÓN

Haz una tabla. Luego, marca los pares ordenados (n, a_n).

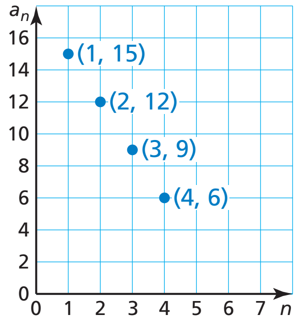
Posición, n	**Término, a_n**
1	4
2	8
3	12
4	16



▶ Los puntos pertenecen a una recta.

EJEMPLO 3 Identificar una secuencia aritmética a partir de una gráfica

¿La gráfica representa una secuencia aritmética? Explica.



SOLUCIÓN

Haz una tabla para organizar los pares ordenados. Luego, determina si hay una diferencia común.

Posición, n	1	2	3	4
Término, a_n	15	12	9	6

$+(-3)$ $+(-3)$ $+(-3)$

Cada término es 3 menos que el término anterior. Entonces, la diferencia común es -3.

▶ Los términos consecutivos tienen una diferencia común de -3. Entonces, la gráfica representa la secuencia aritmética 15, 12, 9, 6, ...

Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

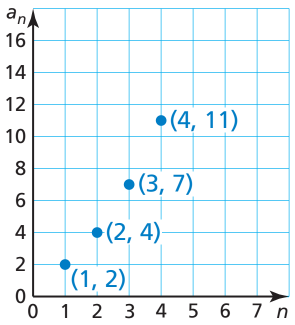
Haz una gráfica de la secuencia. ¿Qué observas?

4. 3, 6, 9, 12, . . .

5. 4, 2, 0, -2, . . .

6. 1, 0.8, 0.6, 0.4, . . .

7. ¿La gráfica mostrada representa una secuencia aritmética? Explica.



Escribir las secuencias aritméticas como funciones

Como los términos consecutivos de una secuencia aritmética tienen una diferencia común, la secuencia tiene una tasa de cambio constante. Entonces, los puntos que representa cualquier secuencia pertenecen a una recta. Puedes usar el primer término y la diferencia común para escribir una función lineal que describa una secuencia aritmética. Sea $a_1 = 4$ y $d = 3$.

Posición, n	**Término, a_n**	**Escrito usando a_1 y d**	**Números**
1	primer término, a_1	a_1	4
2	segundo término, a_2	$a_1 + d$	$4 + 3 = 7$
3	tercer término, a_3	$a_1 + 2d$	$4 + 2(3) = 10$
4	cuarto término, a_4	$a_1 + 3d$	$4 + 3(3) = 13$
⋮	⋮	⋮	⋮
n	n-ésimo término, a_n	$a_1 + (n - 1)d$	$4 + (n - 1)(3)$

OTRA MANERA

Una *secuencia aritmética* es una función lineal cuyo dominio es el conjunto de enteros positivos. Puedes considerar d como la pendiente y $(1, a_1)$ como un punto de la gráfica de la función. Una ecuación en forma de punto y pendiente para la función es

$$a_n - a_1 = d(n - 1).$$

Esta ecuación puede reescribirse como

$$a_n = a_1 + (n - 1)d.$$

Concepto Esencial

Ecuación para una secuencia aritmética

Sea a_n el n-ésimo término de una secuencia aritmética con primer término a_1 y diferencia común d. El n-ésimo término está dado por

$$a_n = a_1 + (n - 1)d.$$

EJEMPLO 4 Hallar el *n*-ésimo término de una secuencia aritmética

Escribe una ecuación para hallar el n-ésimo término de la secuencia aritmética 14, 11, 8, 5, ... Luego, halla a_{50}.

SOLUCIÓN

El primer término es 14 y la diferencia común es −3.

$a_n = a_1 + (n - 1)d$ Ecuación para una secuencia aritmética

$a_n = 14 + (n - 1)(-3)$ Sustituye 14 por a_1 y −3 por d.

$a_n = -3n + 17$ Simplifica.

Usa la ecuación para hallar el término 50.

$a_n = -3n + 17$ Escribe la ecuación.

$a_{50} = -3(50) + 17$ Sustituye 50 por n.

$= -133$ Simplifica.

▶ El término 50 de la secuencia aritmética es −133.

CONSEJO DE ESTUDIO

Observa que la ecuación en el Ejemplo 4 es de la forma $y = mx + b$, donde y se reemplaza por a_n y x se reemplaza por n.

Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

Escribe una ecuación para el *n*-ésimo término de la secuencia aritmética. Luego, halla a_{25}.

8. 4, 5, 6, 7, . . .

9. 8, 16, 24, 32, . . .

10. 1, 0, −1, −2, . . .

Puedes reescribir la ecuación para una secuencia aritmética con primer término a_1 y diferencia común d en notación de función si reemplazas a_n por $f(n)$.

$$f(n) = a_1 + (n - 1)d$$

El dominio de la función es el conjunto de enteros positivos.

EJEMPLO 5 Escribir funciones de la vida real

Una subasta virtual para una cartera aumenta en $5 por cada oferta después de la oferta inicial de $60.

Número de la oferta	1	2	3	4
Cantidad de la oferta	$60	$65	$70	$75

a. Escribe una función que represente la secuencia aritmética.

b. Haz una gráfica de la función.

c. La oferta ganadora es $105. ¿Cuántas ofertas hubo?

SOLUCIÓN

a. El primer término es 60 y la diferencia común es 5.

$f(n) = a_1 + (n - 1)d$ Función para una secuencia aritmética

$f(n) = 60 + (n - 1)5$ Sustituye 60 por a_1 y 5 por d.

$f(n) = 5n + 55$ Simplifica.

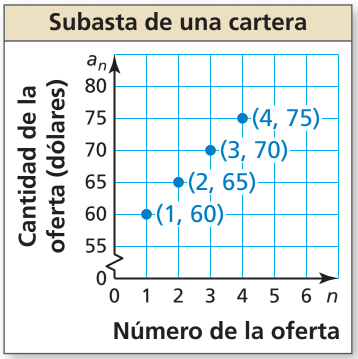
▶ La función $f(n) = 5n + 55$ representa la secuencia aritmética.

b. Haz una tabla. Luego, marca los pares ordenados (n, a_n).

RECUERDA

El dominio es el conjunto de enteros positivos.

Número de la oferta, n	Cantidad de la oferta, a_n
1	60
2	65
3	70
4	75



c. Usa la función para hallar el valor de n para el cual $f(n) = 105$.

$f(n) = 5n + 55$ Escribe la función.

$105 = 5n + 55$ Sustituye 105 por $f(n)$.

$10 = n$ Resuelve para hallar n.

▶ Hubo 10 ofertas.

Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

11. Una kermés cobra $2 por cada juego después que pagas una entrada de $5.

a. Escribe una función que represente la secuencia aritmética.

b. Haz una gráfica de la función.

c. ¿Cuántos juegos puedes jugar cuando llevas $29 a la kermés?

Juegos	Costo total
1	$7
2	$9
3	$11
4	$13

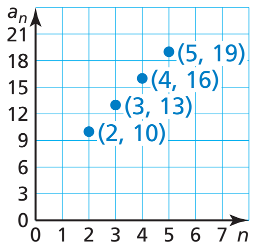
4.6 Ejercicios

Soluciones dinámicas disponibles en *BigIdeasMath.com*

Verificación de vocabulario y concepto esencial

1. **ESCRIBIR** Describe la gráfica de una secuencia aritmética.

2. **DISTINTAS PALABRAS, LA MISMA PREGUNTA** Considera la secuencia aritmética que representa la gráfica. ¿Cuál es diferente? Halla "ambas" respuestas.



Halla la pendiente de la función lineal.

Halla la diferencia entre términos consecutivos de la secuencia aritmética.

Halla la diferencia entre los términos a_2 y a_4.

Halla la diferencia común de la secuencia aritmética.

Monitoreo del progreso y Representar con matemáticas

En los Ejercicios 3 y 4, escribe los siguientes tres términos de la secuencia aritmética.

3. Primer término: 2
   Diferencia común: 13

4. Primer término: 18
   Diferencia común: –6

En los Ejercicios 5–10, halla la diferencia común de la secuencia aritmética.

5. 13, 18, 23, 28, . . .

6. 175, 150, 125, 100, . . .

7. $-16, -12, -8, -4, \ldots$

8. $4, 3\frac{2}{3}, 3\frac{1}{3}, 3, \ldots$

9. 6.5, 5, 3.5, 2, . . .

10. $-16, -7, 2, 11, \ldots$

En los Ejercicios 11–16, escribe los siguientes tres términos de la secuencia aritmética. *(Consulta el Ejemplo 1).*

11. 19, 22, 25, 28, . . .

12. 1, 12, 23, 34, . . .

13. 16, 21, 26, 31, . . .

14. $60, 30, 0, -30, \ldots$

15. 1.3, 1, 0.7, 0.4, . . .

16. $\frac{5}{6}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots$

En los Ejercicios 17–22, haz una gráfica de la secuencia aritmética. *(Consulta el Ejemplo 2).*

17. 4, 12, 20, 28, . . .

18. $-15, 0, 15, 30, \ldots$

19. –1, –3, –5, –7, . . .

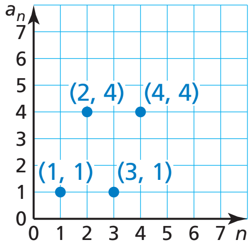
20. 2, 19, 36, 53, . . .

21. $0, 4\frac{1}{2}, 9, 13\frac{1}{2}, \ldots$

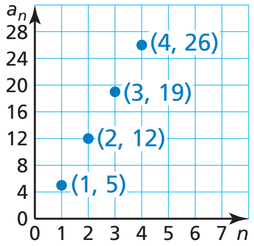
22. 6, 5.25, 4.5, 3.75, . . .

En los Ejercicios 23–26, determina si la gráfica representa una secuencia aritmética. Explica. *(Consulta el Ejemplo 3).*

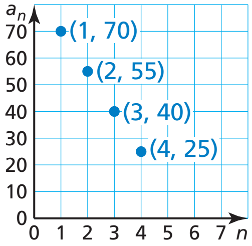
23.



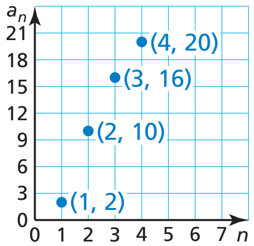
24.



25.



26.



En los Ejercicios 27–30, determina si la secuencia es aritmética. Si es así, halla la diferencia común.

27. 13, 26, 39, 52, . . .

28. 5, 9, 14, 20, . . .

29. 48, 24, 12, 6, . . .

30. 87, 81, 75, 69, . . .

31. **HALLAR UN PATRÓN** Escribe una secuencia que represente el número de caritas felices de cada grupo. ¿La secuencia es aritmética? Explica.

32. **HALLAR UN PATRÓN** Escribe una secuencia que represente la suma de los números cada vez que se lanzan los dados. ¿La secuencia es aritmética? Explica.

En los Ejercicios 33–38, escribe una ecuación para el *n*-ésimo término de la secuencia aritmética. Luego, halla a_{10}. *(Consulta el Ejemplo 4).*

33. $-5, -4, -3, -2, \ldots$

34. $-6, -9, -12, -15, \ldots$

35. $\frac{1}{2}, 1, 1\frac{1}{2}, 2, \ldots$

36. $100, 110, 120, 130, \ldots$

37. $10, 0, -10, -20, \ldots$

38. $\frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}, \ldots$

39. **ANÁLISIS DE ERRORES** Describe y corrige el error cometido al hallar la diferencia común de la secuencia aritmética.

✗

$2, \quad 1, \quad 0, \quad -1, \ldots$

$-1 \quad -1 \quad -1$

La diferencia común es 1.

40. **ANÁLISIS DE ERRORES** Describe y corrige el error cometido al escribir una ecuación para el *n*-ésimo término de la secuencia aritmética.

✗

$14, 22, 30, 38, \ldots$

$a_n = a_1 + nd$

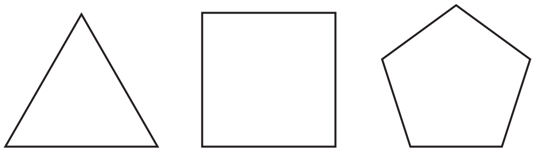
$a_n = 14 + 8n$

41. **SENTIDO NUMÉRICO** El primer término de una secuencia aritmética es 3. La diferencia común de la secuencia es 1.5 multiplicado por el primer término. Escribe los próximos tres términos de la secuencia. Luego, haz una gráfica de la secuencia.

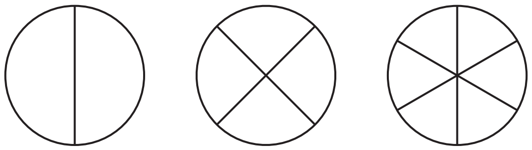
42. **SENTIDO NUMÉRICO** La primera fila de una presentación de dominós tiene 10 dominós. Cada fila después de la primera tiene dos dominós más que la fila anterior a ella. Escribe los primeros cinco términos de la secuencia que representa el número de dominós en cada fila. Luego, haz una gráfica de la secuencia.

RAZONAMIENTO REPETIDO En los Ejercicios 43 y 44, (a) dibuja las siguientes tres figuras de la secuencia y (b) describe la figura número 20 en la secuencia.

43.



44.



45. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** El número total de bebés nacidos en un país cada minuto después de la medianoche del 1° de enero puede calcularse mediante la secuencia mostrada en la tabla *(Consulta el Ejemplo 5).*

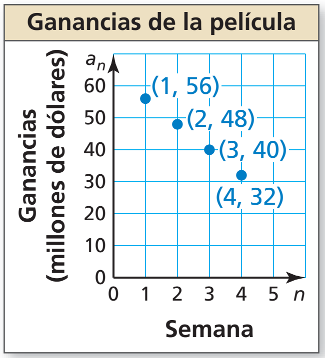
Minutos después de la medianoche del 1° de enero	1	2	3	4
Total de bebés nacidos	5	10	15	20

a. Escribe una función que represente la secuencia aritmética.

b. Haz una gráfica de la función.

c. Calcula cuántos minutos después de la medianoche del 1° de enero puede tomar para que 100 bebés nazcan.

46. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** La cantidad de dinero que gana una película por semana después de su lanzamiento puede aproximarse mediante la secuencia mostrada en la gráfica.



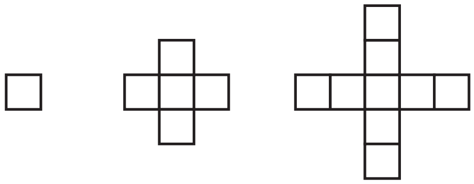
a. Escribe una función que represente la secuencia aritmética.

b. ¿En qué semana ganó la película $16 millones?

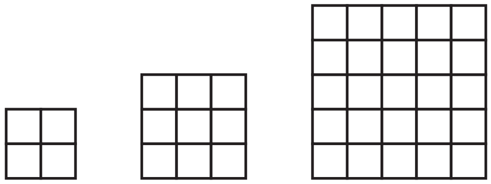
c. ¿Cuánto dinero más gana la película en general?

CONEXIONES MATEMÁTICAS **En los Ejercicios 47 y 48, cada cuadrado pequeño representa 1 pulgada cuadrada. Determina si las áreas de las figuras forman una secuencia aritmética. Si es así, escribe una función *f* que represente la secuencia aritmética y halla *f*(30).**

47.



48.



49. **RAZONAR** ¿El dominio de una secuencia aritmética es discreto o continuo? ¿El rango de una secuencia aritmética es discreto o continuo?

50. **ARGUMENTAR** Tu amigo dice que el rango de una función que representa una secuencia aritmética siempre contiene solo números positivos o solo números negativos. Tu amigo afirma que esto es verdadero porque el dominio es el conjunto de enteros positivos y los valores de salida aumentan constantemente o disminuyen constantemente. ¿Tiene razón tu amigo? Explica.

51. **FINAL ABIERTO** Escribe los primeros cuatro términos de dos secuencias aritméticas diferentes con una diferencia común de -3. Escribe una ecuación para el n-ésimo término de cada secuencia.

52. **ESTIMULAR EL PENSAMIENTO** Describe una secuencia aritmética que represente los números de personas en una situación de la vida real.

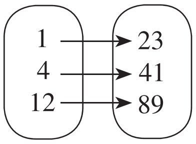
53. **RAZONAMIENTO REPETIDO** Se apilan leños de madera. La fila inferior tiene 20 troncos y la fila superior tiene 14 troncos. Cada fila tiene un tronco más que la fila encima de ella. ¿Cuántos troncos hay en la pila?

54. **¿CÓMO LO VES?** En la gráfica de barras, se muestran los costos de publicidad en una revista.

a. ¿La gráfica representa una secuencia aritmética? Explica.

b. Explica cómo calcularías el costo de una publicidad de seis páginas en la revista.

55. **RAZONAR** Escribe una función *f* que represente la secuencia aritmética mostrada en el diagrama de relación.



56. **RESOLVER PROBLEMAS** Un tren se detiene en una estación cada 12 minutos desde las 6:00 A.M. Llegas a la estación a las 7:29 A.M. ¿Cuánto tienes que esperar hasta que llegue el tren?

57. **RAZONAMIENTO ABSTRACTO** Sea x una constante. Determina si cada secuencia es una secuencia aritmética. Explica.

a. $x + 6, 3x + 6, 5x + 6, 7x + 6, \ldots$

b. $x + 1, 3x + 1, 9x + 1, 27x + 1, \ldots$

Mantener el dominio de las matemáticas

Repasar lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Resuelve la desigualdad. Haz una gráfica de la solución. *(Sección 2.2)*

58. $x + 8 \geq -9$

59. $15 < b - 4$

60. $t - 21 < -12$

61. $7 + y \leq 3$

Haz una gráfica de *f* y *h*. Describe las transformaciones de la gráfica de *f* a la gráfica de *h*. *(Sección 3.6)*

62. $f(x) = x;\ h(x) = 4x + 3$

63. $f(x) = x;\ h(x) = -x - 8$

64. $f(x) = x;\ h(x) = -\frac{1}{2}x + 5$

65. $f(x) = x;\ h(x) = \frac{1}{4}x - 1$

4.4–4.6 ¿Qué aprendiste?

Vocabulario Esencial

diagrama de dispersión, *pág. 186*
correlación, *pág. 187*
línea de ajuste, *pág. 188*
residuo, *pág. 192*
regresión lineal, *pág. 193*
línea de mejor ajuste, *pág. 193*
coeficiente de correlación, *pág. 193*
interpolación, *pág. 195*
extrapolación, *pág. 195*
causalidad, *pág. 195*
secuencia, *pág. 200*
término, *pág. 200*
secuencia aritmética, *pág. 200*
diferencia común, *pág. 200*

Conceptos Esenciales

Sección 4.4

Diagrama de dispersión, *pág. 186*
Identificar correlaciones, *pág. 187*
Usar una línea de ajuste para representar datos, *pág. 188*

Sección 4.5

Residuos, *pág. 192*
Líneas de mejor ajuste, *pág. 193*
Correlación y causalidad, *pág. 195*

Sección 4.6

Secuencia aritmética, *pág. 200*
Ecuación para una secuencia aritmética, *pág. 202*

Prácticas matemáticas

1. ¿Qué recursos puedes usar para ayudarte a responder el Ejercicio 17 de la página 190?
2. Explica por qué tu conjunto de datos en el Ejercicio 25 de la página 198 no tiene una relación causal. ¿Existe alguna manera en que la que puedas cambiar una de las variables de tu conjunto de datos para que tenga una relación causal? Explica.
3. ¿Qué cálculos se repiten en los Ejercicios 11–16 de la página 204? Cuando hallas un término como a_{50}, ¿existe un método general o método abreviado que puedes usar en vez de cálculos repetidos?

Tarea de desempeño:

Energía eólica futura

¿Alguna vez te has preguntado qué cantidad de la energía que usas proviene de la energía eólica? ¿El crecimiento de las granjas eólicas en los Estados Unidos puede representarse mediante una función lineal? ¿Puedes determinar cuánta energía eólica se necesitará en el futuro?

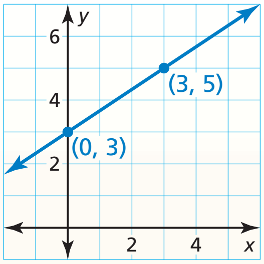
Para explorar las respuestas a estas preguntas y más, consulta la Tarea de desempeño y el video STEM de la vida real en ***BigIdeasMath.com***.

4 Repaso del capítulo

Soluciones dinámicas disponibles en *BigIdeasMath.com*

4.1 Escribir ecuaciones en forma de pendiente e intersección *(págs. 165–170)*

Escribe una ecuación de la recta en forma de pendiente e intersección.



Halla la pendiente y la intersección con el eje y.

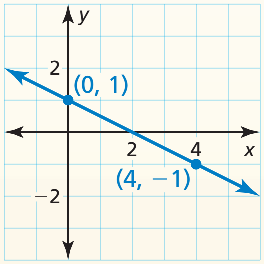
Sea $(x_1, y_1) = (0, 3)$ y $(x_2, y_2) = (3, 5)$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 3}{3 - 0} = \frac{2}{3}$$

Como la recta cruza el eje y en (0, 3), la intersección con el eje y es 3.

▶ Entonces, la ecuación es $y = \frac{2}{3}x + 3$.

1. Escribe una ecuación de la recta en forma de pendiente e intersección.



Escribe una función lineal *f* con los valores dados.

2. $f(0) = 8, f(4) = 20$

3. $f(0) = 5, f(2) = -3$

4. $f(5) = -1, f(0) = -1$

5. $f(-4) = 0, f(0) = 0$

4.2 Escribir ecuaciones en forma de punto y pendiente *(págs. 171–176)*

Escribe una ecuación en forma de punto y pendiente de la recta que pasa por el punto (−1, −8) y tiene una pendiente de 3.

$y - y_1 = m(x - x_1)$ Escribe la forma de punto y pendiente.

$y - (-8) = 3[x - (-1)]$ Sustituye 3 por m, −1 por x_1, y −8 por y_1.

$y + 8 = 3(x + 1)$ Simplifica.

▶ La ecuación es $y + 8 = 3(x + 1)$.

6. Escribe una ecuación en forma de punto y pendiente de la recta que pasa por el punto (4, 7) y que tiene una pendiente de −1.

Escribe una ecuación en forma de pendiente e intersección de la recta que pasa por los puntos dados.

7. (−2, 15), (6, 11)

8. (7, −4), (3, −1)

9. (−8, −15), (−6, 11)

Escribe una función lineal *f* con los valores dados.

10. $f(10) = 5, f(2) = -3$

11. $f(3) = -4, f(5) = -4$

12. $f(6) = 8, f(9) = 3$

4.3 Escribir ecuaciones de rectas paralelas y perpendiculares (págs. 177–182)

Determina cuáles de las rectas, si las hay, son paralelas o perpendiculares.

Recta *a*: $y = 2x + 3$ Recta *b*: $2y + x = 5$ Recta *c*: $4y - 8x = -4$

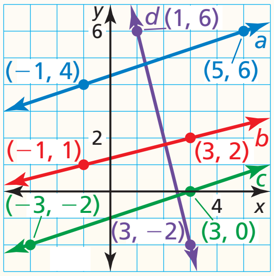
Escribe las ecuaciones en forma de pendiente e intersección. Luego, compara las pendientes.

Recta *a*: $y = 2x + 3$ Recta *b*: $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ Recta *c*: $y = 2x - 1$

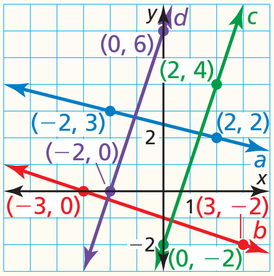
▶ Las rectas *a* y *c* tienen pendientes de 2, entonces son paralelas. La recta *b* tiene una pendiente de $-\frac{1}{2}$, el recíproco negativo de 2, entonces es perpendicular a las rectas *a* y *c*.

Determina cuáles de las rectas, si las hay, son paralelas o perpendiculares. Explica.

13.



14.



15. La recta *a* pasa por (0, 4) y (4, 3).
La recta *b* pasa por (0, 1) y (4, 0).
La recta *c* pasa por (2, 0) y (4, 4).

16. Recta *a*: $2x - 7y = 14$
Recta *b*: $y = \frac{7}{2}x - 8$
Recta *c*: $2x + 7y = -21$

17. Escribe una ecuación de la recta que pasa por (1, 5) y es paralela a la recta $y = -4x + 2$.

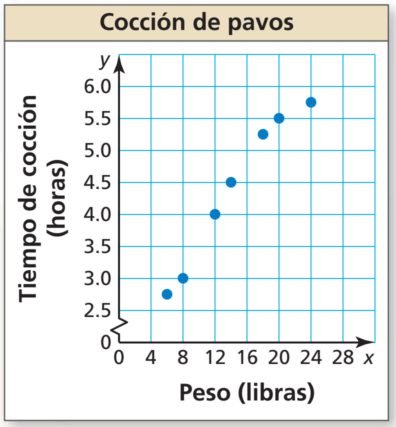
18. Escribe una ecuación de la recta que pasa por (2, −3) y es perpendicular a la recta $y = -2x - 3$.

4.4 Diagramas de dispersión y líneas de ajuste (págs. 185–190)

El diagrama de dispersión muestra los tiempos de cocción (en horas) y los pesos (en libras) de siete pavos. Indica si los datos muestran una correlación *positiva*, *negativa* o *ninguna* correlación.

A medida que aumenta el peso del pavo, aumenta el tiempo de cocción.

▶ Entonces, el diagrama de dispersión muestra una correlación positiva.



Usa el diagrama de dispersión en el ejemplo.

19. ¿Cuál es el tiempo de cocción de un pavo de 12 libras?

20. ¿Cuál es el peso de un pavo que tarda 5.5 horas en cocinarse?

21. Escribe una ecuación que represente el tiempo de cocción como una función del peso de un pavo. Interpreta la pendiente y la intersección con el eje *y* de la línea de ajuste.

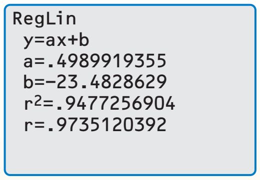
4.5 Analizar líneas de ajuste *(págs. 191–198)*

En la tabla, se muestran las alturas x (en pulgadas) y las tallas de zapatos y de varios estudiantes. Usa una calculadora gráfica para hallar una ecuación de la línea de mejor ajuste. Identifica e interpreta el coeficiente de correlación.

Altura, x	Talla de zapato, y
64	9
62	7
70	12
63	8
72	13
68	9.5
66	9
74	13.5
68	10
59	6.5

Paso 1 Ingresa los datos de la tabla en dos listas.

Paso 2 Usa la función *regresión lineal*.



```
RegLin
 y=ax+b
 a=.4989919355
 b=−23.4828629
 r²=.9477256904
 r=.9735120392
```

▶ Una ecuación de la línea de mejor ajuste es $y = 0.50x - 23.5$. El coeficiente de correlación es aproximadamente 0.974. Esto significa que la relación entre las alturas y las tallas de zapatos tienen una fuerte correlación positiva y la ecuación representa fielmente los datos.

22. Haz un diagrama de dispersión de los residuos para verificar que el modelo del ejemplo sea un buen ajuste.

23. Usa los datos del ejemplo. (a) Aproxima la altura de un estudiante cuya talla de zapato es 9. (b) Predice la talla de zapato de un estudiante cuya altura es 60 pulgadas.

24. ¿Existe una relación causal en los datos del ejemplo? Explica.

4.6 Secuencias aritméticas *(págs. 199–206)*

Escribe una ecuación para el n-ésimo término de la secuencia aritmética $-3, -5, -7, -9, \ldots$. Luego, halla a_{20}.

El primer término es −3 y la diferencia común es −2.

$a_n = a_1 + (n - 1)d$ Ecuación para una secuencia aritmética

$a_n = -3 + (n - 1)(-2)$ Sustituye −3 por a_1 y −2 por d.

$a_n = -2n - 1$ Simplifica.

Usa la ecuación para hallar el término 20.

$a_{20} = -2(20) - 1$ Sustituye 20 por n.

$= -41$ Simplifica.

▶ El término 20 de la secuencia aritmética es −41.

Escribe los siguientes tres términos de la secuencia aritmética.

25. $15, 4, -7, -18, \ldots$

26. $2.1, 2.8, 3.5, 4.2, \ldots$

27. $\frac{7}{8}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \frac{1}{2}, \ldots$

Escribe una ecuación para el n-ésimo término de la secuencia aritmética. Luego, halla a_{30}.

28. $11, 10, 9, 8, \ldots$

29. $6, 12, 18, 24, \ldots$

30. $-9, -6, -3, 0, \ldots$

4 Prueba del capítulo

Escribe una ecuación en forma de pendiente e intersección de la recta con las características dadas.

1. pendiente $= \frac{2}{5}$; intersección con el eje $y = -7$

2. pasa por $(0, 6)$ y $(3, -3)$

3. paralela a la recta $y = 3x - 1$; pasa por $(-2, -8)$

4. paralela a la recta $y = \frac{2}{3}$; pasa por $(-4, 12)$

5. perpendicular a la recta $y = \frac{1}{4}x - 9$; pasa por $(1, 1)$

Escribe una ecuación en forma de punto y pendiente de la recta con las características dadas.

6. pendiente $= 10$; pasa por $(6, 2)$

7. pasa por $(-3, 2)$ y $(6, -1)$

8. La primera fila de un auditorio tiene 42 asientos. Cada fila después de la primera tiene tres asientos más que la fila anterior.

a. Halla el número de asientos en la fila 25.

b. ¿Qué fila tiene 90 asientos?

9. Los vértices de un cuadrilátero son $J(1, 7)$, $K(6, 4)$, $L(2, -6)$, y $M(-3, -3)$. ¿El cuadrilátero $JKLM$ es un paralelogramo? ¿Un rectángulo? Explica.

10. En la tabla, se muestra la cantidad x (en dólares) gastada en publicidad para un festival vecinal y la asistencia y al festival durante varios años.

Publicidad (dólares), *x*	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000
Asistencia anual, *y*	400	550	550	800	650	800	1050	1100

a. Haz un diagrama de dispersión de los datos. Describe la correlación.

b. Escribe una ecuación que represente la asistencia como una función de la cantidad gastada en publicidad.

c. Interpreta la pendiente y la intersección con el eje y de la línea de ajuste.

11. Considera los datos de la tabla del Ejercicio 10.

a. Usa una calculadora gráfica para hallar una ecuación de la línea de mejor ajuste.

b. Identifica e interpreta el coeficiente de correlación.

c. ¿Cómo esperarías que se viera el diagrama de dispersión de los residuos?

d. ¿Existe una relación causal en los datos? Explica tu razonamiento.

e. Predice la cantidad que se debe gastar en publicidad para lograr que 2000 personas asistan al festival.

12. Sean a, b, c y d constantes. Determina cuáles de las rectas, si las hay, son paralelas o perpendiculares. Explica.

Recta 1: $y - c = ax$ Recta 2: $ay = -x - b$ Recta 3: $ax + y = d$

13. Escribe una función lineal h con los valores $h(2.5) = -1$ y $h(3) = -6$.

4 Evaluación acumulativa

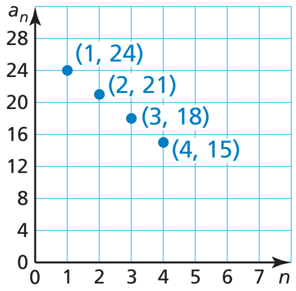
1. ¿Qué función representa la secuencia aritmética mostrada en la gráfica?

Ⓐ $f(n) = 15 + 3n$

Ⓑ $f(n) = 4 - 3n$

Ⓒ $f(n) = 27 - 3n$

Ⓓ $f(n) = 24 - 3n$



2. ¿Cuáles de las desigualdades son equivalentes?

$3x + 6 \leq 8 + 2x$

$5x - 5 \geq 7x - 9$

$12 - 3x \leq 18$

$-2 - \frac{3}{2}x \geq -3 - x$

3. Completa la tabla para las cuatro siguientes situaciones. Explica tu razonamiento.

a. el precio de un par de pantalones y el número vendido

b. el número de celulares y el número de taxis en una ciudad

c. el coeficiente intelectual de una persona y el tiempo que tarda en correr 50 metros

d. la cantidad de tiempo dedicado a estudiar y la calificación obtenida

Situación	Correlación		Causalidad	
	Sí	No	Sí	No
a.				
b.				
c.				
d.				

4. Considera la función $f(x) = x - 1$. Selecciona las funciones que se muestran en la gráfica. Explica tu razonamiento.

$g(x) = f(x + 2)$

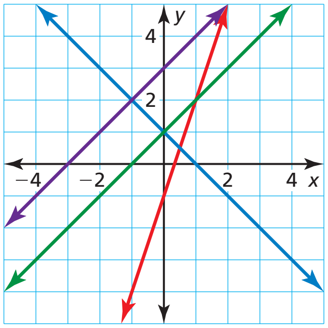
$h(x) = f(3x)$

$k(x) = f(x) + 4$

$p(x) = f(-x)$

$r(x) = 3f(x)$

$q(x) = -f(x)$



5. Usa los números para completar valores para m y b en la ecuación $y = mx + b$ para que su gráfica pase por los puntos (6, 1) y (−2, −3).

-5 $\quad -2$ $\quad -1$ $\quad -\frac{1}{2}$ $\quad 0$ $\quad \frac{1}{2}$ $\quad 1$ $\quad 2$ $\quad 5$

6. La ecuación de una recta es $x + 2y = 10$.

a. Usa los números y los símbolos para crear una ecuación de una recta en forma de pendiente e intersección que pase por el punto $(4, -5)$ y sea paralela a la recta dada.

b. Usa los números y los símbolos para crear una ecuación de una recta en forma de pendiente e intersección que pase por el punto $(2, -1)$ y sea perpendicular a la recta dada.

y	x	$=$	$+$	$-$	-9	-2	-1
$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	3	4	5

7. Afirmas que puedes crear una relación que sea una función y tu amiga afirma que ella puedes crear una relación que no sea una función. Con los números dados, crea una relación de cinco pares ordenados que respalden tu afirmación. ¿Qué relación de cinco pares ordenados puede usar tu amiga para respaldar su afirmación?

-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4

8. Tienes dos cupones que puedes usar en un restaurante. Escribe y resuelve una ecuación para determinar cuánto debe ser tu cuenta total para que ambos cupones te ahorren la misma cantidad de dinero.

20% de descuento

en la compra total

$5

de descuento

Cualquier comida

de $10 o más

9. En la tabla, se muestran las temperaturas altas diarias x (en grados Fahrenheit) y los números y de paletas de fruta vendidas en ocho días seleccionados al azar. La ecuación $y = 3x - 50$ representa los datos.

Temperatura (°F), *x*	54	60	68	72	78	84	92	98
Paletas de fruta, *y*	40	120	180	260	280	260	220	180

a. Selecciona los puntos que aparecen en un diagrama de dispersión de los residuos.

$(92, -6)$	$(78, 96)$	$(60, -10)$	$(84, 58)$	$(98, -64)$
$(72, 94)$	$(54, -72)$	$(96, 78)$	$(60, 10)$	$(68, 26)$

b. Determina si el modelo es un buen ajuste para los datos. Explica tu razonamiento.