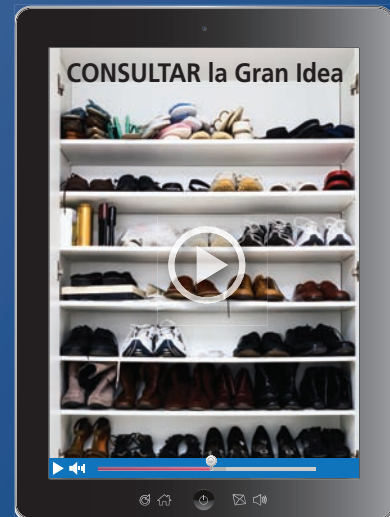


11 Análisis y representaciones de datos

- 11.1 Medidas de centro y variación
- 11.2 Diagramas de distribución de datos
- 11.3 Formas de distribuciones
- 11.4 Tablas de doble entrada
- 11.5 Elegir una representación de datos



Mirar deportes en la televisión (pág. 616)



Zapatos (pág. 603)



Mochileros (pág. 594)



Altitudes de los aviones (pág. 589)



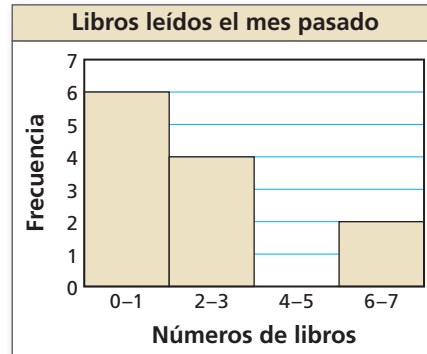
Puntajes de un juego de boliche (pág. 591)

Mantener el dominio de las matemáticas

Representar datos

Ejemplo 1 La tabla de frecuencias muestra los números de libros que 12 personas leyeron el mes pasado. Representa los datos en un histograma.

Números de libros	Frecuencia
0-1	6
2-3	4
4-5	0
6-7	2



Ejemplo 2 La tabla muestra los resultados de una encuesta. Representa los datos en una gráfica circular.

Lugar de la excursión	Parque acuático	Museo	Zoológico	Otro
Estudiantes	25	11	5	4

Un total de 45 estudiantes tomó la encuesta.

Parque acuático:

$$\frac{25}{45} \cdot 360^\circ = 200^\circ$$

Zoológico:

$$\frac{5}{45} \cdot 360^\circ = 40^\circ$$

Museo:

$$\frac{11}{45} \cdot 360^\circ = 88^\circ$$

Otro:

$$\frac{4}{45} \cdot 360^\circ = 32^\circ$$

Lugar de la excursión



La tabla muestra los resultados obtenidos de una encuesta. Representa los datos en un histograma.

1.

Actividades extraescolares	Frecuencia
0-1	11
2-3	8
4-5	6
6-7	1

2.

Mascotas	Frecuencia
0-1	10
2-3	18
4-5	2

La tabla muestra los resultados obtenidos de una encuesta. Representa los datos en una gráfica circular.

3.

Materia favorita	Matemáticas	Ciencias	Inglés	Historia
Estudiantes	8	5	7	4

4. **RAZONAMIENTO ABSTRACTO** Veinte personas respondieron “sí” o “no” a una pregunta de una encuesta. Imagina que a y b representan las frecuencias de las respuestas. ¿Qué debe ser cierto de la suma de a y b ? ¿Qué debe ser cierto de la suma cuando “tal vez” es una opción para la respuesta?

Prácticas matemáticas

Los estudiantes que dominan las matemáticas usan diagramas y gráficas para demostrar relaciones entre datos. Pueden analizar estos datos para sacar conclusiones.

Usar representaciones de datos

Concepto Esencial

Representar datos de manera gráfica

Cuando resuelvas un problema que incluya datos, es útil representar los datos de manera gráfica.

Representación de datos

¿Qué hace?



Pictograma

muestra los datos usando dibujos

Gráfica de barras

muestra los datos en categorías específicas



Gráfica circular

muestra los datos como parte de un todo



Gráfica lineal

muestra cómo los datos cambian con el transcurso del tiempo



Histograma

muestra las frecuencias de los valores de los datos en intervalos del mismo tamaño.



Gráfica de tallo y hojas

ordena los datos numéricos y muestra cómo están distribuidos



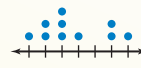
Diagrama de distribución de datos

muestra la variabilidad de un conjunto de datos usando cuartiles



Gráfica de puntos

muestra el número de veces que cada valor ocurre en un conjunto de datos



Gráfica de dispersión

muestra la relación entre dos conjuntos de datos usando pares ordenados en un plano de coordenadas.



Monitoreo del progreso

- La tabla muestra las poblaciones estimadas de hombres y de mujeres por edad en los Estados Unidos en 2012. Usa una hoja de cálculo, una calculadora gráfica u otra forma de tecnología para hacer dos representaciones diferentes de los datos.
- Explica por qué elegiste cada tipo de representación de datos en la pregunta 1 de Monitoreo del Progreso. ¿Qué conclusiones puedes inferir a partir de tus representaciones de los datos?

Población de los Estados Unidos por edad y género		
Edades (años)	Hombres	Mujeres
0–14	31,242,542	29,901,556
15–29	33,357,203	31,985,028
30–44	30,667,513	30,759,902
45–59	31,875,279	33,165,976
60–74	19,737,347	22,061,730
75–89	6,999,292	10,028,195

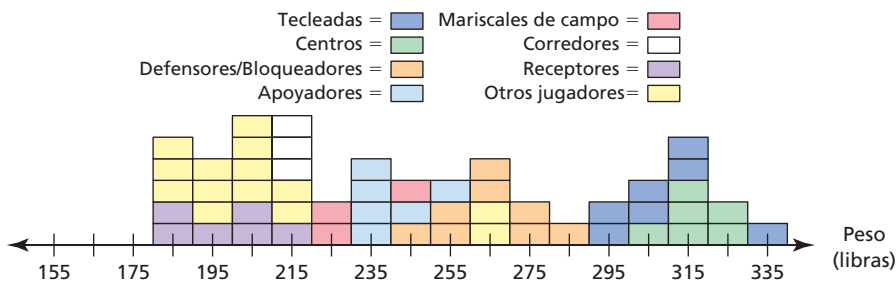
11.1 Medidas de centro y variación

Pregunta esencial ¿Cómo puedes describir la variación de un conjunto de datos?

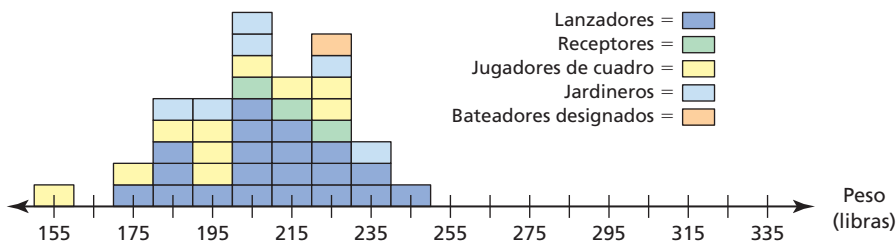
EXPLORACIÓN 1 Describir la variación de los datos

Trabaja con un compañero. Las gráficas muestran los pesos de los jugadores que juegan en un equipo profesional de fútbol americano y en un equipo profesional de béisbol.

Pesos de los jugadores de un equipo de fútbol americano



Pesos de los jugadores de un equipo de béisbol



CONSTRUIR ARGUMENTOS VIABLES

Para dominar las matemáticas, necesitas razonar los datos de manera inductiva y luego, necesitas pensar en argumentos razonables que tengan en cuenta el contexto en donde obtuviste los datos.

- Describe los datos en cada gráfica en términos de cuánto varían los pesos con respecto a la media. Explica tu razonamiento.
- Compara cuánto varían los pesos de los jugadores del equipo de fútbol americano con respecto a la media con cuánto varían los pesos de los jugadores del equipo de béisbol con respecto a la media.
- ¿Existe una correlación entre el peso del cuerpo y la posición que ocupan los jugadores en el equipo profesional de fútbol americano?, ¿en el equipo profesional de béisbol? Explica.

EXPLORACIÓN 2 Describir la variación de los datos

Trabaja con un compañero. Los pesos (en libras) de los jugadores de un equipo de básquetbol profesional según la posición que ocupan son los siguientes:

Ala-pívots: 235, 255, 295, 245; Aleros: 235, 235;

Pívots: 255, 245, 325; Bases: 205, 185, 205; Escoltas: 205, 215, 185

Haz una gráfica que represente los pesos y las posiciones de los jugadores. ¿Existe una correlación entre los pesos de los cuerpos y las posiciones que ocupan los jugadores en el equipo profesional de básquetbol? Explica tu razonamiento.

Comunicar tu respuesta

- ¿Cómo describirías la variación en un conjunto de datos?

11.1 Lección

Vocabulario Esencial

medida de centro, pág. 586
 media, pág. 586
 mediana, pág. 586
 moda, pág. 586
 valor extremo, pág. 587
 medida de variación, pág. 587
 rango, pág. 587
 desviación estándar, pág. 588
 transformación de datos,
 pág. 589

Qué aprenderás

- ▶ Comparar la media, la mediana y la moda de un conjunto de datos.
- ▶ Encontrar el rango y la desviación estándar de un conjunto de datos.
- ▶ Identificar los efectos de las transformaciones en los datos.

Comparar la media, la mediana y la moda

Una **medida de centro** es una medida que representa el centro o un valor típico de un conjunto de datos. La *media*, la *mediana* y la *moda* son medidas de centro.

Concepto Esencial

Media

La **media** de un conjunto de datos numéricos es la suma de los datos dividida entre el número de valores de datos. El símbolo \bar{x} representa la media. Se lee como “x barra.”

Mediana

La **mediana** de un conjunto de datos numéricos es el número del centro cuando los valores están escritos en orden numérico. Cuando un conjunto de datos posee una cantidad par de valores, la mediana es la media entre los dos valores centrales.

Moda

La **moda** de un conjunto de datos es el valor o los valores que ocurren con mayor frecuencia. Puede haber una o más modas o incluso ninguna moda

EJEMPLO 1

Comparar medidas de centro

Un parque de diversiones contrata estudiantes para que trabajen allí durante el verano. A continuación se muestra una tabla con los salarios por hora.

- Halla la media, la mediana y la moda de los salarios por hora.
- ¿Cuál es la medida de centro que mejor representa los datos? Explica.

SOLUCIÓN

a. **Media** $\bar{x} = \frac{16.5 + 8.75 + 8.65 + 9.1 + 8.25 + 8.45 + 8.25 + 9.25}{8} = 9.65$

Mediana 8.25, 8.25, 8.45, 8.65, 8.75, 9.10, 9.25, 16.50 **Ordena los datos.**

$$\frac{17.4}{2} = 8.7$$

Media de dos valores del medio

Moda 8.25, 8.25, 8.45, 8.65, 8.75, 9.10, 9.25, 16.50 **8.25 ocurre más a menudo.**

- ▶ La media es \$9.65, la mediana es \$8.70, y la moda es \$8.25.

- La mediana es la que mejor representa los datos. La moda es menor que la mayoría de los datos mientras que el valor de la media es mayor que la mayoría de los datos.

CONSEJO DE ESTUDIO

La moda es la única medida de centro que puede representar un conjunto de datos no numéricos.



Monitoreo del progreso



Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

- ¿QUÉ PASA SI?** El parque contrata a otro estudiante con un salario de \$8.45 por hora.
 - ¿Cómo afecta este valor adicional a la media, la mediana, y la moda? Explica.
 - ¿Cuál es la medida de centro que mejor representa los datos? Explica.

Un **valor extremo** es aquél valor que es bastante mayor que o bastante menor que los otros valores contenidos en un conjunto de datos.

EJEMPLO 2 Quitar un valor extremo

Toma en cuenta los datos del Ejemplo 1: (a) Identifica el valor extremo. ¿De qué manera el valor extremo afecta a la media, a la mediana y a la moda? (b) Da una posible explicación del valor extremo.

SOLUCIÓN

- a. El valor de \$16.50 es mucho mayor que los otros salarios. Este valor es el valor extremo. Halla la media, la mediana y la moda sin tener en cuenta el valor extremo.

$$\text{Media } \bar{x} = \frac{8.75 + 8.65 + 9.1 + 8.25 + 8.45 + 8.25 + 9.25}{7} \approx 8.67$$

Mediana 8.25, 8.25, 8.45, **8.65**, 8.75, 9.10, 9.25 El valor del medio es 8.65.

Moda **8.25, 8.25**, 8.45, 8.65, 8.75, 9.10, 9.25 La moda es 8.25.

- ▶ Cuando se quita el valor extremo, la media disminuye en $\$9.65 - \$8.67 = \$0.98$, la mediana disminuye en $\$8.70 - \$8.65 = \$0.05$ y la moda es la misma.

- b. El valor extremo podría ser un estudiante contratado para mantener el sitio web del parque, mientras que los otros estudiantes podrían ser los encargados de los juegos.

CONSEJO DE ESTUDIO

Por lo general, los valores extremos afectan mayormente a la media.

Salarios anuales	
\$32,000	\$42,000
\$41,000	\$38,000
\$38,000	\$45,000
\$72,000	\$35,000

Monitoreo del progreso Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

2. La tabla muestra los salarios anuales de los empleados de un taller mecánico.
- Identifica el valor extremo. ¿Cómo afecta el valor extremo a la media, a la mediana y a la moda?
 - Da una posible explicación del valor extremo.

Encontrar el rango y la desviación estándar

Una **medida de variación** es una medida que describe la dispersión, o la distribución, de un conjunto de datos. El **rango** es una medida de variación. El rango de un conjunto de datos es la diferencia entre el valor mayor y el valor menor.

EJEMPLO 3 Encontrar un rango

Dos reality-shows de cocina seleccionaron cada uno a 12 participantes. Las tablas muestran las edades de los participantes. Halla el rango de las edades para cada show. Compara tus resultados.

Show A		Show B	
Edades		Edades	
20	29	25	19
19	22	20	27
25	27	22	25
27	29	27	22
30	20	48	21
21	31	32	24

SOLUCIÓN

Show A 19, 20, 20, 21, 22, 25, 27, 27, 29, 29, 30, 31 Ordena los datos.
Entonces, el rango es $31 - 19$ o 12 años.

Show B 19, 20, 21, 22, 22, 24, 25, 25, 27, 27, 32, 48 Ordena los datos.
Entonces, el rango es $48 - 19$ o 29 años.

- ▶ El rango de las edades para el Show A es 12 años y el rango de las edades para el Show B es 29 años. Entonces, las edades para el Show B son más dispersas.

Monitoreo del progreso Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

3. Después de la primera semana, el participante de 25 años del Show A y el participante de 48 años del Show B son expulsados del programa. ¿Cómo afecta esto al rango de las edades del resto de los participantes que permanecen en cada show del Ejemplo 3? Explica.

Una desventaja de usar el rango para describir la dispersión de un conjunto de datos es que usa solamente dos valores de datos. La medida de variación que usa todos los valores de un conjunto de datos se denomina *desviación estándar*.

Concepto Esencial

RECUERDA

Los puntos suspensivos "... " indican que un patrón continúa.



Desviación estándar

La **desviación estándar** de un conjunto de datos numéricos es una medida que indica qué tanto un valor típico en el conjunto de datos difiere de la media. El símbolo σ representa la desviación estándar. Se lee como "sigma". Está dado por

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$$

donde n es el número de valores en el conjunto de datos. La desviación de un valor de datos x es la diferencia del valor de los datos y la media del conjunto de datos, $x - \bar{x}$.

Paso 1 Halla la media, \bar{x} .

Paso 2 Halla la desviación de cada valor de datos, $x - \bar{x}$.

Paso 3 Eleva al cuadrado cada desviación, $(x - \bar{x})^2$.

Paso 4 Halla la media de las desviaciones elevadas al cuadrado. Esto se denomina la *varianza*.

Paso 5 Saca la raíz cuadrada de la varianza.

Una desviación estándar pequeña significa que los datos están agrupados alrededor de la media. Una desviación estándar grande significa que los datos están más dispersos.

EJEMPLO 4 Encontrar una desviación estándar

Halla la desviación estándar de las edades para el Show A del Ejemplo 3. Usa una tabla para organizar tu trabajo. Interpreta tu resultado.

SOLUCIÓN

Paso 1 Halla la media, \bar{x} .

$$\bar{x} = \frac{300}{12} = 25$$

Paso 2 Halla la desviación de cada valor de datos, $x - \bar{x}$, como se muestra.

Paso 3 Eleva al cuadrado cada desviación, $(x - \bar{x})^2$, como se muestra.

Paso 4 Halla la media de las desviaciones elevadas al cuadrado, o varianza.

$$\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2}{n} = \frac{25 + 16 + \cdots + 36}{12} = \frac{212}{12} \approx 17.7$$

Paso 5 Usa una calculadora para sacar la raíz cuadrada de la varianza.

$$\sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{212}{12}} \approx 4.2$$

► La desviación estándar es alrededor de 4.2. Esto significa que la edad típica de un participante del Show A difiere de la media en unos 4.2 años.

x	\bar{x}	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$
20	25	-5	25
29	25	4	16
19	25	-6	36
22	25	-3	9
25	25	0	0
27	25	2	4
27	25	2	4
29	25	4	16
30	25	5	25
20	25	-5	25
21	25	-4	16
31	25	6	36

Monitoreo del progreso Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

- Halla la desviación estándar de las edades para el Show B del Ejemplo 3. Interpreta tu resultado.
- Compara las desviaciones estándar para el Show A y para el Show B. ¿A qué conclusión llegas?

Efectos de las transformaciones de datos

Una **transformación de datos** es un procedimiento que usa una operación matemática para cambiar un determinado conjunto de datos a otro tipo de conjunto de datos diferente.

CONSEJO DE ESTUDIO

La desviación estándar sigue igual dado que la cantidad por la que cada valor de datos se desvía de la media, sigue igual.

Concepto Esencial

Transformación de datos usando la suma

Cuando se suma un número real k a cada valor en un conjunto de datos numéricos:

- Las medidas de centro del nuevo conjunto de datos se pueden hallar sumando k al valor original de las medidas de centro.
- Las medidas de variación del nuevo conjunto de datos son *iguales* a las medidas de variación originales.

Transformación de datos usando la multiplicación

Cuando se multiplica cada valor en un conjunto de datos numéricos por un número real k , donde $k > 0$, las medidas de centro y las medidas de variación pueden hallarse multiplicando las medidas originales por k .

EJEMPLO 5 Uso en la vida real

Toma en cuenta los datos del Ejemplo 1. (a) Halla la media, la mediana, la moda, el rango y la desviación estándar cuando cada salario por hora aumenta en \$0.50. (b) Halla la media, la mediana, la moda, el rango y la desviación estándar cuando cada salario por hora aumenta en un 10%.

SOLUCIÓN

Salarios por hora de los estudiantes	
\$17.00	\$8.75
\$9.25	\$8.95
\$9.15	\$8.75
\$9.60	\$9.75

a. Método 1 Haz una nueva tabla sumándole \$0.50 a cada salario por hora. Halla la media, la mediana, la moda, el rango y la desviación estándar del nuevo conjunto de datos.

▶ Media: \$10.15 Mediana: \$9.20 Moda: \$8.75
Rango: \$8.25 Desviación estándar: \$2.61

Método 2 Halla la media, la mediana, la moda, el rango y la desviación estándar del conjunto de datos original.

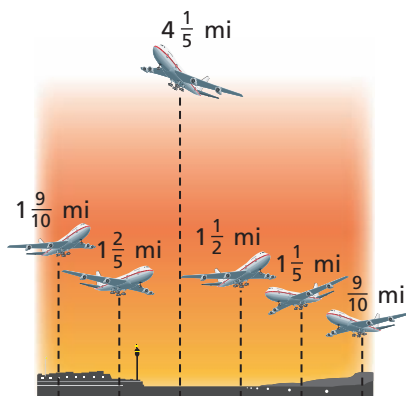
▶ Media: \$9.65 Mediana: \$8.70 Moda: \$8.25 **Del Ejemplo 1**
Rango: \$8.25 Desviación estándar: \$2.61

Suma \$0.50 a la media, a la mediana y a la moda. El rango y la desviación estándar son iguales al rango y a la desviación estándar originales.

▶ Media: \$10.15 Mediana: \$9.20 Moda: \$8.75
Rango: \$8.25 Desviación estándar: \$2.61

b. Aumentar en 10% significa multiplicar por 1.1. Entonces, multiplica la media, la mediana, la moda, el rango y la desviación estándar originales del Método 2 de la parte (a) por 1.1.

▶ Media: \$10.62 Mediana: \$9.57 Moda: \$9.08
Rango: \$9.08 Desviación estándar: \$2.87



Monitoreo del progreso Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

6. Halla la media, la mediana, la moda, el rango y la desviación estándar de las altitudes de los aviones si cada altitud aumenta en $1\frac{1}{2}$ millas.

Verificación de vocabulario y concepto esencial

- VOCABULARIO** En un conjunto de datos, ¿qué representa una medida de centro? ¿Qué describe una medida de variación?
- ESCRIBIR** Describe cómo quitar un valor extremo de un conjunto de datos puede afectar a la media del conjunto de datos.
- FINAL ABIERTO** Crea un conjunto de datos que tenga más de una moda.
- RAZONAR** ¿Cuál es una ventaja de usar el rango para describir un conjunto de datos? ¿Por qué crees que la desviación estándar es considerada una medida de variación más confiable que el rango?

Monitoreo del progreso y Representar con matemáticas

En los Ejercicios 5–8 (a) halla la media, la mediana y la moda del conjunto de datos y (b) determina cuál es la medida de centro que mejor representa los datos.

Explica. (*Consulta el Ejemplo 1*).

5. 3, 5, 1, 5, 1, 1, 2, 3, 15 6. 12, 9, 17, 15, 10

7. 13, 30, 16, 19, 20, 22, 25, 31

8. 14, 15, 3, 15, 14, 14, 18, 15, 8, 16

9. **ANALIZAR DATOS**

La tabla muestra las duraciones de nueve películas.

Duraciones de las películas (horas)		
$1\frac{1}{3}$	$1\frac{2}{3}$	2
3	$2\frac{1}{3}$	$1\frac{2}{3}$
2	2	$1\frac{2}{3}$

- Halla la media, la mediana y la moda de las duraciones.
- ¿Cuál es la medida de centro que mejor representa los datos? Explica.

10. **ANALIZAR DATOS** La tabla muestra los cambios diarios en el valor de una acción durante 12 días.

Cambios en el valor de una acción (dólares)			
1.05	2.03	-13.78	-2.41
2.64	0.67	4.02	1.39
0.66	-0.28	-3.01	2.20

- Halla la media, la mediana y la moda de las variaciones en el valor de las acciones.
- ¿Cuál medida de centro representa mejor los datos? Explica.
- El día número 13, el valor de la acción se incrementa en \$4.28. ¿De qué manera este valor adicional afecta a la media, a la mediana y a la moda? Explica.

En los Ejercicios 11–14, halla el valor de x .

11. 2, 8, 9, 7, 6, x ; La media es 6.

12. 12.5, -10, -7.5, x ; La media es 11.5.

13. 9, 10, 12, x , 20, 25; La mediana es 14.

14. 30, 45, x , 100; La mediana es 51.

15. **ANALIZAR DATOS** La tabla muestra las masas de ocho osos polares. (*Consulta el Ejemplo 2*).

Masas (kilogramos)			
455	262	471	358
364	553	62	351

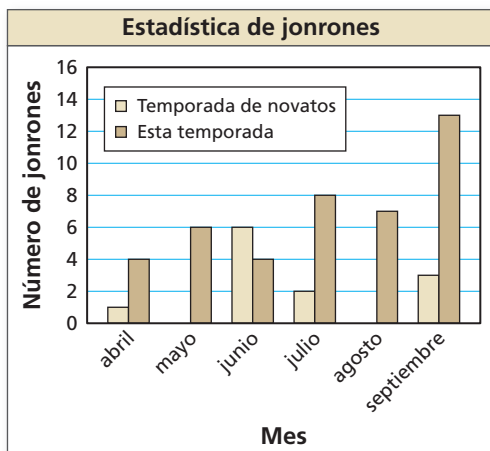
- Identifica el valor extremo. ¿Cómo afecta el valor extremo a la media, a la mediana y a la moda?
 - Describe una posible explicación para el valor extremo.
16. **ANALIZAR DATOS** Los tamaños de los correos electrónicos (en kilobytes) en tu bandeja de entrada son 2, 3, 5, 2, 1, 46, 3, 7, 2 y 1.

- Identifica el valor extremo. ¿Cómo afecta el valor extremo a la media, a la mediana y a la moda?
- Describe una posible explicación para el valor extremo.

17. **ANALIZAR DATOS** Se muestran los puntajes de dos jugadores de golf. Halla el rango de los puntajes para cada jugador. Compara tus resultados. (*Consulta el Ejemplo 3*).

Jugador de golf A		Jugador de golf B	
83	88	89	87
84	95	93	95
91	89	92	94
90	87	88	91
98	95	89	92

18. **ANALIZAR DATOS** La gráfica muestra el total de jonrones mensuales de un jugador de béisbol en dos temporadas. Halla el rango del número de jonrones para cada temporada. Compara tus resultados.



En los Ejercicios 19–22, halla (a) el rango y (b) la desviación estándar del conjunto de datos.

19. 40, 35, 45, 55, 60
20. 141, 116, 117, 135, 126, 121
21. 0.5, 2.0, 2.5, 1.5, 1.0, 1.5
22. 8.2, 10.1, 2.6, 4.8, 2.4, 5.6, 7.0, 3.3
23. **ANALIZAR DATOS** Toma en cuenta los datos del Ejercicio 17. (*Consulta el Ejemplo 4*).
- Halla la desviación estándar de los puntajes del jugador de golf A. Interpreta tu resultado.
 - Halla la desviación estándar de los puntajes del jugador de golf B. Interpreta tu resultado.
 - Compara las desviaciones estándar del jugador de golf A y del jugador de golf B. ¿A qué conclusión llegas?
24. **ANALIZAR DATOS** Toma en cuenta los datos del Ejercicio 18.
- Halla la desviación estándar del total de jonrones mensuales en la primera temporada del jugador. Interpreta tu resultado.
 - Halla la desviación estándar del total de jonrones mensuales de esta temporada. Interpreta los resultados.
 - Compara la desviación estándar para la primera temporada y para esta temporada. ¿A qué conclusión llegas?

En los Ejercicios 25 y 26, halla la media, la mediana y la moda del conjunto de datos después de la transformación dada.

25. En el ejercicio 5, cada valor de dato aumenta en 4.
26. En el ejercicio 6, cada valor de dato aumenta en 20%.

27. **TRANSFORMAR DATOS** Halla los valores de las medidas mostradas cuando cada valor del conjunto de datos aumenta en 14. (*Consulta el Ejemplo 5*).

Media: 62 Mediana: 55 Moda: 49
Rango: 46 Desviación estándar: 15.5

28. **TRANSFORMAR DATOS** Halla los valores de las medidas mostradas cuando cada valor del conjunto de datos se multiplica por 0.5.

Media: 320 Mediana: 300 Moda: ninguna
Rango: 210 Desviación estándar: 70.6

29. **ANÁLISIS DE ERRORES** Describe y corrige el error cometido al hallar la mediana del conjunto de datos.

X 7, 4, 6, 2, 4, 6, 8, 8, 3
La mediana es 4.

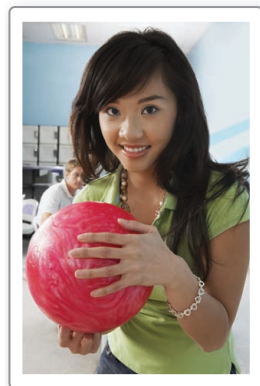
30. **ANÁLISIS DE ERRORES** Describe y corrige el error cometido al hallar el rango del conjunto de datos después de la transformación dada.

X -13, -12, -7, 2, 10, 13
Suma 10 a cada valor.
El rango es $26 + 10 = 36$.

31. **RESOLVER PROBLEMAS** En un juego de boliche, el equipo con la media de puntaje más alta gana el juego. A continuación, se muestran los puntajes de los miembros de dos equipos de boliche:

Equipo A: 172, 130, 173, 212
Equipo B: 136, 184, 168, 192

- ¿Cuál es el equipo que gana el juego? Si el equipo con la mediana más alta gana, ¿el resultado es el mismo? Explica.
- ¿Cuál equipo es más consistente? Explica.
- En otro partido entre los dos equipos, todos los miembros del equipo A aumentan sus puntajes en 15 y todos los miembros del equipo B aumentan sus puntajes en 12.5%. ¿Qué equipo gana el partido? Explica.



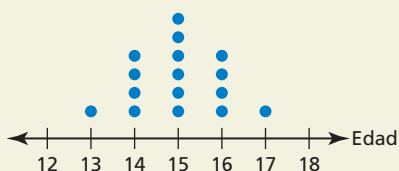
32. **ARGUMENTAR** Tu amigo dice que cuando dos conjuntos de datos tienen el mismo rango, puedes asumir que los conjuntos de datos tienen la misma desviación estándar, dado que tanto la desviación estándar como el rango son medidas de variación. ¿Tiene razón tu amigo? Explica.

33. **ANALIZAR DATOS** La tabla muestra los resultados de una encuesta en la que se le preguntó a 12 estudiantes sobre su comida favorita. ¿Cuál medida de centro (media, mediana o moda) puede ser utilizada para describir los datos? Explica.

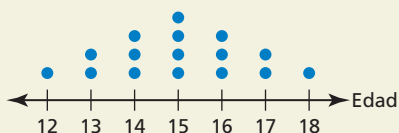
Comida favorita			
espagueti	pizza	bistec	hamburguesa
bistec	taco	pizza	chile
pizza	pollo	pescado	espagueti

34. **¿CÓMO LO VES?** Los gráficos de puntos muestran las edades de los miembros de tres clubes diferentes de aventuras. Sin realizar cálculos, ¿cuál conjunto de datos tiene la mayor desviación estándar? ¿Cuál tiene la menor desviación estándar? Explica tu razonamiento.

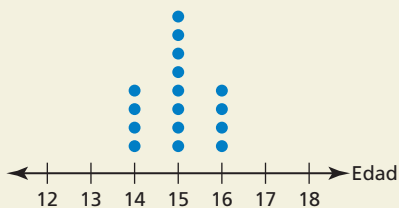
(A)



(B)



(C)



35. **RAZONAR** Se describe un conjunto de datos con las medidas mostradas.

Media: 27 Mediana: 32 Moda: 18

Rango: 41 Desviación estándar: 9

Halla la media, la mediana, la moda, el rango y la desviación estándar del conjunto de datos cuando cada valor de datos se multiplica por 3 y luego aumenta en 8.

36. **PENSAMIENTO CRÍTICO** ¿Puede la desviación estándar de un conjunto de datos ser 0? ¿Puede ser negativa? Explica.

37. **USAR HERRAMIENTAS** Mide las estaturas (en pulgadas) de los estudiantes de tu clase.

- Halla la media, la mediana, la moda, el rango y la desviación estándar de las estaturas.
- Un nuevo estudiante que mide 7 pies de alto se une a tu clase. ¿Cómo esperas que afecte la estatura de este estudiante las medidas obtenidas en la parte (a)? Verifica tu respuesta.

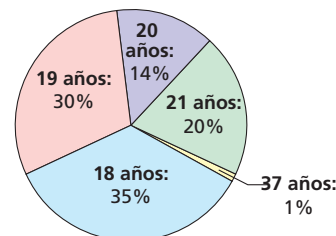
38. **ESTIMULAR EL PENSAMIENTO** Para hallar la media aritmética de n números, divide la suma de todos los números entre n . Para hallar la media geométrica de n números, $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$, saca la raíz enésima de los productos de los números.

$$\text{media geométrica} = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_n}$$

Compara la media aritmética con la media geométrica de n números.

39. **RESOLVER PROBLEMAS** La gráfica circular muestra la distribución de las edades de 200 estudiantes en una clase de Psicología I de una universidad.

Edades de los estudiantes de la universidad



- Halla la media, la mediana y la moda de las edades de los estudiantes.
- Identifica los valores extremos. ¿De qué manera los valores extremos afectan a la media, la mediana y la moda?
- Supón que los 200 estudiantes cursan la misma clase de Psicología II exactamente un año más tarde. Dibuja una gráfica circular que muestre la distribución de las edades de los estudiantes de esta clase y halla la media, la mediana y la moda de las edades de los estudiantes.

Mantener el dominio de las matemáticas

Repasar lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Resuelve la desigualdad. (Sección 2.4)

40. $6x + 1 \leq 4x - 9$ 41. $-3(3y - 2) < 1 - 9y$ 42. $2(5c - 4) \geq 5(2c + 8)$ 43. $4(3 - w) > 3(4w - 4)$

Evalúa la función para el valor dado de x . (Sección 6.3)

44. $f(x) = 4^x; x = 3$ 45. $f(x) = 7^x; x = -2$ 46. $f(x) = 5(2)^x; x = 6$ 47. $f(x) = -2(3)^x; x = 4$

11.2 Diagramas de distribución de datos

Pregunta esencial ¿Cómo puedes usar un diagrama de distribución de datos para describir un conjunto de datos?

EXPLORACIÓN 1 Dibujar un diagrama de distribución de datos

Trabaja con un compañero. Se muestran los números de primos hermanos que tienen los estudiantes de una clase de noveno año. Un *diagrama de distribución de datos* es una manera de representar los datos visualmente.

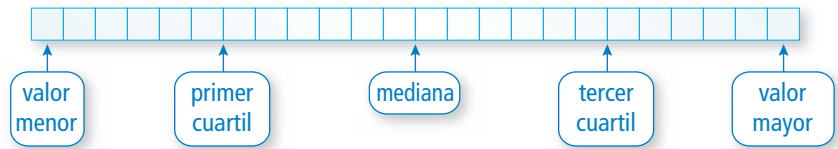
Números de primos hermanos			
3	10	18	8
9	3	0	32
23	19	13	8
6	3	3	10
12	45	1	5
13	24	16	14

- a. Ordena los datos en una tira de papel cuadrulado con 24 cuadrados que tengan el mismo espaciamiento.

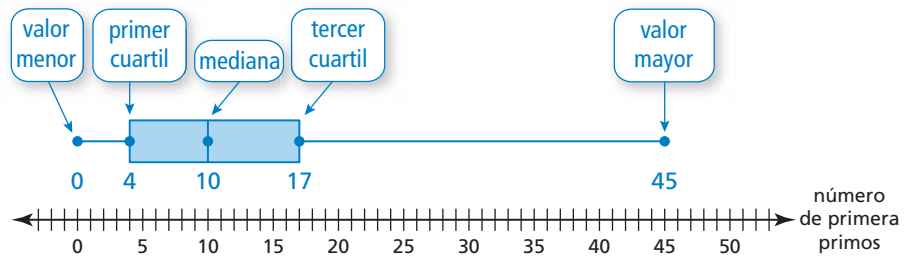


Dobla el papel a la mitad para hallar la mediana.

- b. Dobla el papel por la mitad de nuevo para dividir los datos en cuatro grupos. Dado que hay 24 números en el conjunto de datos, cada grupo debería tener 6 números. Halla el valor menor, el valor mayor, el primer cuartil y el tercer cuartil.



- c. Explica de qué manera el diagrama de distribución de datos que se muestra representa el conjunto de datos.



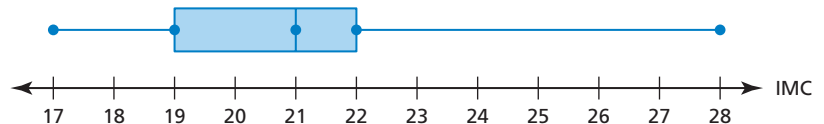
REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS

Para dominar las matemáticas, necesitas identificar las cantidades importantes en una situación práctica.

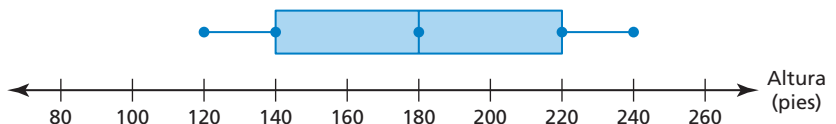
Comunicar tu respuesta

2. ¿Cómo puedes usar el diagrama de distribución de datos para describir un conjunto de datos?
3. Interpreta cada diagrama de distribución de datos.

- a. índices de masa corporal (IMC) de los estudiantes de una clase de noveno grado



- b. alturas de las montañas rusas en un parque de diversiones



11.2 Lección

Vocabulario Esencial

diagrama de distribución de datos, pág. 594
 cuartil, pág. 594
 resumen de cinco números, pág. 594
 rango intercuartil, pág. 595

CONSEJO DE ESTUDIO

A veces se denomina *cuartil inferior* al primer cuartil y *cuartil superior* al tercer cuartil.

Qué aprenderás

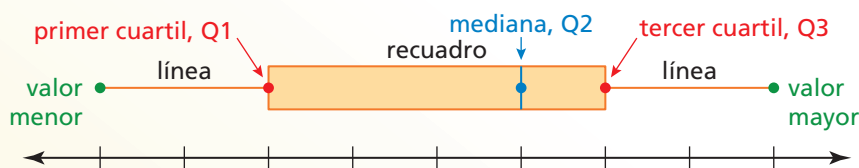
- ▶ Usar diagramas de distribución de datos para representar conjuntos de datos.
- ▶ Interpretar diagramas de distribución de datos.
- ▶ Usar diagramas de distribución de datos para comparar conjuntos de datos.

Usar diagramas de distribución de datos para representar conjuntos de datos

Concepto Esencial

Diagrama de distribución de datos

Un **diagrama de distribución de datos** muestra la variabilidad de un conjunto de datos a lo largo de una recta numérica usando el valor menor, el valor mayor y los **cuartiles** de los datos. Los **cuartiles** dividen el conjunto de datos en cuatro partes iguales. La mediana (segundo cuartil, Q2) divide el conjunto de datos en dos mitades. La mediana de la mitad inferior corresponde al primer cuartil, Q1. La mediana de la mitad superior corresponde al tercer cuartil, Q3.



Los cinco números que componen el diagrama de distribución de datos se denominan el **resumen de cinco números** del conjunto de datos.



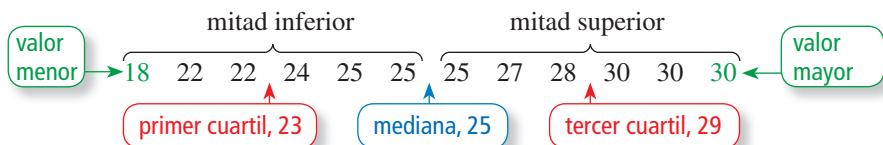
EJEMPLO 1 Hacer un diagrama de distribución de datos

Haz un diagrama de distribución de datos que represente las edades de los miembros de una expedición de mochileros en las montañas.

24, 30, 30, 22, 25, 22, 18, 25, 28, 30, 25, 27

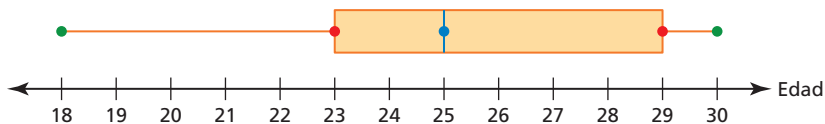
SOLUCIÓN

Paso 1 Ordena los datos. Halla la mediana y los cuartiles.



Paso 2 Dibuja una recta numérica que incluya los valores menores y mayores. Dibuja puntos por encima de la recta numérica para el resumen de cinco números.

Paso 3 Dibuja un recuadro usando Q1 y Q3. Dibuja una recta a través de la mediana. Dibuja líneas desde el recuadro hacia los valores menores y mayores.



Monitoreo del progreso



Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

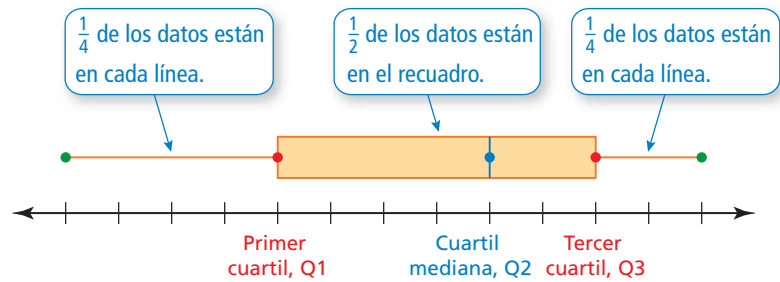
1. Un jugador de básquetbol anota 14, 16, 20, 5, 22, 30, 16 y 28 puntos durante un torneo. Haz un diagrama de distribución de datos que represente los datos.

CONSEJO DE ESTUDIO

Una línea larga o un recuadro grande indica que los datos están más dispersos.

Interpretar diagramas de distribución de datos

La figura muestra cómo se distribuyen los datos en un diagrama de distribución de datos.

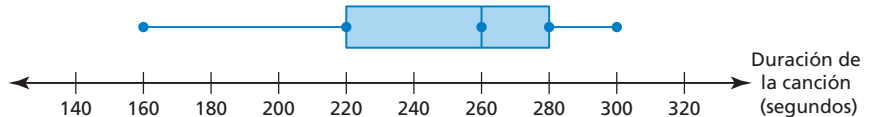


Otra medida de variación para un conjunto de datos es el **rango intercuartil (RIQ)**, el cual es la diferencia del tercer cuartil, Q3, y del primer cuartil, Q1. Esto representa el rango de la mitad media de los datos.

EJEMPLO 2

Interpretar un diagrama de distribución de datos

El diagrama de distribución de datos representa las duraciones (en segundos) de las canciones que toca una banda de rock en un concierto.



- Halla e interpreta el rango de los datos.
- Describe la distribución de los datos.
- Halla e interpreta el rango intercuartil de los datos.
- ¿Los datos están más dispersos cuando están por debajo de Q1 o cuando están por encima de Q3? Explica.

SOLUCIÓN

- El valor menor es 160. El valor mayor es 300.
 - Entonces, el rango es $300 - 160 = 140$ segundos. Esto significa que las duraciones de las canciones varían en no más de 140 segundos.
- Cada línea representa el 25% de los datos. El recuadro representa el 50% de los datos. Entonces,
 - El 25% de las duraciones de las canciones están entre 160 y 220 segundos.
 - El 50% de las duraciones de las canciones están entre 220 y 280 segundos.
 - El 25% de las duraciones de las canciones están entre 280 y 300 segundos.
- $RIQ = Q3 - Q1 = 280 - 220 = 60$
 - Entonces, el rango intercuartil es de 60 segundos. Esto significa que la mitad media de las duraciones de las canciones varían en no más de 60 segundos.
- La línea izquierda es más larga que la línea derecha.
 - Entonces los datos que están por debajo de Q1 están más dispersos que los datos que están por encima de Q3.

Monitoreo del progreso



Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

Usa el diagrama de distribución de datos del Ejemplo 1.

- Halla e interpreta el rango y el rango intercuartil de los datos.
- Describe la distribución de los datos.

CONSEJO DE ESTUDIO

Si puedes dibujar una recta a través de la mediana de un diagrama de distribución de datos y cada lado es un reflejo aproximado del otro, entonces, la distribución es simétrica.



Usar diagramas de distribución de datos para comparar conjuntos de datos

El diagrama de distribución de datos muestra la forma de una distribución.

Concepto Esencial

Formas de los diagramas de distribución de datos



Asimétrico a la izquierda

- La línea izquierda es más larga que la línea derecha.
- La mayor parte de los datos están del lado derecho del diagrama.

Simétrico

- Las líneas tienen aproximadamente la misma longitud.
- La mediana está en la mitad del diagrama.

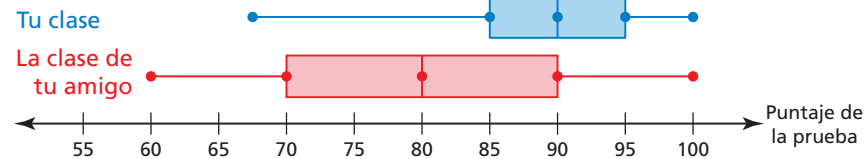
Asimétrico a la derecha

- La línea derecha es más larga que la línea izquierda.
- La mayor parte de los datos están del lado izquierdo del diagrama.

EJEMPLO 3

Comparar diagramas de distribución de datos

El doble diagrama de distribución de datos representa los puntajes de la prueba para tu clase y para la clase de tu amigo.



- Identifica la forma de cada distribución.
- ¿Cuáles puntajes de la prueba están más dispersos? Explica.

SOLUCIÓN

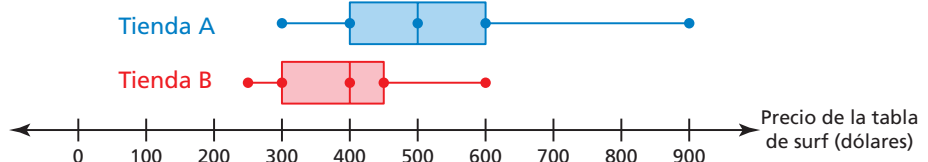
- Para tu clase, la línea izquierda es más larga que la línea derecha y la mayor parte de los datos están al lado derecho del diagrama. Para la clase de tu amigo, las longitudes de las líneas son iguales y la mediana está en la mitad del diagrama.
 - ▶ Entonces, la distribución para tu clase es asimétrica a la izquierda mientras que la distribución para la clase de tu amigo es simétrica.
- El rango y el rango intercuartil de los puntajes de la prueba en la clase de tu amigo son mayores que el rango y el rango intercuartil de tu clase.
 - ▶ Entonces, los puntajes de la prueba de la clase de tu amigo están más dispersos.

Monitoreo del progreso



Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

- El doble diagrama de distribución de datos representa los precios de las tablas de surf en la tienda A y en la tienda B. Identifica la forma de cada distribución. ¿Cuáles precios de tienda están más dispersos? Explica.



11.2 Ejercicios

Soluciones dinámicas disponibles en BigIdeasMath.com

Verificación de vocabulario y concepto esencial

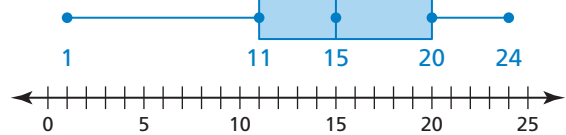
- ESCRIBIR** Describe cómo hallar el primer cuartil de un conjunto de datos.
- DISTINTAS PALABRAS, LA MISMA PREGUNTA** Toma en cuenta el diagrama de distribución de datos que se muestra. ¿Cuál es diferente? Halla “ambas” respuestas.

Halla el rango intercuartil de los datos.

Halla el rango de la mitad media de los datos.

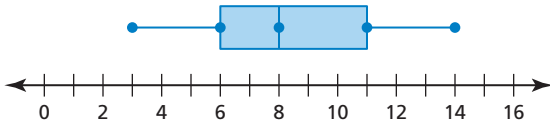
Halla la diferencia entre el valor mayor y el valor menor del conjunto de datos.

Halla la diferencia entre el tercer cuartil y el primer cuartil.



Monitoreo del progreso y Representar con matemáticas

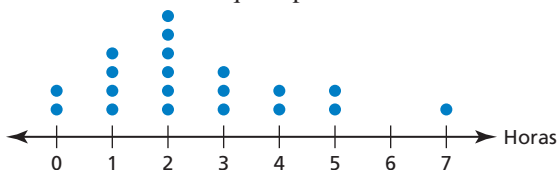
En los Ejercicios 3–8, usa el diagrama de distribución de datos para hallar la medida dada.



- | | |
|-------------------|-------------------|
| 3. valor menor | 4. valor mayor |
| 5. tercer cuartil | 6. primer cuartil |
| 7. mediana | 8. rango |

En los Ejercicios 9–12 haz un diagrama de distribución de datos que represente los datos. (Consulta el Ejemplo 1).

- Cantidad de horas vistas de televisión: 0, 3, 4, 5, 2, 4, 6, 5
- Longitudes de gatos (en pulgadas): 16, 18, 20, 25, 17, 22, 23, 21
- Elevaciones (en pies): -2, 0, 5, -4, 1, -3, 2, 0, 2, -3, 6
- Precios de reproductores de MP3 (en dólares): 124, 95, 105, 110, 95, 124, 300, 190, 114
- ANALIZAR DATOS** El gráfico de puntos representa el número de horas que los estudiantes se la pasan estudiando para un examen. Haz un diagrama de distribución de datos que represente los datos.



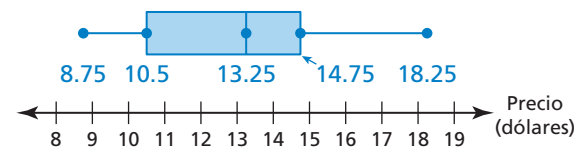
- ANALIZAR DATOS** El diagrama de tallos y hojas representa las longitudes (en pulgadas) de los peces atrapados durante un paseo de pesca. Haz un diagrama de distribución de datos que represente los datos.

Tallo	Hoja
0	6 7 8 8 9
1	0 0 2 2 3 4 4 7
2	1 2



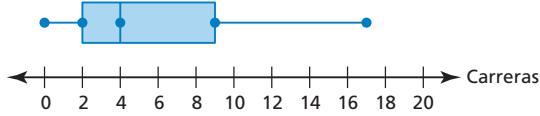
Clave: 1|0 = 10 pulgadas

- ANALIZAR DATOS** El diagrama de distribución de datos representa los precios (en dólares) de los platos de fondo de un restaurante. (Consulta el Ejemplo 2).

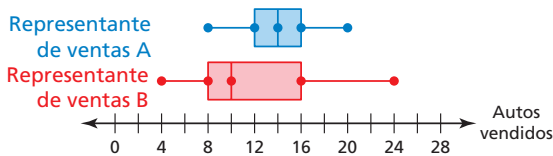


- Halla e interpreta el rango de los datos.
- Describe la distribución de los datos.
- Halla e interpreta el rango intercuartil de los datos.
- ¿Están los datos más dispersos por debajo de Q1 o por encima de Q3? Explica.

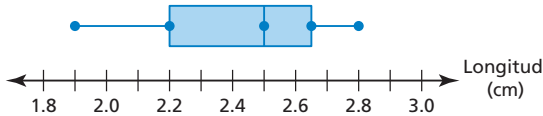
16. **ANALIZAR DATOS** Un jugador de béisbol anotó 101 carreras en una temporada. El diagrama de distribución de datos representa el número de carreras que el jugador anotó cuando jugó ante diferentes equipos rivales.



- Halla e interpreta el rango y el rango intercuartil de los datos.
 - Describe la distribución de los datos.
 - ¿Los datos están más dispersos entre Q1 y Q2 o entre Q2 y Q3? Explica.
17. **ANALIZAR DATOS** El doble diagrama de distribución de datos representa las ventas mensuales de autos de un año de dos representantes de ventas. (Consulta el Ejemplo 3).



- Identifica la forma de cada distribución.
 - ¿Las ventas de cuál representante están más dispersas? Explica.
 - ¿Cuál representante tuvo el peor mes de ventas durante el año? Explica.
18. **ANÁLISIS DE ERRORES** Describe y corrige el error cometido al describir el diagrama de distribución de datos.



X La distribución es asimétrica a la izquierda. Entonces, la mayor parte de los datos están del lado izquierdo del diagrama.

19. **ESCRIBIR** Dados los números 36 y 12, identifica cuál número es el rango y cuál número es el rango intercuartil de un conjunto de datos. Explica.

Mantener el dominio de las matemáticas

Reparar lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Usa ceros para hacer una gráfica de la función. (Sección 8.5)

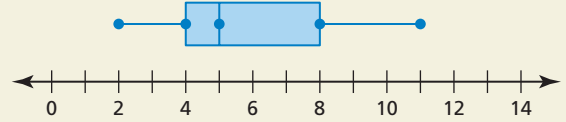
24. $f(x) = -2(x + 9)(x - 3)$

25. $y = 3(x - 5)(x + 5)$

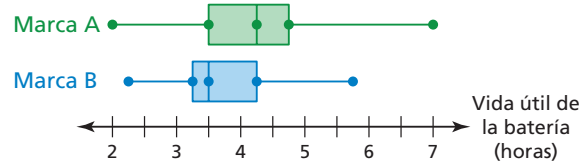
26. $y = 4x^2 - 16x - 48$

27. $h(x) = -x^2 + 5x + 14$

20. **¿CÓMO LO VES?** El diagrama de distribución de datos representa un conjunto de datos. Determina si cada enunciado es siempre verdadero. Explica tu razonamiento.

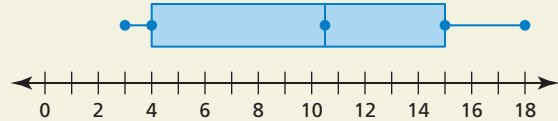


- El conjunto de datos contiene el valor 11.
 - El conjunto de datos contiene el valor 6.
 - La distribución es asimétrica a la derecha.
 - La media de los datos es 5.
21. **ANALIZAR DATOS** El doble diagrama de distribución de datos muestra las vidas útiles de unas baterías (en horas) de dos marcas de celulares.



- Identifica la forma de cada distribución.
- ¿Cuál es el rango del 75% superior de cada marca?
- Compara los rangos intercuartiles de los dos conjuntos de datos.
- ¿Cuál marca piensas que tiene la desviación estándar mayor? Explica.
- Necesitas un teléfono celular que tenga una duración de batería de más de 3.5 horas la mayor parte del tiempo. ¿Cuál marca comprarías? Explica.

22. **ESTIMULAR EL PENSAMIENTO** Crea un conjunto de datos que pueda ser representado a través del diagrama de distribución de datos que se muestra. Justifica tu respuesta.



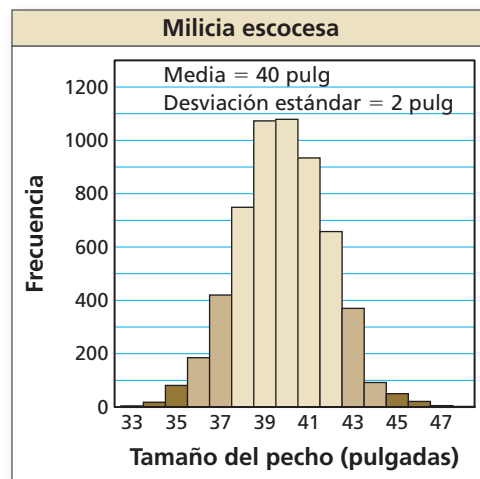
23. **PENSAMIENTO CRÍTICO** Dos conjuntos de datos tienen la misma mediana, el mismo rango intercuartil y el mismo rango. ¿Es posible que el diagrama de distribución de datos de los conjuntos de datos sea diferente? Justifica tu respuesta.

11.3 Formas de distribuciones

Pregunta esencial ¿Cómo puedes usar un histograma para caracterizar la forma básica de una distribución?

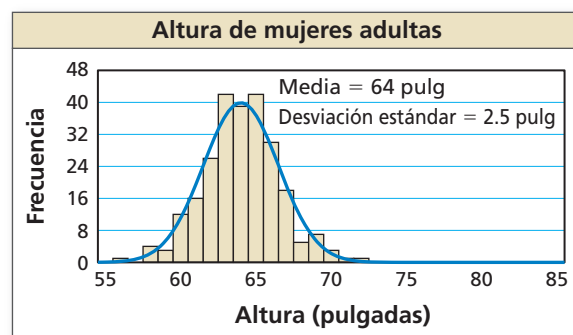
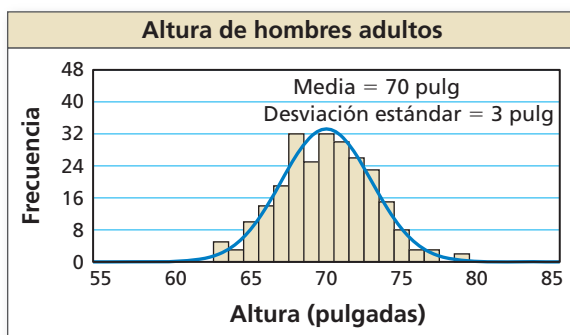
EXPLORACIÓN 1 Analizar una distribución simétrica famosa

Trabaja con un compañero. Un famoso conjunto de datos se recogió en Escocia a mediados de 1800. Contiene los tamaños de los pechos, medidos en pulgadas, de 5738 hombres de la milicia escocesa. Estima el porcentaje de los tamaños de los pechos que pertenecen dentro de (a) 1 desviación estándar de la media, (b) 2 desviaciones estándar de la media y (c) 3 desviaciones estándar de la media. Explica tu razonamiento



EXPLORACIÓN 2 Comparar dos distribuciones simétricas

Trabaja con un compañero. Las gráficas muestran las distribuciones de las alturas de 250 hombres adultos y de 250 mujeres adultas, ambos de nacionalidad estadounidense.



- ¿Cuál conjunto de datos tiene una desviación estándar menor? Explica qué significa esto en el contexto del problema.
- Estima el porcentaje de estaturas de hombres de entre 67 pulgadas y 73 pulgadas.

PRESTAR ATENCIÓN A LA PRECISIÓN

Para dominar las matemáticas, necesitas expresar las respuestas numéricas con un nivel de precisión apropiado para el contexto del problema.

Comunicar tu respuesta

- ¿De qué manera puedes usar un histograma para caracterizar la forma básica de una distribución?
- Las tres distribuciones en las Exploraciones 1 y 2 son aproximadamente simétricas. Los histogramas se denominan “acampanados.”
 - ¿Cuáles son las características de una distribución simétrica?
 - ¿Por qué se llama “acampanada” a la distribución simétrica?
 - Brinda otros dos ejemplos de la vida real de distribuciones simétricas.

11.3 Lección

Qué aprenderás

Vocabulario Esencial

Anterior

histograma
tabla de frecuencia

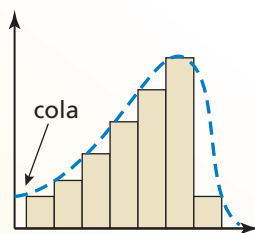
- ▶ Describir las formas de las distribuciones de datos.
- ▶ Usar las formas de las distribuciones de datos para elegir medidas apropiadas.
- ▶ Comparar las distribuciones de datos.

Describir las formas de las distribuciones de datos

Recuerda que un histograma es una gráfica de barras que muestra la frecuencia de los valores de datos en intervalos del mismo tamaño. Un histograma es otra representación útil de datos que muestra la forma de una distribución.

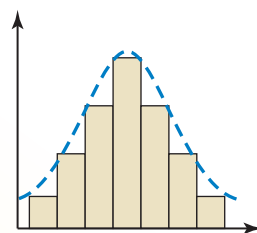
Concepto Esencial

Distribuciones simétricas y asimétricas



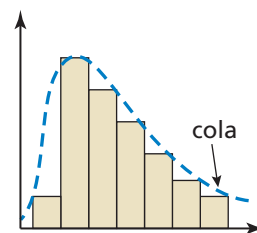
Asimétrica a la izquierda

- La “cola” de la gráfica se extiende hacia la izquierda.
- La mayor parte de los datos están a la derecha.



Simétrica

- Los datos ubicados a la derecha de la distribución son un reflejo aproximado de los datos ubicados a la izquierda de la distribución.



Asimétrica a la derecha

- La “cola” de la gráfica se extiende hacia la derecha.
- La mayor parte de los datos están a la izquierda.

CONSEJO DE ESTUDIO

Si todas las barras de un histograma son aproximadamente del mismo tamaño, entonces la distribución es una distribución *plana* o *uniforme*. Una distribución uniforme es también simétrica.

Número de boletos vendidos	Frecuencia
1–8	5
9–16	9
17–24	16
25–32	25
33–40	20
41–48	8
49–56	7

Número de libras	Frecuencia
1–10	7
11–20	8
21–30	10
31–40	16
41–50	34
51–60	15

EJEMPLO 1

Describir la forma de una distribución

La tabla de frecuencias muestra el número de boletos de rifas que vendieron los estudiantes de tu grado. Representa los datos en un histograma. Describe la forma de la distribución.

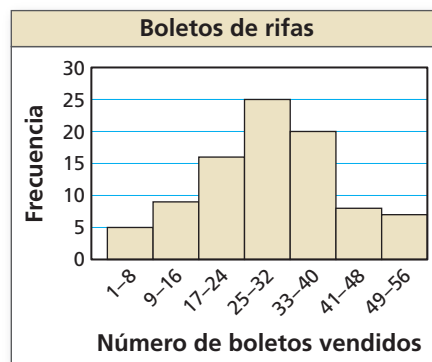
SOLUCIÓN

Paso 1 Dibuja y rotula los ejes.

Paso 2 Dibuja una barra para representar la frecuencia de cada intervalo.

Los datos a la derecha de la distribución son un reflejo aproximado de los datos ubicados a la izquierda de la distribución.

- ▶ Entonces, la distribución es simétrica.



Monitoreo del progreso



Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

1. La tabla de frecuencias muestra los números de libras de latas de aluminio recolectadas por los salones de clases para un evento de recaudación de fondos. Representa los datos en un histograma. Describe la forma de la distribución.

Elegir medidas apropiadas

Usa la forma de una distribución para elegir la medida de centro y la medida de variación más apropiadas para describir el conjunto de datos.

CONSEJO DE ESTUDIO

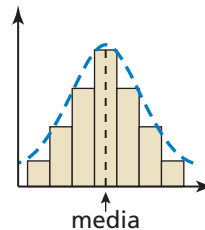
Cuando una distribución es simétrica, la media y la mediana son casi iguales. Cuando una distribución es asimétrica, la media estará en la dirección en donde la distribución es asimétrica mientras que la mediana será afectada en menor medida.

Concepto Esencial

Elegir medidas apropiadas

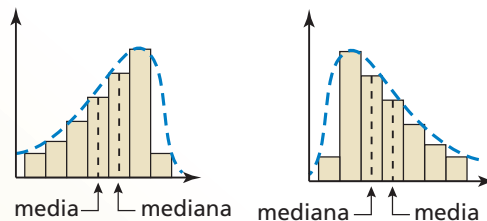
Cuando una distribución de los datos es simétrica,

- usa la media para describir el centro y
- usa la desviación estándar para describir la variación.



Cuando una distribución de los datos es asimétrica,

- usa la mediana para describir el centro y
- usa el resumen de cinco números para describir la variación.



EJEMPLO 2 Elegir medidas apropiadas

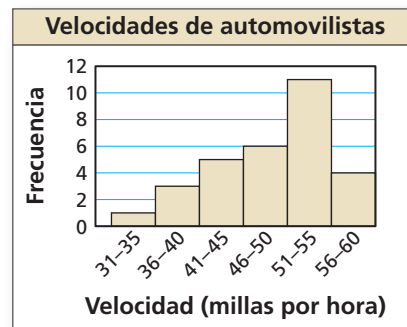
Velocidades (mi/h)		
32	44	39
53	38	48
56	41	42
50	50	55
55	45	49
51	53	52
54	60	55
52	50	52
55	40	60
45	58	47

Un oficial de policía mide las velocidades (en milla por hora) de 30 motociclistas. Se muestran los resultados en la tabla de la izquierda. (a) Representa los datos en un histograma usando seis intervalos, comenzando con 31–35. (b) ¿Cuáles medidas de centro y variación representan mejor los datos? (c) El límite de velocidad es de 45 millas por hora. ¿Cómo interpretarías estos resultados?

SOLUCIÓN

a. Haz una tabla de frecuencias usando los intervalos descritos. Luego, usa la tabla de frecuencias para hacer un histograma.

Velocidades (mi/h)	Frecuencia
31–35	1
36–40	3
41–45	5
46–50	6
51–55	11
56–60	4



b. Dado que la mayor parte de los datos están ubicados a la derecha y la cola de la gráfica se extiende hacia la izquierda, la distribución es asimétrica a la izquierda. Entonces, usa la mediana para describir el centro y el resumen de cinco números para describir la variación.

c. Usando la tabla de frecuencias y el histograma, puedes observar que la mayoría de las velocidades superan las 45 millas por hora. Entonces, la mayoría de los motociclistas manejaban a altas velocidades.

Adjuntos de correos electrónicos enviados				
74	105	98	68	64
85	75	60	48	51
65	55	58	45	38
64	52	65	30	70
72	5	45	77	83
42	25	95	16	120

Monitoreo del progreso

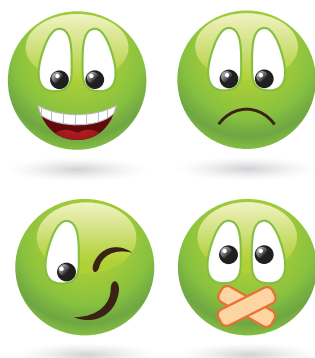


Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

- Registas las cantidades de archivos adjuntos de correos electrónicos enviados por 30 empleados de una compañía en 1 semana. Tus resultados se muestran en la tabla. (a) Representa los datos en un histograma, usando seis intervalos comenzando con 1–20. (b) ¿Cuáles medidas de centro y variación representan mejor los datos? Explica.

Comparar las distribuciones de datos

EJEMPLO 3 Comparar las distribuciones de datos



Los *emoticons* son símbolos gráficos que representan expresiones faciales. Se usan para expresar el humor de una persona en un mensaje de texto. El histograma doble muestra las distribuciones de los mensajes en los que se usan los *emoticons* enviados por un grupo de estudiantes mujeres y un grupo de estudiantes varones durante 1 semana. Compara las distribuciones usando sus formas y las medidas de centro y variación apropiadas.

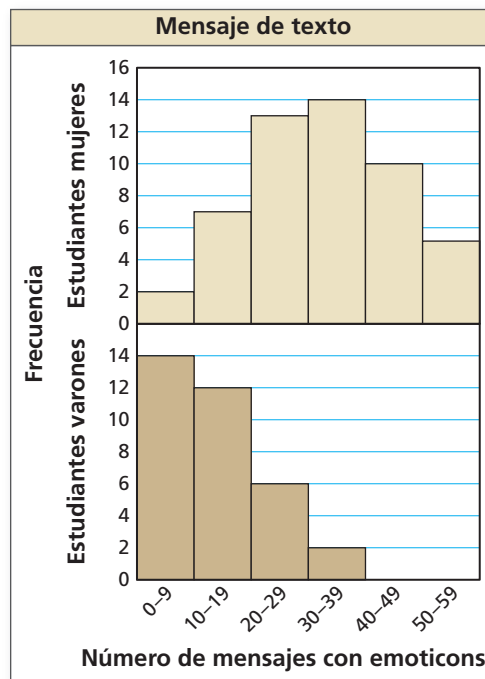
SOLUCIÓN

Dado que los datos a la derecha de la distribución para el grupo de estudiantes mujeres son un reflejo aproximado de los datos a la izquierda de la distribución, la distribución es simétrica. Entonces la media y la desviación estándar representan mejor la distribución para el grupo de estudiantes mujeres.

Dado que la mayor parte de los datos está a la izquierda de la distribución para los estudiantes varones y que la cola de la gráfica se extiende a la derecha, la distribución es asimétrica a la derecha. Entonces, la mediana y el resumen de cinco números representan mejor la distribución para el grupo de estudiantes varones.

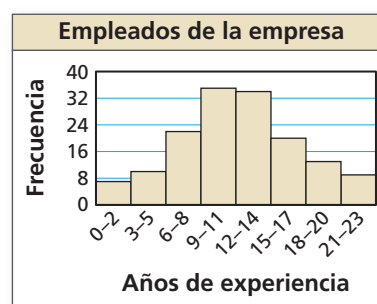
La media del conjunto de datos del grupo de mujeres está probablemente en el intervalo 30–39, mientras que la mediana del conjunto de datos del grupo de varones está en el intervalo 10–19. Entonces, es mucho más probable que una típica estudiante mujer utilice los *emoticons* que un típico estudiante varón.

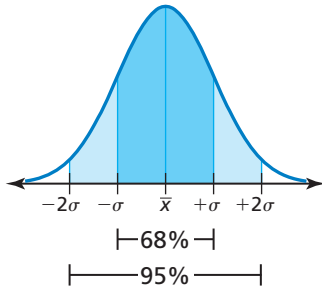
Los datos para las estudiantes mujeres son más variables que los datos de los estudiantes varones. Esto significa que el uso de *emoticons* tiende a ser más distinto de una estudiante mujer a la otra.



Monitoreo del progreso Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

3. Compara las distribuciones usando sus formas y medidas de centro y variación apropiadas.





Muchos conjuntos de datos de la vida real presentan distribuciones que son “acampanadas” y casi simétricas con respecto a la media. Más adelante estudiarás este tipo de distribución en detalle. Por ahora, las siguientes reglas pueden ayudarte a ver cuán valiosa puede ser la desviación estándar como una medida de variación.

- Alrededor del 68% de los datos pertenecen a 1 desviación estándar de la media.
- Alrededor del 95% de los datos pertenecen a 2 desviaciones estándar de la media.
- Los valores de los datos que están a más de 2 desviaciones estándar de la media son considerados inusuales.

Dado que los datos son simétricos, puedes deducir que 34% de los datos pertenecen a 1 desviación estándar a la izquierda de la media y que 34% de los datos pertenecen a 1 desviación estándar a la derecha de la media.

EJEMPLO 4

Comparar las distribuciones de datos

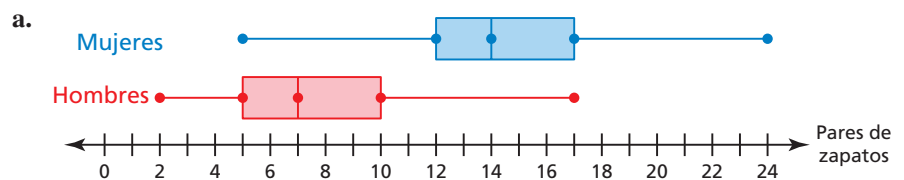


La tabla muestra los resultados de una encuesta en que se le preguntó a hombres y a mujeres los pares de zapatos que tienen.

- Haz un doble diagrama de distribución de datos que represente los datos. Describe la forma de cada distribución.
- Compara el número de pares de zapatos que poseen los hombres con el número de pares de zapatos que poseen las mujeres.
- ¿Aproximadamente cuántas de las mujeres encuestadas piensas que poseen entre 10 y 18 pares de zapatos?

	Hombres	Mujeres
Tamaño de la encuesta	35	40
Mínimo	2	5
Máximo	17	24
1er cuartil	5	12
Mediana	7	14
3er cuartil	10	17
Media	8	14
Desviación estándar	3	4

SOLUCIÓN



► La distribución de los hombres es asimétrica a la derecha y la distribución de mujeres es simétrica.

- Los centros y las dispersiones de los dos conjuntos de datos son diferentes entre sí. La media para las mujeres es el doble de la mediana para los hombres y hay mayor variabilidad en el número de pares de zapatos que poseen las mujeres.
- Suponiendo que la distribución simétrica es acampanada, sabes que alrededor de 68% de los datos pertenecen a 1 desviación estándar de la media. Dado que la media es 14 y la desviación estándar es 4, el intervalo desde 10 a 18 representa aproximadamente el 68% de los datos. Entonces, supondrías que alrededor de $0.68 \cdot 40 \approx 27$ de las mujeres encuestadas tienen entre 10 y 18 pares de zapatos.

Monitoreo del progreso



Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

- ¿Por qué la media es mayor que la mediana para los hombres?
- Si 50 mujeres más fueron encuestadas, ¿cuántas más mujeres supondrías que poseen entre 10 y 18 pares de zapatos?

11.3 Ejercicios

Soluciones dinámicas disponibles en *BigIdeasMath.com*

Verificación de vocabulario y concepto esencial

- VOCABULARIO** Describe cómo se distribuyen los datos en una distribución simétrica, en una distribución asimétrica a la izquierda y en una distribución asimétrica a la derecha.
- ESCRIBIR** ¿Cómo la forma de una distribución te ayuda a decidir cuáles medidas de centro y variación describen mejor los datos?

Monitoreo del progreso y Representar con matemáticas

- DESCRIBIR DISTRIBUCIONES** La tabla de frecuencias muestra la cantidad de horas por mes que los estudiantes se ofrecen para hacer voluntariado. Representa los datos en un histograma. Describe la forma de la distribución. (*Consulta el Ejemplo 1*).

Número de horas de voluntariado	1-2	3-4	5-6	7-8	9-10	11-12	13-14
Frecuencia	1	5	12	20	15	7	2

- DESCRIBIR DISTRIBUCIONES** La tabla de frecuencias muestra los resultados de una encuesta en la que se le preguntó a las personas la cantidad de horas que pasan en Internet a la semana. Representa los datos en un histograma. Describe la forma de la distribución.

Horas en Internet	Frecuencia
0-3	5
4-7	7
8-11	12
12-15	14
16-19	26
20-23	45
24-27	33



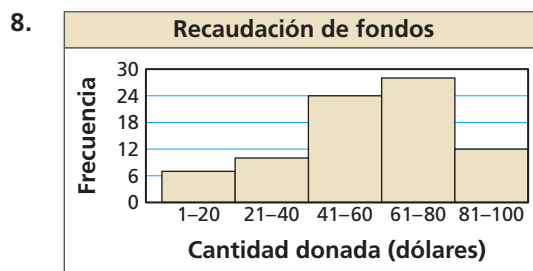
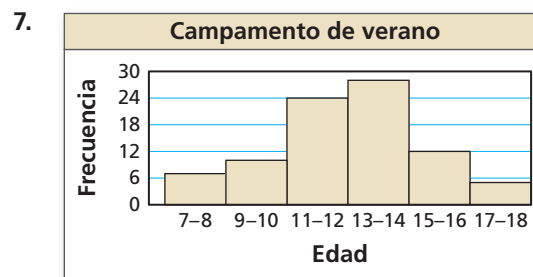
En los Ejercicios 5 y 6, describe la forma de la distribución de los datos. Explica tu razonamiento.

- | Tallo | Hoja |
|-------|-----------|
| 1 | 1 1 3 4 8 |
| 2 | 2 3 4 7 8 |
| 3 | 1 2 4 9 |
| 4 | 0 3 2 |
| 5 | 7 9 |
| 6 | 6 |

Clave: $3|1 = 31$
- | Tallo | Hoja |
|-------|-----------|
| 5 | 0 0 1 |
| 6 | 3 6 7 9 |
| 7 | 1 4 5 8 9 |
| 8 | 2 4 5 5 7 |
| 9 | 4 6 8 9 |
| 10 | 1 3 4 |

Clave $6|3 = 63$

En los Ejercicios 7 y 8, determina qué medidas de centro y variación representan mejor los datos. Explica tu razonamiento.



- ANALIZAR DATOS** La tabla muestra los últimos 24 retiros de dinero de un cajero automático en un banco. (*Consulta el Ejemplo 2*).

- Representa los datos en un histograma usando siete intervalos, empezando con 26-50.
- ¿Qué medida de centro y variación representan mejor los datos? Explica.
- El banco aplica una tarifa por cualquier retiro menor a \$150 por el cajero automático. ¿De qué manera interpretarías los datos?

Retiros de dinero de un cajero (dólares)		
120	100	70
60	40	80
150	80	50
120	60	175
30	50	50
60	200	30
100	150	110
70	40	100

10. **ANALIZAR DATOS** La medición del coeficiente intelectual es una ciencia inexacta. Sin embargo, los puntajes de coeficiente intelectual han sido utilizados por varios años en un intento de medir la inteligencia humana. La tabla muestra algunos de los mayores puntajes de coeficientes intelectuales más conocidos.

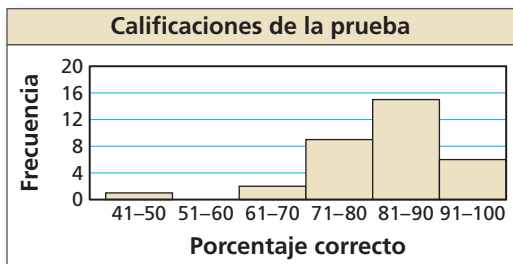
a. Representa los datos en un histograma usando cinco intervalos, comenzando con 151–166.

b. ¿Qué medidas de centro y variación representan mejor los datos? Explica.

c. La distribución de los puntajes de coeficiente intelectual para la población humana es simétrica. ¿Qué le ocurre a la forma de la distribución de la parte (a) a medida que le incluyes más y más puntajes de coeficiente intelectual de la población humana en el conjunto de datos?

Puntajes de coeficientes intelectuales		
170	190	180
160	180	210
154	170	180
195	230	160
170	186	180
225	190	170

ANÁLISIS DE ERRORES En los Ejercicios 11 y 12, describe y corrige el error cometido en los enunciados acerca de los datos representados en el histograma.



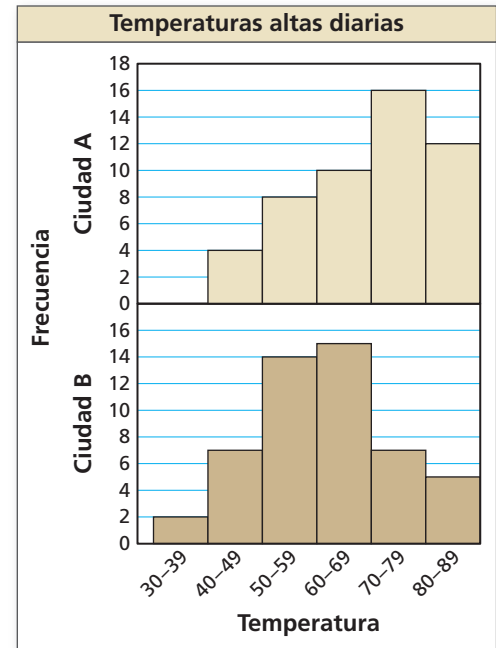
11. **X** La mayor parte de los datos están a la derecha. Entonces, la distribución es asimétrica a la derecha.

12. **X** Debido a que la distribución es asimétrica, usa la desviación estándar para describir la variación de los datos.

13. **USAR HERRAMIENTAS** Para un gran conjunto de datos, ¿usarías un diagrama de tallos y hojas o un histograma para mostrar la distribución de los datos? Explica.

14. **RAZONAR** Para una distribución simétrica, ¿por qué se usa la media para describir el centro y la desviación estándar para describir la variación? Para una distribución asimétrica, ¿por qué se usa la mediana para describir el centro y el resumen de cinco números para describir la variación?

15. **COMPARAR CONJUNTOS DE DATOS** El histograma doble muestra las distribuciones de las temperaturas altas diarias de dos ciudades durante un período de 50 días. Compara las distribuciones usando sus formas y medidas de centro y variación apropiadas. (Consulta el Ejemplo 3).



16. **COMPARAR CONJUNTOS DE DATOS** Las tablas de frecuencias muestran los números de platos de fondo en un cierto rango de precios (en dólares) de dos restaurantes diferentes. Representa los datos en un histograma doble. Compara las distribuciones usando sus formas y medidas de centro y variación apropiadas.

Restaurante A		Restaurante B	
Rango de precios	Frecuencia	Rango de precios	Frecuencia
8–10	5	8–10	0
11–13	9	11–13	2
14–16	12	14–16	5
17–19	4	17–19	7
20–22	3	20–22	8
23–25	0	23–25	6

17. **FINAL ABIERTO** Describe un conjunto de datos de la vida real que tenga una distribución asimétrica a la derecha.

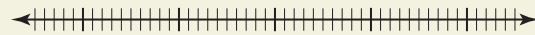
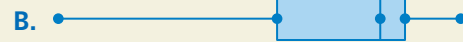
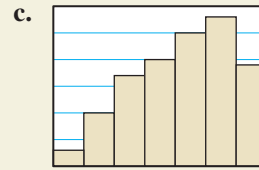
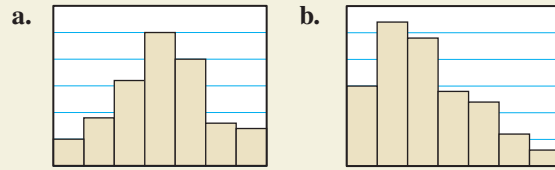
18. **FINAL ABIERTO** Describe un conjunto de datos de la vida real que tenga una distribución asimétrica a la izquierda.

19. **COMPARAR CONJUNTOS DE DATOS** La tabla muestra los resultados de una encuesta en la que se preguntó a los alumnos de primer y segundo año de la universidad cuántas canciones han descargado en sus reproductores de MP3. (Consulta el Ejemplo 4).

	Alumnos de primer año	Alumnos de segundo año
Tamaño de la encuesta	45	54
Mínimo	250	360
Máximo	2150	2400
1er cuartil	800	780
Mediana	1200	2000
3er cuartil	1600	2200
Media	1150	1650
Desviación estándar	420	480

- a. Haz un doble diagrama de distribución de datos que represente los datos. Describe la forma de cada distribución.
- b. Compara el número de canciones descargadas por los alumnos de primer año con la cantidad de canciones descargadas por los alumnos de segundo año.
- c. Aproximadamente, ¿qué cantidad de alumnos encuestados de primer año supondrías que tienen entre 730 y 1570 canciones descargadas a sus reproductores de MP3?
- d. Si realizas una encuesta a 100 alumnos más de primer año, aproximadamente, ¿qué cantidad de alumnos supondrías que tienen entre 310 y 1990 canciones descargadas en sus reproductores de MP3?
20. **COMPARAR CONJUNTOS DE DATOS** Realizas la misma encuesta del ejercicio 19 pero usas a un grupo diferente de alumnos de primer año. Los resultados son los siguientes. Tamaño de la encuesta: 60; mínimo: 200; máximo: 2400; 1er cuartil: 640; mediana: 1670; 3er cuartil: 2150; media: 1480; desviación estándar: 500
- a. Compara la cantidad de canciones descargadas por este grupo de estudiantes de primer año con la cantidad de canciones descargadas por los estudiantes de segundo año.
- b. ¿Por qué la mediana es mayor que la media para este grupo de alumnos de primer año?
21. **RAZONAR** Un conjunto de datos tiene una distribución simétrica. Cada valor en el conjunto de datos se duplica. Describe la forma de la nueva distribución. ¿Las medidas de centro y las de variación se ven afectadas? Explica.

22. **¿CÓMO LO VES?** Une la distribución con el correspondiente diagrama de distribución de datos.



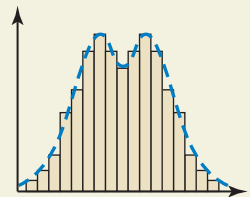
23. **RAZONAR** Anotaste los siguientes tiempos de espera en un restaurante.

Tiempos de espera (minutos)									
26	38	15	8	22	42	25	20	17	18
40	35	24	31	42	29	25	0	30	13

- a. Representa los datos en un histograma usando cinco intervalos comenzando con 0–9. Describe la forma de la distribución.
- b. Representa los datos en un histograma usando 10 intervalos comenzando con 0–4. ¿Qué ocurre cuando aumenta el número de intervalos?
- c. ¿Qué histograma representa mejor los datos? Explica tu razonamiento.

24. **ESTIMULAR EL PENSAMIENTO**

A continuación se muestra la forma de una distribución bimodal. Describe un ejemplo de la vida real de una distribución bimodal.



Mantener el dominio de las matemáticas

Repasar lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Halla el dominio de la función. (Sección 10.1)

25. $f(x) = \sqrt{x + 6}$

26. $f(x) = \sqrt{2x}$

27. $f(x) = \frac{1}{4}\sqrt{x - 7}$

11.1–11.3 ¿Qué aprendiste?

Vocabulario Esencial

medida de centro, *pág. 586*
media, *pág. 586*
mediana, *pág. 586*
moda, *pág. 586*
valor extremo, *pág. 587*

medida de variación, *pág. 587*
rango, *pág. 587*
desviación estándar, *pág. 588*
transformación de datos,
pág. 589

diagrama de distribución de datos,
pág. 594
cuartil, *pág. 594*
resumen de cinco números, *pág. 594*
rango intercuartil, *pág. 595*

Conceptos Esenciales

Sección 11.1

Medidas de centro, *pág. 586*
Medidas de variación, *pág. 587*

Transformación de datos usando la suma, *pág. 589*
Transformación de datos usando la multiplicación, *pág. 589*

Sección 11.2

Diagrama de distribución de datos, *pág. 594*

Formas de los diagramas de distribución de datos, *pág. 596*

Sección 11.3

Distribuciones simétricas y asimétricas, *pág. 600*

Elegir medidas apropiadas, *pág. 601*

Prácticas matemáticas

1. Los Ejercicios 15 y 16 de la página 590 son similares. Para cada conjunto de datos, ¿el valor extremo es mucho mayor que o mucho menor que el resto de los valores de los datos? Compara cómo afectan los valores extremos a las medias. Explica por qué esto tiene sentido.
2. En el Ejercicio 18 de la página 605, da una posible razón del por qué la distribución presenta una asimetría a la izquierda.

Destrezas de estudio

Estudiar para los finales

- Forma un grupo de estudio de tres o cuatro estudiantes varias semanas antes del examen final.
- Averigua qué material debes saber para el examen final, incluso si tu profesor aún no lo ha cubierto.
- Pide un examen final de práctica o crea uno tú mismo y luego, muéstraselo a tu profesor.
- Haz que cada miembro del grupo tome el examen final de práctica.
- Decide los días en los que el grupo se va a juntar y qué es lo que van a cubrir en cada sesión.
- Durante las sesiones, asegúrate de mantenerte al día.



11.1–11.3 Prueba

Halla la media, la mediana y la moda del conjunto de datos. ¿Cuál es la medida de centro que mejor representa los datos? Explica. (Sección 11.1)

1. **Horas dedicadas al proyecto**

$3\frac{1}{2}$	5	$2\frac{1}{2}$
3	$3\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

2. **Altura de la cascada (pies)**

1000	1267	1328
1200	1180	1000
2568	1191	1100

Halla el rango y la desviación estándar de cada conjunto de datos. Luego compara tus resultados. (Sección 11.1)

3. Estudiantes que faltaron al colegio durante una semana
Mujeres: 6, 2, 4, 3, 4
Varones: 5, 3, 6, 6, 9
4. Cantidad de puntos anotados
Principiantes: 19, 15, 20, 10, 14, 21, 18, 15
Avanzados: 22, 19, 29, 32, 15, 26, 30, 19

Haz un diagrama de distribución de datos que represente los datos. (Sección 11.2)

5. Edades de los miembros de una familia:
60, 15, 25, 20, 55, 70, 40, 30
6. Minutos dedicados a la práctica del violín:
20, 50, 60, 40, 40, 30, 60, 40, 50, 20, 20, 35
7. Representa los datos en un histograma. Describe la forma de la distribución. (Sección 11.3)

Calificación de la prueba	0–2	3–5	6–8	9–11	12–14
Frecuencia	1	3	6	16	4

8. La tabla muestra los precios de ocho bicicletas montaÑeras de una tienda de artículos deportivos. (Sección 11.1 y Sección 11.2)

Precio (dólares)	98	119	95	211	130	98	100	125
------------------	----	-----	----	-----	-----	----	-----	-----

- a. Halla la media, la mediana, la moda, el rango y la desviación estándar de los precios.
- b. Identifica el valor extremo. ¿De qué manera el valor extremo afecta a la media, a la mediana y a la moda?
- c. Haz un diagrama de distribución de datos que represente los datos. Halla e interpreta el rango intercuartil de los datos. Identifica la forma de la distribución.
- d. Halla la media, la mediana, la moda, el rango y la desviación estándar de los precios cuando la tienda ofrece un descuento del 5% en todas las bicicletas montaÑeras.
9. La tabla muestra las duraciones de 20 presentaciones. (Sección 11.3)
- a. Representa los datos en un histograma usando cinco intervalos comenzando con 3–5.
- b. ¿Cuáles medidas de centro y variación representan mejor los datos? Explica.
- c. Se espera que las presentaciones tengan una duración de 10 minutos. ¿Cómo interpretarías estos resultados?



Tiempo (minutos)			
9	7	10	12
10	11	8	10
10	17	11	5
9	10	4	12
6	14	8	10

11.4 Tablas de doble entrada

Pregunta esencial ¿Cómo puedes leer y hacer una tabla de doble entrada?

EXPLORACIÓN 1 Leer una tabla de doble entrada

Trabaja con un compañero. Eres el administrador de una tienda de deportes. Las tablas de doble entrada muestran las cantidades de camisetas de fútbol que hay disponibles en tu tienda al principio y al final de la temporada de ventas. (a) Completa los totales de las filas y columnas de cada tabla. (b) ¿Cómo modificarías el número de camisetas que pedirías para la próxima temporada? Explica tu razonamiento.

Principio de la temporada		Talles de las camisetas					Total
		S	M	L	XL	XXL	
Color	azul/blanco	5	6	7	6	5	
	azul/dorado	5	6	7	6	5	
	rojo/blanco	5	6	7	6	5	
	negro/blanco	5	6	7	6	5	
	negro/dorado	5	6	7	6	5	
	Total						145

Final de la temporada		Talles de las camisetas					Total
		S	M	L	XL	XXL	
Color	azul/blanco	5	4	1	0	2	
	azul/dorado	3	6	5	2	0	
	rojo/blanco	4	2	4	1	3	
	negro/blanco	3	4	1	2	1	
	negro/dorado	5	2	3	0	2	
	Total						

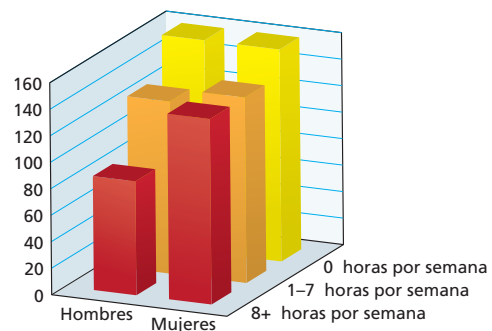
REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS

Para dominar las matemáticas necesitas identificar las cantidades importantes y establecer sus relaciones usando herramientas tales como gráficas y tablas de doble entrada.

EXPLORACIÓN 2 Hacer una tabla de doble entrada

Trabaja con un compañero. La gráfica de barras tridimensionales muestra la cantidad de horas que los estudiantes trabajan en empleos a tiempo parcial.

Empleos a tiempo parcial de los estudiantes de secundaria



- Haz una tabla de doble entrada mostrando los datos. Usa la estimación para establecer las entradas en tu tabla.
- Escribe dos observaciones que resuman los datos de tu tabla.

Comunicar tu respuesta

- ¿Cómo puedes leer y hacer una tabla de doble entrada?

11.4 Lección

Vocabulario Esencial

tabla de doble entrada, pág. 610
 frecuencia conjunta, pág. 610
 frecuencia marginal, pág. 610
 frecuencia relativa conjunta, pág. 611
 frecuencia relativa marginal, pág. 611
 frecuencia relativa condicional, pág. 612

RECUERDA

La frecuencia de un evento se refiere al número de veces que ocurre el evento.

CONSEJO DE ESTUDIO

La suma de la fila "total" debe ser igual a la suma de la columna "total". Coloca esta suma de frecuencias marginales en la parte inferior derecha de tu tabla de doble entrada.

Qué aprenderás

- ▶ Hallar e interpretar las frecuencias marginales.
- ▶ Hacer tablas de doble entrada.
- ▶ Hallar las frecuencias relativas y relativas condicionales.
- ▶ Usar las tablas de doble entrada para reconocer relaciones entre los datos.

Hallar e interpretar las frecuencias marginales

Una **tabla de doble entrada** es una tabla de frecuencias que muestra los datos recolectados de una fuente que pertenece a dos categorías diferentes. Una categoría de datos se representa en filas y la otra categoría de datos se representa en columnas. Por ejemplo, la tabla de doble entrada que se muestra a continuación muestra los resultados de una encuesta en la que se les preguntó a estudiantes de primer y segundo año si accedían a Internet a través de un dispositivo móvil, como por ejemplo un smartphone.

Las dos categorías de datos son *clase* y *acceso móvil*. Clase, a su vez, se divide en *alumno de primer año* y *alumno de segundo año* mientras que acceso móvil, a su vez, se divide en *sí* y *no*.

Cada entrada en la tabla se denomina una **frecuencia conjunta**. La suma de las filas y de las columnas en una tabla de doble entrada se llama **frecuencias marginales**.

		Acceso móvil	
		Sí	No
Clase	Alumno de primer año	55	22
	Alumno de segundo año	63	12

Diagrama de la tabla anterior con anotaciones: "categorías" apunta a los encabezados de la columna superior; "frecuencia conjunta" apunta a los valores dentro de las celdas de la tabla.

EJEMPLO 1 Hallar e interpretar las frecuencias marginales

Halla e interpreta las frecuencias marginales para la tabla de doble entrada anterior.

SOLUCIÓN

Crema una nueva columna y una nueva fila para las frecuencias marginales. Luego, suma las entradas de cada columna y fila.

		Acceso móvil		Total
		Sí	No	
Clase	Alumno de primer año	55	22	77
	Alumno de segundo año	63	12	75
Total		118	34	152

118 alumnos accedieron a Internet a través de un dispositivo móvil.
 34 alumnos no accedieron a Internet a través de un dispositivo móvil.
 77 alumnos de primer año respondieron.
 75 alumnos de segundo año respondieron.
 152 alumnos participaron de la encuesta.

Monitoreo del progreso



Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

1. Haces una encuesta sobre tecnología para publicarla en la página web de tu escuela. Encuestas a estudiantes en la cafetería de la escuela y les preguntas acerca de los dispositivos tecnológicos que poseen. Los resultados se muestran en la tabla de doble entrada. Halla e interpreta las frecuencias marginales.

		Tableta	
		Sí	No
Teléfono celular	Sí	34	124
	No	18	67

Hacer tablas de doble entrada

EJEMPLO 2 Hacer una tabla de doble entrada

Realizas una encuesta en la que preguntas a 286 estudiantes de tu clase de primer año si practican algún deporte o si tocan algún instrumento musical. Ciento dieciocho estudiantes practican un deporte y de esos estudiantes, 64 tocan un instrumento musical. Noventa y tres estudiantes no practican deportes ni tocan ningún instrumento. Organiza los resultados en una tabla de doble entrada. Incluye las frecuencias marginales.

SOLUCIÓN

Paso 1 Determina las dos categorías para la tabla: *deporte e instrumento*.

Paso 2 Usa las frecuencias marginales y conjuntas dadas para llenar partes de la tabla.

		Instrumento		Total
		Sí	No	
Deporte	Sí	64		118
	No		93	
Total				286

Paso 3 Usa tu razonamiento para hallar las frecuencias marginales y conjuntas que faltan. Por ejemplo, puedes concluir que $286 - 118 = 168$ estudiantes no practican un deporte y que $118 - 64 = 54$ estudiantes practican un deporte pero no tocan un instrumento.

		Instrumento		Total
		Sí	No	
Deporte	Sí	64	54	118
	No	75	93	168
Total		139	147	286

Monitoreo del progreso Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

- Realizas una encuesta a los estudiantes acerca de si van a conseguir un empleo de verano. Setenta y cinco estudiantes hombres respondieron y 18 de ellos dijeron que no. Cincuenta y siete mujeres respondieron y 45 de ellas dijeron que sí. Organiza los resultados en una tabla de doble entrada. Incluye las frecuencias marginales.

Hallar las frecuencias relativas y frecuencias relativas condicionales

Puedes representar las entradas de una tabla de doble entrada como conteos de frecuencia (como en los Ejemplos 1 y 2) o como *frecuencias relativas*.

Concepto Esencial

Frecuencias relativas

Una **frecuencia relativa conjunta** es la razón de una frecuencia que no está en la fila de “total” o en la columna de “total” para el número total de valores u observaciones.

Una **frecuencia relativa marginal** es la suma de las frecuencias relativas conjuntas en una fila o en una columna.

Cuando encuentras frecuencias relativas en una tabla de doble entrada, puedes usar los decimales o porcentajes correspondientes.

EJEMPLO 3

Hallar las frecuencias relativas

		Título en un campo de la medicina	
		Sí	No
Clase	Estudiantes de primer año	124	219
	Estudiantes de último año	101	236

La tabla de doble entrada muestra los resultados de una encuesta en la que se preguntó a los estudiantes de una escuela secundaria universitaria si planean titularse en un campo de la medicina. Haz una tabla de doble entrada que muestre las frecuencias relativas marginales y conjuntas.

SOLUCIÓN

Hay $124 + 219 + 101 + 236 = 680$ estudiantes en la encuesta. Para hallar las frecuencias relativas conjuntas, divide cada frecuencia entre 680. Luego, halla la suma de cada fila y de cada columna para hallar las frecuencias relativas marginales.

CONSEJO DE ESTUDIO

Cada una de las sumas de las frecuencias relativas marginales en la fila de "total" y en la columna de "total" deben ser igual a 1.

		Título en un campo de la medicina		Total
		Sí	No	
Clase	Estudiantes de primer año	$\frac{124}{680} \approx 0.18$	$\frac{219}{680} \approx 0.32$	0.50
	Estudiantes de último año	$\frac{101}{680} \approx 0.15$	$\frac{236}{680} \approx 0.35$	0.50
Total		0.33	0.67	1

Aproximadamente, el 50% de los estudiantes son del tercer año.

Aproximadamente el 35% de los estudiantes son del último año y no planean titularse en un campo de la medicina.

Concepto Esencial

Frecuencias relativas condicionales

Una **frecuencia relativa condicional** es la razón de una frecuencia relativa conjunta a la frecuencia relativa marginal. Puedes hallar una frecuencia relativa condicional usando el total de una fila o de una columna de una tabla de doble entrada.

EJEMPLO 4

Hallar las frecuencias relativas condicionales

Usa los resultados de la encuesta del Ejemplo 3 para hacer una tabla de doble entrada que muestre las frecuencias relativas condicionales basadas en los totales de las columnas.

SOLUCIÓN

Usa la frecuencia relativa marginal de cada *columna* para calcular las frecuencias relativas condicionales.

CONSEJO DE ESTUDIO

Cuando uses los totales de las columnas, la suma de las frecuencias relativas condicionales para cada columna debe ser igual a 1.

		Título en un campo de la medicina	
		Sí	No
Clase	Estudiantes de primer año	$\frac{0.18}{0.33} \approx 0.55$	$\frac{0.32}{0.67} \approx 0.48$
	Estudiantes de último año	$\frac{0.15}{0.33} \approx 0.45$	$\frac{0.35}{0.67} \approx 0.52$

Dado que un estudiante no está planeando titularse en un campo de la medicina, la frecuencia relativa condicional que él o ella es un(a) estudiante del tercer año es de aproximadamente 48%.

Monitoreo del progreso



Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

3. Usa los resultados de la encuesta de la pregunta 2 de Monitoreo del progreso para hacer una tabla de doble entrada que muestre las frecuencias relativas marginales y conjuntas. ¿Qué porcentaje de estudiantes no planean conseguir un empleo de verano?
4. Usa los resultados de la encuesta del Ejemplo 3 para hacer una tabla de doble entrada que muestre las frecuencias relativas condicionales basadas en los totales de las filas. Dado que un estudiante está en el último año, ¿cuál es la frecuencia relativa condicional de que él o ella esté planeando titularse en un campo de la medicina?

Reconocer asociaciones en los datos

EJEMPLO 5 Reconocer asociaciones en los datos

Realizas una encuesta a los estudiantes y hallas que 40% hacen ejercicio regularmente, 35% come frutas y vegetales todos los días y 52% no hace ejercicio y no come frutas y vegetales todos los días. ¿Existe alguna relación entre el ejercicio habitual y la ingesta diaria de frutas y vegetales?

SOLUCIÓN

Usa la información dada para hacer una tabla de doble entrada. Usa tu razonamiento para hallar las frecuencias relativas marginal y conjunta que faltan.

		Hace ejercicio regularmente		Total
		Sí	No	
Come frutas y vegetales	Sí	27%	8%	35%
	No	13%	52%	65%
Total		40%	60%	100%

Usa las frecuencias relativas condicionales basadas en los totales de las columnas para determinar si existe una relación. De los estudiantes que se ejercitan regularmente, el 67.5% come frutas y vegetales a diario. De los estudiantes que no hacen ejercicio de manera habitual, solo un 13% come frutas y vegetales diariamente. Al parecer, los estudiantes que se ejercitan a menudo tienden más a comer frutas y vegetales que aquellos estudiantes que no se ejercitan habitualmente.

		Hace ejercicio regularmente	
		Sí	No
Come frutas y vegetales	Sí	$\frac{0.27}{0.4} = 0.675$	$\frac{0.08}{0.6} \approx 0.133$
	No	$\frac{0.13}{0.4} = 0.325$	$\frac{0.52}{0.6} \approx 0.867$

▶ Por lo tanto, existe una relación entre ejercitarse regularmente y comer frutas y vegetales a diario.

También puedes encontrar las frecuencias relativas condicionales al dividir cada frecuencia conjunta entre el total de columna o de fila correspondiente.

EJEMPLO 6 Reconocer asociaciones en los datos

		Edad			
		12–13	14–15	16–17	18–19
Comparte una computadora	Sí	40	47	42	22
	No	10	25	36	34

La tabla de doble entrada muestra los resultados de una encuesta en la que se preguntaba a los estudiantes si en sus casas compartían una computadora con otros miembros de la familia. ¿Existe alguna relación entre la edad y el compartir una computadora?

SOLUCIÓN

Usa las frecuencias relativas condicionales basadas en los totales de las columnas para determinar si existe una relación. Según esta muestra, el 80% de los estudiantes de entre 12–13 años comparte una computadora y solamente un 39% de los estudiantes de entre 18–19 años comparten una computadora.

▶ La tabla muestra que a medida que aumenta la edad, hay menos probabilidades que los estudiantes compartan una computadora con otros miembros de la familia. Entonces, sí existe una relación.

		Edad			
		12–13	14–15	16–17	18–19
Comparte una computadora	Sí	$\frac{40}{50} = 0.8$	$\frac{47}{72} \approx 0.65$	$\frac{42}{78} \approx 0.54$	$\frac{22}{56} \approx 0.39$
	No	$\frac{10}{50} \approx 0.2$	$\frac{25}{72} \approx 0.35$	$\frac{36}{78} \approx 0.46$	$\frac{34}{56} \approx 0.61$

Monitoreo del progreso Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

- Usando los resultados de la encuesta en la pregunta 1 de Monitoreo del Progreso, ¿hay alguna relación entre poseer una tableta y poseer un teléfono celular? Explica tu razonamiento.

Verificación de vocabulario y concepto esencial

- COMPLETA LA ORACIÓN** Cada entrada en una tabla de doble entrada es denominada un(a) _____.
- ESCRIBIR** ¿Cuándo es apropiado usar una tabla de doble entrada para organizar los datos?
- VOCABULARIO** Explica la relación entre las frecuencias relativas conjuntas, las frecuencias relativas marginales y las frecuencias relativas condicionales.
- ESCRIBIR** Describe dos maneras de hallar las frecuencias relativas condicionales.

Monitoreo del progreso y Representar con matemáticas

Realizas una encuesta en la que preguntas a 346 estudiantes si compran o no el almuerzo en la escuela. En los Ejercicios 5–8 usa los resultados de la encuesta que a continuación se presentan en una tabla de doble entrada.

		Compra el almuerzo en la escuela	
		Sí	No
Clase	Estudiante de primer año	92	86
	Estudiante de segundo año	116	52

- ¿Cuántos estudiantes de primer año fueron encuestados?
- ¿Cuántos estudiantes de segundo año fueron entrevistados?
- ¿Cuántos estudiantes compran el almuerzo en la escuela?
- ¿Cuántos estudiantes no compran el almuerzo en la escuela?

En los Ejercicios 9 y 10, halla e interpreta las frecuencias marginales. (Consulta el Ejemplo 1).

9.

		Determinar objetivos académicos	
		Sí	No
Género	Varón	64	168
	Mujer	54	142

10.

		Gato	
		Sí	No
Perro	Sí	104	208
	No	186	98

11. **USAR TABLAS DE DOBLE ENTRADA** Realizas una encuesta en la que preguntas a los estudiantes si planean participar en la semana del espíritu escolar. A continuación se muestran los resultados en la tabla de doble entrada. Halla e interpreta las frecuencias marginales.

		Participantes de la semana del espíritu escolar		
		Sí	No	Indeciso
Clase	Estudiante de primer año	112	56	54
	Estudiante de segundo año	92	68	32

12. **USAR TABLAS DE DOBLE ENTRADA** Realizas una encuesta en la que preguntas a los estudiantes del último año de una escuela secundaria universitaria acerca del tipo de grado que planean recibir. Los resultados se muestran en la tabla de doble entrada. Halla e interpreta las frecuencias marginales.

		Tipo de grado		
		Diplomado	Licenciatura	Maestría
Género	Varón	58	126	42
	Mujer	62	118	48

USAR LA ESTRUCTURA En los Ejercicios 13 y 14, completa la tabla de doble entrada.

13.

		Viajó en avión		Total
		Sí	No	
Clase	Estudiante de primer año		62	
	Estudiante de segundo año	184		
Total		274		352

14.

		Planea ir al baile escolar		Total
		Sí	No	
Género	Varón	38		
	Mujer		24	112
Total				196

15. **HACER TABLAS DE DOBLE ENTRADA** Realizas una encuesta en la que preguntas a 245 estudiantes de tu escuela si han tomado una clase de español o de francés. Ciento nueve estudiantes han tomado una clase de español y 45 de ellos han tomado una clase de francés. Ochenta y dos de los estudiantes no han tomado clases de español o de francés. Organiza los resultados en una tabla de doble entrada. Incluye las frecuencias marginales. (*Consulta el Ejemplo 2*).

16. **HACER TABLAS DE DOBLE ENTRADA** Un concesionario tiene 98 autos en su lote. Cincuenta y cinco autos son nuevos. De los autos nuevos, 36 son de producción nacional. Hay 15 autos importados usados en el lote. Organiza esta información en una tabla de doble entrada. Incluye las frecuencias marginales.



En los Ejercicios 17 y 18, haz una tabla de doble entrada que muestre las frecuencias relativas marginal y conjunta. (*Consulta el Ejemplo 3*).

17.

		Ejercicio preferido	
		Aeróbico	Anaeróbico
Género	Varón	88	104
	Mujer	96	62

18.


		Carne	
		Pavo	Jamón
Pan	Blanco	452	146
	Trigo	328	422


19. **USAR TABLAS DE DOBLE ENTRADA** Consulta el Ejercicio 17. ¿Qué porcentaje de estudiantes prefiere el ejercicio aeróbico? ¿Qué porcentaje de estudiantes son varones que prefieren el ejercicio anaeróbico?

20. **USAR TABLAS DE DOBLE ENTRADA** Consulta el Ejercicio 18. ¿Qué porcentaje de sándwiches son a base de pan de trigo? ¿Qué porcentaje de sándwiches son de pavo en pan blanco?

ANÁLISIS DE ERRORES En los Ejercicios 21 y 22 describe y corrige el error cometido al usar la tabla de doble entrada.

		Participa en la recaudación de fondos	
		Sí	No
Clase	Estudiante de primer año	187	85
	Estudiante de segundo año	123	93

21.  Ciento ochenta y siete estudiantes de primer año contestaron la encuesta.

22.  La tabla de doble entrada muestra las frecuencias relativas conjuntas.

		Participa en la recaudación de fondos	
		Sí	No
Clase	Estudiante de primer año	$\frac{187}{272} \approx 0.69$	$\frac{85}{272} \approx 0.31$
	Estudiante de segundo año	$\frac{123}{216} \approx 0.57$	$\frac{93}{216} \approx 0.43$

23. **USAR TABLAS DE DOBLE ENTRADA** Una empresa está organizando un evento para festejar el fin de año con sus empleados. Se les pregunta a los empleados si prefieren un evento de almuerzo o de cena. También se les pregunta si prefieren un evento con servicio de comida o que todos traigan comida. Los resultados se muestran en la tabla de doble entrada. Haz una tabla de doble entrada que muestre las frecuencias relativas condicionales basadas en los totales de las filas. Dado que un empleado prefiere un evento de almuerzo, ¿cuál es la frecuencia relativa condicional de que prefiera un evento con servicio de comida? (*Consulta el Ejemplo 4*).

		Menú	
		Trae comida	Servicio de comida
Comida	Almuerzo	36	48
	Cena	44	72

24. **USAR TABLAS DE DOBLE ENTRADA** La tabla de doble entrada muestra los resultados de una encuesta en la que se preguntó a los estudiantes acerca de sus preferencias con respecto a una nueva mascota para la escuela. Haz una tabla de doble entrada que muestre las frecuencias relativas condicionales basadas en los totales de las columnas. Dado que un estudiante prefiere un halcón como mascota, ¿cuál es la frecuencia relativa condicional de que prefiera una mascota de caricaturas?

		Tipo		
		Tigre	Halcón	Dragón
Estilo	Realista	67	74	51
	Caricaturas	58	18	24

25. **ANALIZAR TABLAS DE DOBLE ENTRADA** Realizas una encuesta a estudiantes del último año que piensan estudiar en una universidad y hallas que 85% planea vivir en el campus, 35% planea tener un auto mientras esté en la universidad y 5% planea vivir fuera del campus y no tener un auto. ¿Existe alguna relación entre vivir en el campus y tener un auto en la universidad? Explica. (Consulta el Ejemplo 5).

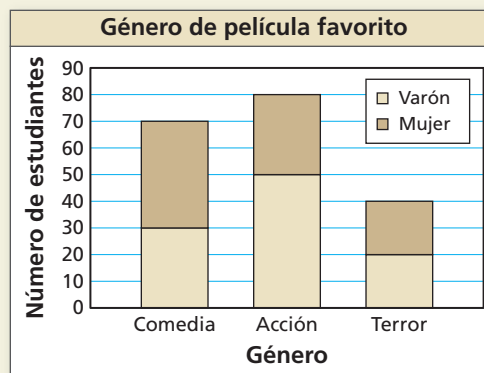
26. **ANALIZAR TABLAS DE DOBLE ENTRADA** Realizas una encuesta a estudiantes y te encuentras con que el 70% mira deportes en la televisión, el 48% practica algún deporte y el 16% no mira deportes por televisión o practica algún deporte. ¿Hay alguna relación entre practicar deportes y ver los deportes en la televisión? Explica.



27. **ANALIZAR TABLAS DE DOBLE ENTRADA** La tabla de doble entrada muestra los resultados de una encuesta en la que se preguntaba a los adultos si participan en esquí recreativo o no. ¿Existe alguna relación entre la edad y el esquí recreativo? (Consulta el Ejemplo 6).

		Edad				
		21–30	31–40	41–50	51–60	61–70
Esquí	Sí	87	93	68	37	20
	No	165	195	148	117	125

28. **ANALIZAR TABLAS DE DOBLE ENTRADA** Consulta el Ejercicio 12. ¿Existe alguna relación entre el sexo y el tipo de grado? Explica.
29. **ESCRIBIR** Compara los diagramas de Venn y las tablas de doble entrada.
30. **¿CÓMO LO VES?** La gráfica muestra los resultados de una encuesta en la que se preguntaba a los estudiantes acerca de su género favorito de película.



- a. Representa la información dada en una tabla de doble entrada.
- b. ¿Cuál de las representaciones de datos prefieres? Explica.
31. **RESOLVER PROBLEMAS** Una boletería vende 1809 boletos para un espectáculo, 800 de los cuales son para platea. Los boletos consisten en $2x + y$ boletos de adulto para platea, $x - 40$ boletos de niños para platea, $x + 2y$ boletos de adulto para la mezzanine y $3x - y - 80$ boletos de niños para la mezzanine.
- a. Organiza esta información en una tabla de doble entrada.
- b. Halla los valores de x y y .
- c. ¿Qué porcentaje de boletos son para adultos?
- d. ¿Qué porcentaje de boletos de niños son para la mezzanine?
32. **ESTIMULAR EL PENSAMIENTO** Compara las “tablas de simple entrada” y las “tablas de doble entrada”. ¿Es posible tener una “tabla de triple entrada”? Si es posible, da un ejemplo de una tabla de triple entrada.



Mantener el dominio de las matemáticas

Repasar lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Di si la tabla de valores representa una función *lineal*, *exponencial* o *cuadrática*. (Sección 8.6)

33.

x	0	1	2	3	4
y	144	24	4	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{9}$

34.

x	-1	0	1	2	3
y	3	0	-1	0	3

11.5 Elegir una representación de datos

Pregunta esencial ¿Cómo puedes representar datos de una manera que te ayude a tomar decisiones?

EXPLORACIÓN 1 Representar datos

Trabaja con un compañero. Analiza los datos y luego crea una representación que mejor represente los datos. Explica tu elección de representación de datos.

- a. Un grupo de escuelas de Nueva Inglaterra participó de un estudio de 2 meses de duración e informó que se encontraron 3962 animales muertos a lo largo de las pistas.

pájaros: 307	mamíferos: 2746	anfibios: 145
reptiles: 75	desconocidos: 689	

- b. A continuación, se muestran los datos de osos negros muertos en las pistas de un estado desde 1993 hasta 2012.

1993: 30	2000: 47	2007: 99
1994: 37	2001: 49	2008: 129
1995: 46	2002: 61	2009: 111
1996: 33	2003: 74	2010: 127
1997: 43	2004: 88	2011: 141
1998: 35	2005: 82	2012: 135
1999: 43	2006: 109	

- c. Un estudio de una semana de duración llevado a cabo a lo largo de una sección de ruta de 4 millas halló los siguientes pesos (en libras) de mapaches que habían sido matados por vehículos.

13.4	14.8	17.0	12.9	21.3	21.5	16.8	14.8
15.2	18.7	18.6	17.2	18.5	9.4	19.4	15.7
14.5	9.5	25.4	21.5	17.3	19.1	11.0	12.4
20.4	13.6	17.5	18.5	21.5	14.0	13.9	19.0

- d. Un estudio de un año de duración llevado a cabo por voluntarios de California arrojó los siguientes números de animales matados por vehículos motorizados.

mapaches: 1693	ardillas grises: 715
zorrillos: 1372	conejos cola de algodón: 629
ardillas terrestres: 845	lechuzas de campanario: 486
zarigüeya: 763	lepus: 466
venados: 761	serpientes de Gopher: 363

USAR HERRAMIENTAS ESTRATÉGICAMENTE

Para dominar las matemáticas, necesitas identificar los recursos matemáticos externos relevantes.

Comunicar tu respuesta

- ¿Cómo puedes representar datos de una manera que te ayude a tomar decisiones?
- Usa el Internet o algún otro tipo de referencia para hallar ejemplos de los siguientes tipos de representación de datos.

gráfica de barras	gráfica circular	gráfica de dispersión
diagrama de tallos y hojas	pictograma	gráfica de líneas
diagrama de distribución de datos	histograma	gráfica de puntos

11.5 Lección

Vocabulario Esencial

datos cualitativos (categóricos),
pág. 618

datos cuantitativos, pág. 618
gráfica engañosa, pág. 620

CONSEJO DE ESTUDIO

Solamente porque se puede mostrar un conteo de frecuencias para un conjunto de datos, no lo hace cuantitativo. Un conteo de frecuencias puede mostrarse tanto para datos cualitativos como para datos cuantitativos.

Qué aprenderás

- ▶ Clasificar los datos como cualitativos o cuantitativos.
- ▶ Elegir y crear representaciones de datos apropiadas.
- ▶ Analizar las gráficas engañosas.

Clasificar los datos

Los conjuntos de datos consisten en dos tipos de datos: *cualitativos* o *cuantitativos*.

Concepto Esencial

Tipos de datos

Los **datos cualitativos**, o **datos categóricos**, consisten en rótulos o entradas no numéricas que pueden separarse en diferentes categorías. Cuando se usan los datos cualitativos, las operaciones tales como sumar o hallar una media, no tienen sentido.

Los **datos cuantitativos** consisten en números que representan conteos o medidas.

EJEMPLO 1 Clasificar los datos

Indica si los datos son *cualitativos* o *cuantitativos*.

- | | |
|--------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|
| a. precios de autos usados en un concesionario | b. números de suéteres de un equipo de básquetbol |
| c. duraciones de las canciones tocadas en un concierto | d. signos del zodiaco de los estudiantes de tu clase |

SOLUCIÓN

- Los precios son entradas numéricas. Entonces, los datos son cuantitativos.
- Los números de los suéteres son numéricos, pero son rótulos. No tiene sentido compararlos y no puedes medirlos. Entonces, los datos son cualitativos.
- Las duraciones de las canciones son medidas numéricas. Entonces, los datos son cuantitativos.
- Los signos del zodiaco son entradas no numéricas que pueden separarse en diferentes categorías. Entonces, los datos son cualitativos.

Monitoreo del progreso



Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

Disi los datos son *cualitativos* o *cuantitativos*. Explica tu razonamiento.

- | | |
|----------------------------------------------------|-------------------------------------------|
| 1. números telefónicos en un directorio telefónico | 2. edades de los pacientes en un hospital |
| 3. duraciones de los videos en un sitio web | 4. tipos de flores en una floristería |

Los datos cualitativos y cuantitativos pueden recolectarse de la misma fuente de datos, como se muestra a continuación. Puedes usar estos tipos de datos juntos para obtener una descripción más precisa de una población.

Fuente de datos	Datos cuantitativos	Datos cualitativos
un estudiante	¿Cuánto ganas por hora en tu trabajo? \$10.50	¿Cuál es tu ocupación? pintor
una casa	¿Cuántos pies cuadrados de espacio habitable hay en la casa? 2500 pies ²	¿En qué ciudad está ubicada la casa? Chicago

Elegir y crear representaciones de datos apropiadas

Como puedes observar en la página 584, has aprendido una variedad de modos de representar conjuntos de datos de manera gráfica. Elegir una representación de datos apropiada puede depender de si los datos son cualitativos o cuantitativos.

EJEMPLO 2

Elegir y crear representaciones de datos apropiadas



Analiza los datos y luego diseña una representación que mejor represente esos datos. Explica tu razonamiento.

a.

Encuesta sobre el color de ojos	
Color	Número de estudiantes
marrón	63
azul	37
miel	25
verde	10
gris	3
ámbar	2

b.

Velocidad de los vehículos (millas/hora)			
Interestatal A		Interestatal B	
65	67	67	72
68	71	70	78
72	70	65	71
68	65	71	80
65	68	84	81
75	82	77	79
68	59	69	70
62	68	66	69
75	80	73	75
77	75	84	79

SOLUCIÓN

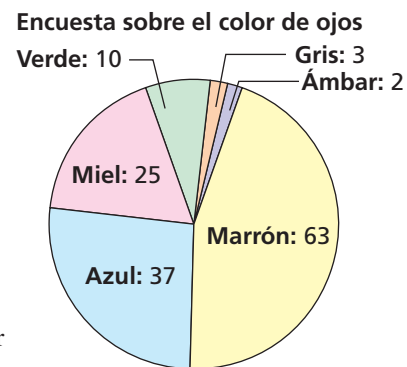
a. Una gráfica circular es una de las maneras apropiadas para representar estos datos cualitativos. Muestra los datos como partes de un todo.

Paso 1 Halla la medida del ángulo de cada sección de la gráfica circular multiplicando la fracción de estudiantes que tienen cada color de ojos por 360° . Nota que hay $63 + 37 + 25 + 10 + 3 + 2 = 140$ estudiantes en la encuesta.

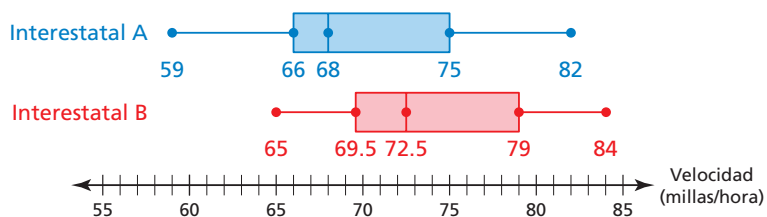
$$\text{Marrón: } \frac{63}{140} \cdot 360^\circ \approx 162^\circ \quad \text{Azul: } \frac{37}{140} \cdot 360^\circ \approx 95^\circ \quad \text{Miel: } \frac{25}{140} \cdot 360^\circ \approx 64^\circ$$

$$\text{Verde: } \frac{10}{140} \cdot 360^\circ \approx 26^\circ \quad \text{Gris: } \frac{3}{140} \cdot 360^\circ \approx 8^\circ \quad \text{Ámbar: } \frac{2}{140} \cdot 360^\circ \approx 5^\circ$$

Paso 2 Usa un transportador para dibujar en un círculo las medidas de los ángulos que hallaste en el Paso 1. Luego rotula cada sección y titula la gráfica circular como se muestra.



b. Un doble diagrama de distribución de datos es una manera apropiada de representar estos datos cuantitativos. Usa el resumen de cinco números de cada conjunto de datos para crear un doble diagrama de distribución de datos.



5. Representa los datos del Ejemplo 2(a) de otra manera.
6. Representa los datos del Ejemplo 2(b) de otra manera.

Analizar las gráficas engañosas

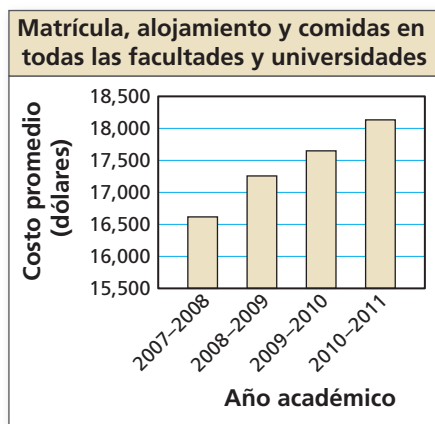
Así como hay diferentes maneras de representar datos con exactitud usando gráficas, también hay varias formas de representar datos que son engañosos. Una **gráfica engañosa** es una gráfica estadística que no se dibujó de manera apropiada. Esto puede suceder cuando el creador de la gráfica quiere darle al público la impresión de que los resultados son mejores de lo que en realidad son. A continuación hay algunas preguntas que puedes hacerte a ti mismo cuando analices una gráfica estadística que te ayudarán a identificar cuándo una gráfica intenta ser engañosa o ambigua.

- ¿La gráfica tiene un título?
- ¿Los números de la escala están espaciados equitativamente?
- ¿La escala comienza en cero? Si no es así, ¿hay un quiebre?
- ¿La gráfica necesita una guía?
- ¿Todos los ejes o secciones de la gráfica están rotulados?
- ¿Todos los componentes de la gráfica, como las barras, son del mismo tamaño?

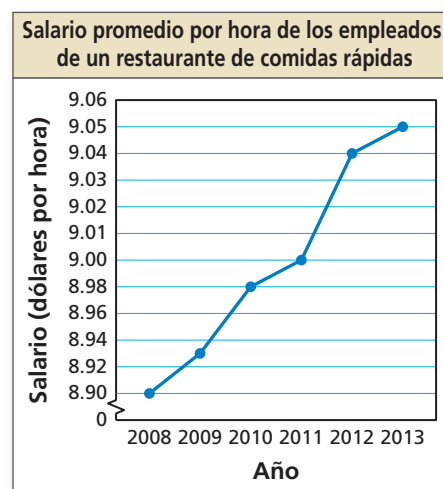
EJEMPLO 3 Analizar las gráficas engañosas

Describe de qué manera cada gráfica es engañosa. Luego explica cómo alguien podría malinterpretar la gráfica.

a.



b.



SOLUCIÓN

- a. La escala en el eje vertical de la gráfica comienza en \$15,500 y no tiene un quiebre. Esto hace parecer que el costo promedio aumentó rápidamente para los años dados.

Alguien podría creer que el costo promedio más que se duplicó desde 2007 hasta 2011, cuando en realidad solo aumentó cerca de \$1500.

- b. La escala en el eje vertical tiene aumentos muy pequeños que no son iguales.

Alguien podría creer que el aumento mayor en el salario promedio por hora ocurrió de 2011 a 2012, cuando en realidad el aumento mayor ocurrió de 2009 a 2010.

7. Vuelve a dibujar las gráficas del Ejemplo 3 para que no sean engañosas.

Verificación de vocabulario y concepto esencial

- FINAL ABIERTO** Describe dos maneras en que una gráfica lineal puede ser engañosa.
- ¿CUÁL NO CORRESPONDE?** ¿Qué conjunto de datos *no* pertenece al grupo de los otros tres? Explica tu razonamiento.

edades de personas que asisten a un concierto

alturas de los rascacielos de una ciudad

poblaciones de condados en un estado

razas de perros en una tienda de mascotas

Monitoreo del progreso y Representar con matemáticas

En los Ejercicios 3–8, di si los datos son *cuantitativos* o *cualitativos*. Explica tu razonamiento. (Consulta el Ejemplo 1).

- marcas de autos en un estacionamiento
- pesos de osos en un zoológico
- presupuestos de largometrajes
- formatos de archivos de documentos de una computadora
- tallas de zapatos de los estudiantes de tu clase
- direcciones postales en una libreta telefónica

En los Ejercicios 9–12, elige una forma de representación de datos apropiada para la situación. Explica tu razonamiento.

- el número de estudiantes en una banda de marcha cada año
- una comparación de las calificaciones de estudiantes (de cada 100) en dos clases diferentes
- los deportes favoritos de los estudiantes de tu clase
- la distribución de maestros por edad

En los Ejercicios 13–16, analiza los datos y luego crea una representación que mejor los represente. Explica tu razonamiento. (Consulta el Ejemplo 2).

13. **Edades de los ganadores de la Copa mundial**

Ganadores de la Copa mundial de hombres en 2010 (España)	Ganadores de la Copa mundial de mujeres en 2011 (Japón)
29 24 23 30 32 26	36 27 24 20 27 23
28 30 26 23 32 28	29 26 25 32 27 27
22 28 24 21 27 22	22 25 24 23 24 28
25 21 24 24 27	20 18 24

14. **Precipitación promedio (pulgadas)**

enero	1.1	julio	4.0
febrero	1.5	agosto	4.4
marzo	2.2	septiembre	4.2
abril	3.7	octubre	3.5
mayo	5.1	noviembre	2.1
junio	5.5	diciembre	1.8

15. **Calificaciones (de 100) en una prueba**

96	74	97	80	62
84	88	53	77	75
89	81	52	85	63
87	95	59	83	100

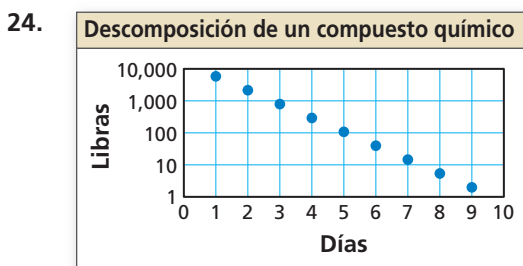
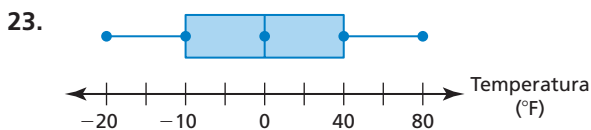
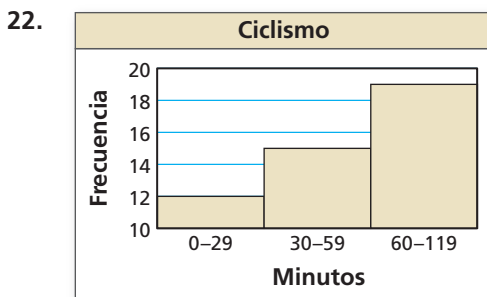
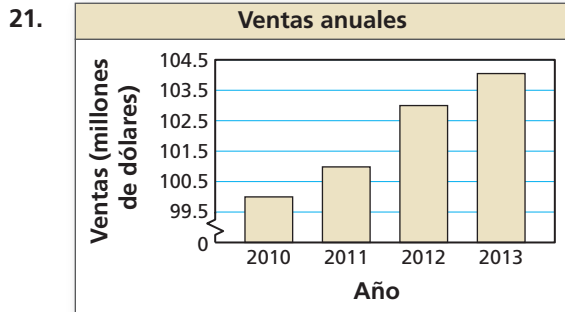
16. **Colores de autos que pasan por tu casa**

blanco	25	verde	3
rojo	12	plateado/gris	27
amarillo	1	azul	6
negro	21	marrón/beige	5

- REPRESENTAR DATOS** Representa los datos del Ejercicio 13 de otra manera.
- REPRESENTAR DATOS** Representa los datos del Ejercicio 14 de otra manera.
- REPRESENTAR DATOS** Representa los datos del Ejercicio 15 de otra manera.

20. **REPRESENTAR DATOS** Representa los datos del Ejercicio 16 de otra manera.

En los Ejercicios 21–24, indica de qué manera la gráfica es engañosa. Luego explica cómo alguien podría malinterpretar la gráfica. (Consulta el Ejemplo 3).

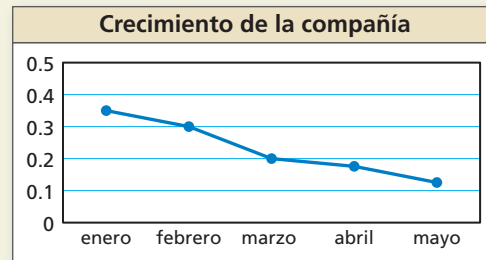


25. **REPRESENTAR DATOS** Vuelve a dibujar la gráfica del Ejercicio 21 para que no sea engañosa.

26. **REPRESENTAR DATOS** Vuelve a dibujar la gráfica del Ejercicio 22 para que no sea engañosa.

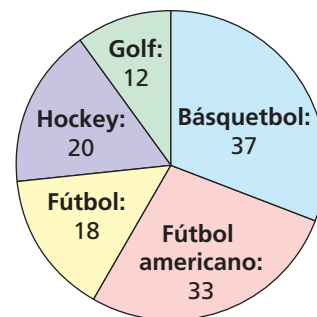
27. **ARGUMENTAR** Un conjunto de datos nos da las edades de los electores para las elecciones de una ciudad. El Estudiante A dice que los datos deberían representarse en una gráfica de barras, mientras que el Estudiante B dice que los datos estarían mejor representados en un histograma. ¿Quién tiene razón? Explica.

28. **¿CÓMO LO VES?** El gerente de una empresa observa la gráfica que aparece a continuación y concluye que la empresa está sufriendo un declive. ¿Qué le está faltando a la gráfica? Explica por qué el gerente puede estar equivocado.



29. **RAZONAR** Se realizó una encuesta en la que se le preguntó a 100 estudiantes acerca de los deportes que practican. A continuación, se muestran los resultados en una gráfica circular.

Deportes que practican



- a. Explica por qué la gráfica es engañosa.
b. ¿Qué tipo de representación de datos sería el más apropiado para los datos? Explica.

30. **ESTIMULAR EL PENSAMIENTO** Usa un programa de hojas de cálculo para crear un tipo de representación de datos que no se utilice en esta sección.

31. **RAZONAR** ¿Qué tipo de representación de datos muestra la moda de un conjunto de datos?

Mantener el dominio de las matemáticas

Repasar lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Determina si la relación es una función. Explica. (Sección 3.1)

32. $(-5, -1), (-6, 0), (-5, 1), (-2, 2), (3, 3)$ 33. $(0, 1), (4, 0), (8, 1), (12, 2), (16, 3)$

11.4–11.5 ¿Qué aprendiste?

Vocabulario Esencial

tabla de doble entrada, *pág. 610*
frecuencia conjunta, *pág. 610*
frecuencia marginal, *pág. 610*
frecuencia relativa conjunta, *pág. 611*
frecuencia relativa marginal, *pág. 611*

frecuencia relativa condicional, *pág. 612*
datos cualitativos (categóricos), *pág. 618*
datos cuantitativos, *pág. 618*
gráfica engañosa, *pág. 620*

Conceptos Esenciales

Sección 11.4

Frecuencias conjuntas y marginales, *pág. 610*
Hacer tablas de doble entrada, *pág. 611*
Frecuencias relativas, *pág. 611*

Frecuencias relativas condicionales, *pág. 612*
Reconocer asociaciones en los datos, *pág. 613*

Sección 11.5

Tipos de datos, *pág. 618*
Elegir y crear representaciones de datos apropiadas, *pág. 619*
Analizar las gráficas engañosas, *pág. 620*

Prácticas matemáticas

1. Considera los datos dados en la tabla de doble entrada para los Ejercicios 5–8 de la página 614. Tu amigo de segundo año respondió la encuesta. ¿Es más probable que tu amigo haya respondido “sí” o “no” a comprar el almuerzo? Explica.
2. Usa tu respuesta del Ejercicio 28 de la página 622 para explicar por qué es importante para el gerente de una empresa ver gráficas precisas.

Tarea de desempeño

Tiempo de estudio de un estudiante universitario

Los datos obtenidos de una pequeña encuesta en una universidad estatal podrían proporcionar información acerca de la cantidad de tiempo de estudio necesario para tener éxito en la universidad. En base a la información que hallas cuando organizas los datos, ¿qué consejo deberías darle a tus compañeros? ¿Cómo vas a justificar tus conclusiones?

Para explorar las respuestas a estas preguntas y más, visita BigIdeasMath.com.



11.1 Medidas de centro y variación (págs. 585–592)

La tabla muestra la cantidad de millas que corriste todos los días durante el plazo de 10 días. Halla la media, la mediana y la moda de las distancias.

Media: $\bar{x} = \frac{3.5 + 4.0 + 4.4 + 3.9 + 4.3 + 4.1 + 4.3 + 4.5 + 2.0 + 5.0}{10} = 4$

Mediana: 2.0, 3.5, 3.9, 4.0, 4.1, 4.3, 4.3, 4.4, 4.5, 5.0 **Ordena los datos.**

$$\frac{8.4}{2} = 4.2$$

Media de dos valores del medio

Moda: 2.0, 3.5, 3.9, 4.0, 4.1, **4.3, 4.3**, 4.4, 4.5, 5.0 **4.3 ocurre más a menudo.**

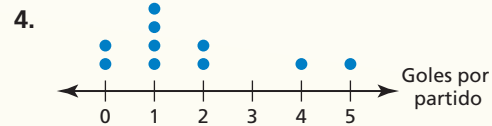
► La media es 4 millas, la mediana es 4.2 millas y la moda es 4.3 millas.

1. Usa los datos del ejemplo de arriba. Corres 4.0 millas el Día 11. ¿Cómo afecta este valor adicional la media, la mediana y la moda? Explica.
2. Usa los datos del ejemplo de arriba. Corres 10.0 millas el Día 11. ¿Cómo afecta este valor adicional a la media, la mediana y la moda? Explica.

Halla la media, la mediana y la moda de los datos.

3.

Temperaturas del centro de esquí (°F)		
11	3	3
0	-9	-2
10	10	10



Halla el intervalo y la desviación estándar de cada conjunto de datos. Luego compara tus resultados.

5.

Puntajes en un juego de boliche			
Jugador A		Jugador B	
205	190	228	205
185	200	172	181
210	219	154	240
174	203	235	235
194	230	168	192

6.

Precios de tabletas			
Tienda A		Tienda B	
\$140	\$180	\$225	\$310
\$200	\$250	\$260	\$190
\$150	\$190	\$190	\$285
\$250	\$160	\$160	\$240

Halla los valores de las medidas que se muestran después de la transformación dada.

Media: 109 Mediana: 104 Moda: 96 Rango: 45 Desviación estándar: 3.6

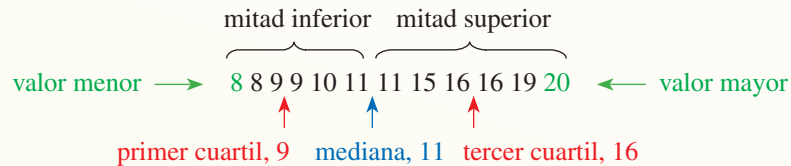
7. Cada valor en el conjunto de datos aumenta en 25.
8. Cada valor en el conjunto de datos se multiplica por 0.6.

11.2 Diagramas de distribución de datos (págs. 593–598)

Haz un diagrama de distribución de datos que represente los pesos (en libras) de las calabazas vendidas en un mercado.

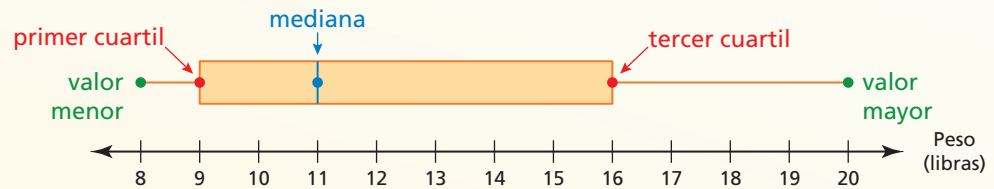
16, 20, 11, 15, 10, 8, 8, 19, 11, 9, 16, 9

Paso 1 Ordena los datos. Encuentra la mediana y los cuartiles.



Paso 2 Dibuja una recta numérica que incluya los valores mínimos y los máximos. Dibuja puntos por encima de la recta numérica para el resumen de cinco números.

Paso 3 Dibuja un recuadro usando Q_1 y Q_3 . Traza una recta a través de la mediana. Dibuja las líneas desde el recuadro hasta los valores mínimo y máximo.



Haz un diagrama de distribución de datos que represente los datos. Identifica la forma de la distribución.

9. Edades de voluntarios en un hospital:
14, 17, 20, 16, 17, 14, 21, 18, 22

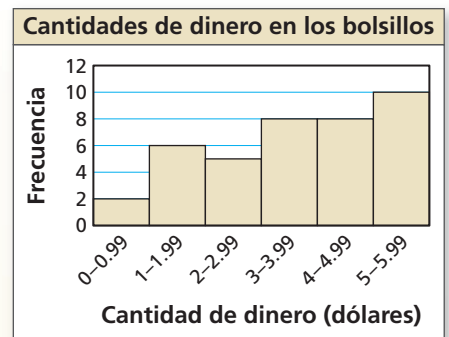
10. Masas (en kilogramos) de leones:
120, 230, 180, 210, 200, 200, 230, 160

11.3 Formas de distribuciones (págs. 599–606)

El histograma muestra las cantidades de dinero que un grupo de adultos tiene en sus bolsillos. Describe la forma de la distribución. ¿Qué medidas de centro y variación representan mejor los datos?

▶ La distribución es asimétrica a la izquierda. Entonces, usa la mediana para describir el centro y el resumen de cinco números para describir la variación.

Cantidad	Frecuencia
0–0.99	9
1–1.99	10
2–2.99	9
3–3.99	7
4–4.99	4
5–5.99	1



11. La tabla de frecuencia muestra las cantidades (en dólares) de dinero que los estudiantes de una clase tienen en sus bolsillos.
- Representa los datos en un histograma. Describe la forma de la distribución.
 - ¿Qué medidas de centro y variación representan mejor los datos?
 - Compara esta distribución con la distribución que se mostró anteriormente usando sus formas y las medidas de centro y variación apropiadas.

11.4 Tablas de doble entrada (págs. 609–616)

Realizas una encuesta en la que preguntas a 130 estudiantes si trabajan después de clases. Sesenta varones respondieron, 38 de los cuales sí tienen un trabajo. Veintiséis mujeres no tienen un trabajo. Organiza los resultados en una tabla de doble entrada. Halla e interpreta las frecuencias marginales.

		Trabajo después de clases		Total
		Sí	No	
Género	Varón	38	22	60
	Mujer	44	26	70
Total		82	48	130

60 varones respondieron.
70 mujeres respondieron.
130 estudiantes fueron encuestados.
82 estudiantes tienen un trabajo.
48 estudiantes no tienen un trabajo.

12. La tabla de doble entrada muestra los resultados de una encuesta en la que se preguntaba a los compradores en un centro comercial si les gustaba el nuevo patio de comidas.

- Haz una tabla de doble entrada que muestre las frecuencias relativas marginal y conjunta.
- Haz una tabla de doble entrada que muestre las frecuencias relativas condicionales basadas en los totales de las columnas.

		Patio de comidas	
		Le gusta	No le gusta
Compradores	Adultos	21	79
	Adolescentes	96	4

11.5 Elegir una representación de datos (págs. 617–622)

Analiza los datos y luego crea la representación que mejor represente los datos.

Edades de los presidentes de los Estados Unidos el día de la investidura presidencial										
57	61	57	57	58	57	61	54	68	51	49
64	50	48	65	52	56	46	54	49	51	47
55	55	54	42	51	56	55	51	54	51	60
62	43	55	56	61	52	69	64	46	54	47

Un diagrama de tallo y hojas es una de las maneras apropiadas de representar estos datos cuantitativos. Ordena los datos numéricos y muestra cómo están distribuidos.

Edades de los presidentes de los Estados Unidos el día de la investidura presidencial

4	2 3 6 6 7 7 8 9 9
5	0 1 1 1 1 1 2 2 4 4 4 4 5 5 5 5 6 6 6 7 7 7 7 8
6	0 1 1 1 2 4 4 5 8 9 Clave: 5 0 = 50

13. Analiza los datos en la tabla de la derecha y luego crea una representación que mejor represente los datos. Explica tu razonamiento.

Di si los datos son cualitativos o cuantitativos. Explica.

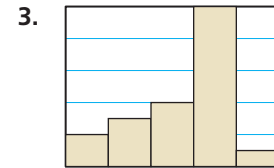
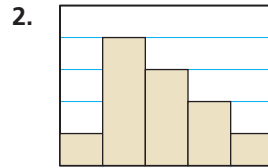
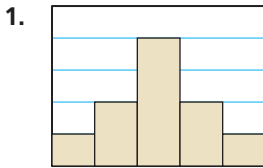
- alturas de los miembros de un equipo de basquetbol
- grado escolar de los estudiantes de una escuela primaria

Asistencia perfecta	
Clase	Número de estudiantes
primer año	84
segundo año	42
tercer año	67
último año	31

11

Prueba del capítulo

Describe la forma de la distribución de datos. Luego determina qué medidas de centro y variación mejor representan los datos.



4. Determina si cada enunciado es verdadero *siempre*, *a veces*, o *nunca*. Explica tu razonamiento.
- La suma de las frecuencias relativas marginales en la fila de “total” y en la columna de “total” de una tabla de doble entrada debería ser cada una igual a 1.
 - En un diagrama de distribución de datos, el largo del recuadro a la izquierda de la mediana y el largo del recuadro a la derecha de la mediana son iguales.
 - Los datos cualitativos son numéricos.

5. Halla la media, la mediana, la moda, el rango y la desviación estándar de los precios.

Precios de camisetas en una tienda			
\$15.50	\$18.90	\$10.60	\$12.25
\$7.80	\$23.50	\$9.75	\$21.70

6. Repite el Ejercicio 5 cuando todas las camisas en la tienda de ropa tienen 20% de descuento.
7. ¿Qué representación de datos representa mejor los datos: un histograma o un diagrama de tallo y hojas? Explica.

15, 21, 18, 10, 12, 11, 17, 18, 16, 12, 20, 12, 17, 16

8. Las tablas muestran la vida útil de las baterías (en horas) de dos marcas de laptops.
- Haz un diagrama de distribución de datos que represente los datos.
 - Identifica la forma de cada distribución.
 - ¿Cuál es la marca de batería que presenta mayor dispersión de vida útil? Explica.
 - Compara las distribuciones usando sus formas y las medidas de centro y variación apropiadas.

Marca A	
20.75	18.5
13.5	16.25
8.5	13.5
14.5	15.5
11.5	16.75

Marca B	
10.5	12.5
9.5	10.25
9.0	9.75
8.5	8.5
9.0	7.0

Método preferido de ejercicio	Número de estudiantes
caminar	20
trotar	28
andar en bicicleta	17
nadar	11
levantar pesas	10
bailar	14

9. La tabla muestra los resultados de una encuesta en la que se preguntaba a los estudiantes su método preferido de hacer ejercicios. Analiza los datos y luego crea una representación que mejor represente los datos. Explica tu razonamiento.
10. Realizas una encuesta en la que preguntas a 271 estudiantes de tu clase si irán a la excursión de la clase. Ciento veinte y un varones respondieron, 92 de los cuales sí irán a la excursión de la clase. Treinta y un mujeres no irán a la excursión de la clase.
- Organiza los resultados en una tabla de doble entrada. Encuentra e interpreta las frecuencias marginales.
 - ¿Qué porcentaje de mujeres irán a la excursión de la clase?

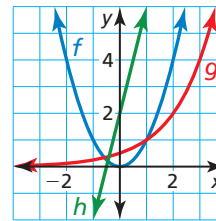
11

Evaluación acumulativa

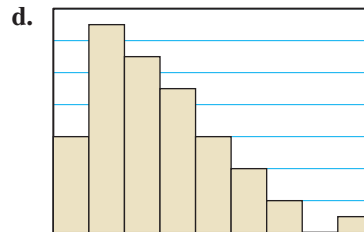
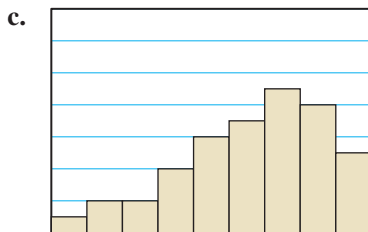
1. Les preguntas a todos los estudiantes de tu grado si tienen teléfono celular. Los resultados se muestran en una tabla de doble entrada. Tu amigo afirma que un porcentaje mayor de varones en tu grado tiene teléfonos celulares que mujeres. ¿Apoyas la afirmación de tu amigo? Justifica tu respuesta.

		Teléfonos celulares	
		Sí	No
Género	Varón	27	12
	Mujer	31	17

2. Usa las gráficas de las funciones para responder cada pregunta.
- ¿Hay algunos valores de x mayor a 0 donde $f(x) > h(x)$? Explica.
 - ¿Hay algunos valores de x mayor a 1 donde $g(x) > f(x)$? Explica.
 - ¿Hay algunos valores de x mayor a 0 donde $g(x) > h(x)$? Explica.



3. Clasifica la forma de cada distribución como *simétrica*, *asimétrica a la izquierda* o *asimétrica a la derecha*.



4. Completa la ecuación para que las soluciones del sistema de ecuaciones sean $(-2, 4)$ y $(1, -5)$.

$$y = \square x + \square$$

$$y = 2x^2 - x - 6$$

5. Empareja cada función con su inversa.

$$y = -3x^2, x \geq 0$$

$$y = -x + 7$$

$$y = 2x - 4$$

$$y = \sqrt{-\frac{1}{3}x}$$

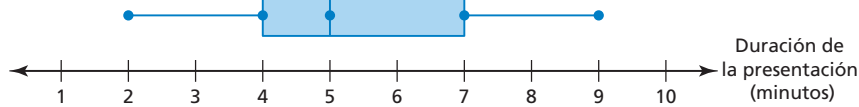
$$y = \frac{1}{2}x + 2$$

$$y = x^2 - 5, x \geq 0$$

$$y = \sqrt{x + 5}$$

$$y = -x + 7$$

6. El diagrama de distribución de datos representa las duraciones (en minutos) de las presentaciones de proyectos en una feria de ciencias. Halla el rango intercuartil de los datos. ¿Qué representa esto en el contexto de la situación?



- (A) 7; La mitad media del rango para las duraciones de presentaciones varían en no más de 7 minutos.
- (B) 3; Las duraciones de las presentaciones varían en no más de 3 minutos.
- (C) 3; La mitad media de las duraciones de las presentaciones varían en no más de 3 minutos.
- (D) 7; Las duraciones de las presentaciones varían en no más de 7 minutos.
7. Los puntajes en un videojuego oscilan entre 0 y 100. Usa el conjunto de datos que se muestra para completar un valor para x de manera que cada enunciado sea verdadero.

- a. Cuando $x = \underline{\hspace{2cm}}$, la media de los puntajes es 45.5.
- b. Cuando $x = \underline{\hspace{2cm}}$, la mediana de los puntajes es 47.
- c. Cuando $x = \underline{\hspace{2cm}}$, la moda de los puntajes es 63.
- d. Cuando $x = \underline{\hspace{2cm}}$, el rango de los puntajes es 71.

Puntajes en el videojuego	
36	28
48	x
42	57
63	52

8. Selecciona todos los números que se encuentran en el rango de la función que se muestra a continuación.

$$y = \begin{cases} x^2 + 4x + 7, & \text{si } x \leq -1 \\ \frac{1}{2}x + 2, & \text{si } x > -1 \end{cases}$$



9. Un viajero camina y toma un autobús para llegar al terminal de un aeropuerto. La función $y = D(x)$ representa la distancia (en pies) del viajero después de x minutos.

- a. Calcula e interpreta $D(2)$.
- b. Usa la gráfica para encontrar la solución de la ecuación $D(x) = 3500$. Explica el significado de la solución.
- c. ¿Cuánto tiempo espera el viajero por el autobús?
- d. ¿Qué tan lejos va el viajero en autobús?
- e. ¿Cuál es la distancia total que el viajero camina antes y después de subirse al autobús?

