

7 Ecuaciones polinomiales y factorización

- 7.1 Sumar y restar polinomios
- 7.2 Multiplicar polinomios
- 7.3 Productos especiales de polinomios
- 7.4 Resolver ecuaciones polinomiales en forma factorizada
- 7.5 Factorizar $x^2 + bx + c$
- 7.6 Factorizar $ax^2 + bx + c$
- 7.7 Factorizar productos especiales
- 7.8 Factorizar un polinomio completamente



Altura de un objeto en caída (pág. 400)



Reserva de animales salvajes (pág. 394)



Recorte de foto (pág. 390)



Enmarcar una foto (pág. 370)



Arco Gateway (pág. 382)

Mantener el dominio de las matemáticas

Simplificar expresiones algebraicas

Ejemplo 1 Simplifica $6x + 5 - 3x - 4$.

$$\begin{aligned}6x + 5 - 3x - 4 &= 6x - 3x + 5 - 4 \\ &= (6 - 3)x + 5 - 4 \\ &= 3x + 1\end{aligned}$$

Propiedad conmutativa de la suma

Propiedad distributiva

Simplifica.

Ejemplo 2 Simplifica $-8(y - 3) + 2y$.

$$\begin{aligned}-8(y - 3) + 2y &= -8(y) - (-8)(3) + 2y \\ &= -8y + 24 + 2y \\ &= -8y + 2y + 24 \\ &= (-8 + 2)y + 24 \\ &= -6y + 24\end{aligned}$$

Propiedad distributiva

Multiplícala.

Propiedad conmutativa de la suma

Propiedad distributiva

Simplifica.

Simplifica la expresión.

1. $3x - 7 + 2x$

2. $4r + 6 - 9r - 1$

3. $-5t + 3 - t - 4 + 8t$

4. $3(s - 1) + 5$

5. $2m - 7(3 - m)$

6. $4(h + 6) - (h - 2)$

Hallar el máximo factor común

Ejemplo 3 Halla el máximo factor común (MFC) de 42 y 70.

Para hallar el MFC de dos números, primero escribe la factorización prima de cada número. Luego halla el producto de los factores primos comunes.

$$\begin{aligned}42 &= 2 \cdot 3 \cdot 7 \\ 70 &= 2 \cdot 5 \cdot 7\end{aligned}$$

► El MFC de 42 y 70 es $2 \cdot 7 = 14$.

Halla el máximo factor común.

7. 20, 36

8. 42, 63

9. 54, 81

10. 72, 84

11. 28, 64

12. 30, 77

13. **RAZONAMIENTO ABSTRACTO** ¿Es posible para dos enteros no tener factores comunes? Explica tu razonamiento.

Prácticas matemáticas

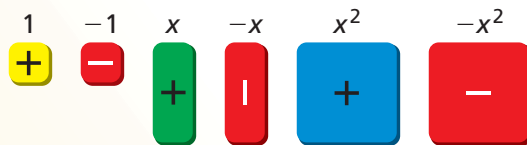
Los estudiantes que dominan las matemáticas consideran modelos concretos cuando resuelven un problema matemático.

Usar modelos

Concepto Esencial

Usar fichas de álgebra

Cuando resuelvas un problema, puede ser útil usar un modelo. Por ejemplo, puedes usar fichas de álgebra para representar expresiones y operaciones algebraicas con expresiones algebraicas.



EJEMPLO 1

Escribir expresiones representadas por fichas de álgebra

Escribe la expresión algebraica representada por las fichas de álgebra.

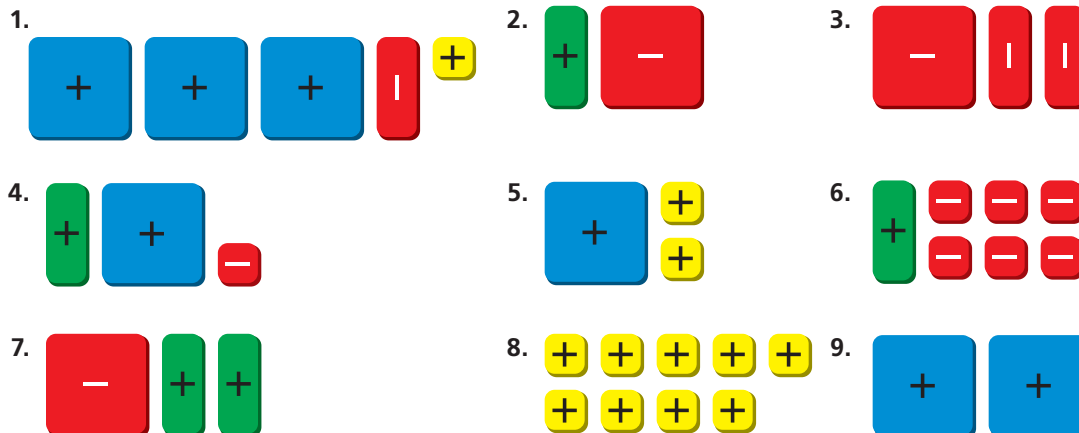


SOLUCIÓN

- a. La expresión algebraica es x^2 .
- b. La expresión algebraica es $3x + 4$.
- c. La expresión algebraica es $x^2 - x + 2$.

Monitoreo del progreso

Escribe la expresión algebraica representada por las fichas de álgebra.

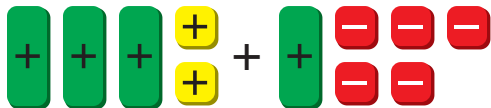


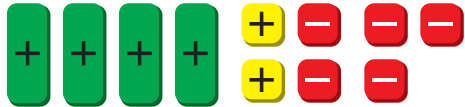
7.1 Sumar y restar polinomios

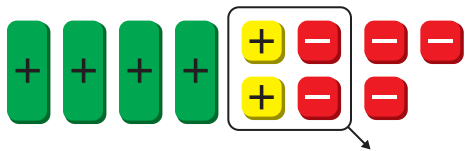
Pregunta esencial ¿Cómo puedes sumar y restar polinomios?


EXPLORACIÓN 1 Sumar polinomios

Trabaja con un compañero. Escribe la expresión representada por las fichas de álgebra en cada paso.

Paso 1  $(3x + 2) + (x - 5)$


Paso 2 

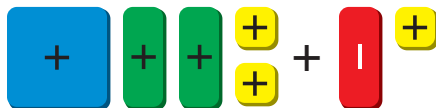
Paso 3 


Paso 4 

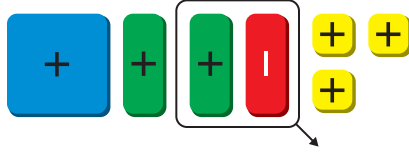
EXPLORACIÓN 2 Restar polinomios


Trabaja con un compañero. Escribe la expresión representada por las fichas de álgebra en cada paso.

Paso 1  $(x^2 + 2x + 2) - (x - 1)$

Paso 2 

Paso 3 

Paso 4 

Paso 5 

RAZONAR DE MANERA ABSTRACTA

Para dominar las matemáticas, necesitas representar una situación dada usando símbolos.

Comunicar tu respuesta

- ¿Cómo puedes sumar y restar polinomios?
- Usa tus métodos de la Pregunta 3 para hallar cada suma o resta.
 - $(x^2 + 2x - 1) + (2x^2 - 2x + 1)$
 - $(4x + 3) + (x - 2)$
 - $(x^2 + 2) - (3x^2 + 2x + 5)$
 - $(2x - 3x) - (x^2 - 2x + 4)$

7.1 Lección

Vocabulario Esencial

monomio, pág. 358
grado de un monomio, pág. 358
polinomio, pág. 359
binomio, pág. 359
trinomio, pág. 359
grado de un polinomio, pág. 359
forma estándar, pág. 359
coeficiente principal, pág. 359
cerrado, pág. 360

Qué aprenderás

- ▶ Hallar los grados de monomios.
- ▶ Clasificar polinomios.
- ▶ Sumar y restar polinomios.
- ▶ Resolver problemas de la vida real.

Hallar los grados de monomios

Un **monomio** es un número, una variable o el producto de un número y una o más variables con exponentes de números enteros.

El **grado de un monomio** es la suma de los exponentes de las variables del monomio. El grado de un término constante distinto de cero es 0. La constante 0 no tiene un grado.

Monomio	Grado	No es un monomio	Razón
10	0	$5 + x$	Una suma no es un monomio.
$3x$	1	$\frac{2}{n}$	Un monomio no puede tener una variable en el denominador.
$\frac{1}{2}ab^2$	$1 + 2 = 3$	4^a	Un monomio no puede tener un exponente variable.
$-1.8m^5$	5	x^{-1}	La variable debe tener un exponente de número entero.

EJEMPLO 1

Hallar los grados de monomios

Halla el grado de cada monomio.

- a. $5x^2$ b. $-\frac{1}{2}xy^3$ c. $8x^3y^3$ d. -3

SOLUCIÓN

- a. El exponente de x es 2.
▶ Entonces, el grado del monomio es 2.
- b. El exponente de x es 1 y el exponente de y es 3.
▶ Entonces, el grado del monomio es $1 + 3$, o 4.
- c. El exponente de x es 3 y el exponente de y es 3.
▶ Entonces, el grado del monomio es $3 + 3$, o 6.
- d. Puedes reescribir -3 como $-3x^0$.
▶ Entonces, el grado del monomio es 0.

Monitoreo del progreso



Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

Halla el grado del monomio.

1. $-3x^4$ 2. $7c^3d^2$ 3. $\frac{5}{3}y$ 4. -20.5

Clasificar polinomios

Concepto Esencial

Polinomios

Un **polinomio** es un monomio o una suma de monomios. Cada monomio se conoce como un *término* del polinomio. Un polinomio con dos términos es un **binomio**. Un polinomio con tres términos es un **trinomio**.

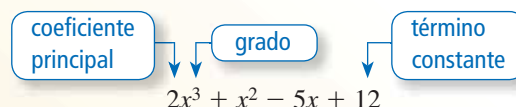
Binomio

$$5x + 2$$

Trinomio

$$x^2 + 5x + 2$$

El **grado de un polinomio** es el mayor grado de sus términos. Un polinomio en una variable está en **forma estándar** cuando los exponentes de los términos disminuyen de izquierda a derecha. Cuando escribes un polinomio en forma estándar, el coeficiente del primer término es el **coeficiente principal**.

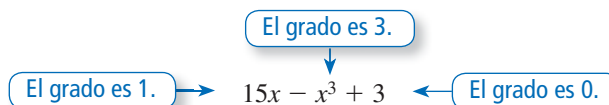


EJEMPLO 2 Escribir un polinomio en forma estándar

Escribe $15x - x^3 + 3$ en forma estándar. Identifica el grado y el coeficiente principal del polinomio.

SOLUCIÓN

Considera el grado de cada término del polinomio.



► Puedes escribir el polinomio en forma estándar como $-x^3 + 15x + 3$. El mayor grado es 3, entonces el grado del polinomio es 3 y el coeficiente principal es -1 .

EJEMPLO 3 Clasificar polinomios

Escribe cada polinomio en forma estándar. Identifica el grado y clasifica cada polinomio según el número de términos.

a. $-3z^4$

b. $4 + 5x^2 - x$

c. $8q + q^5$

SOLUCIÓN

Polinomio	Forma estándar	Grado	Tipo de polinomio
a. $-3z^4$	$-3z^4$	4	monomio
b. $4 + 5x^2 - x$	$5x^2 - x + 4$	2	trinomio
c. $8q + q^5$	$q^5 + 8q$	5	binomio

Monitoreo del progreso Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

Escribe el polinomio en forma estándar. Identifica el grado y el coeficiente principal del polinomio. Luego clasifica el polinomio según el número de términos.

5. $4 - 9z$

6. $t^2 - t^3 - 10t$

7. $2.8x + x^3$

Sumar y restar polinomios

Un conjunto de números es **cerrado** bajo una operación cuando la operación realizada en dos números cualquiera en el conjunto resulta en un número que también está en el conjunto. Por ejemplo, el conjunto de enteros está cerrado bajo suma, resta y multiplicación. Esto quiere decir que si a y b son dos enteros, entonces $a + b$, $a - b$ y ab son también enteros.

El conjunto de polinomios está cerrado bajo suma y resta. Entonces, la suma o resta de dos polinomios cualquiera es también un polinomio.

Para sumar polinomios, suma términos semejantes. Puedes usar un formato vertical u horizontal.

EJEMPLO 4 Sumar polinomios

Halla la suma.

a. $(2x^3 - 5x^2 + x) + (2x^2 + x^3 - 1)$ b. $(3x^2 + x - 6) + (x^2 + 4x + 10)$

SOLUCIÓN

a. **Formato vertical:** Alinea los términos semejantes verticalmente y suma.

$$\begin{array}{r} 2x^3 - 5x^2 + x \\ + \quad x^3 + 2x^2 \quad - 1 \\ \hline 3x^3 - 3x^2 + x - 1 \end{array}$$

▶ La suma es $3x^3 - 3x^2 + x - 1$.

b. **Formato horizontal:** Agrupa los términos semejantes y simplifica.

$$\begin{aligned} (3x^2 + x - 6) + (x^2 + 4x + 10) &= (3x^2 + x^2) + (x + 4x) + (-6 + 10) \\ &= 4x^2 + 5x + 4 \end{aligned}$$

▶ La suma es $4x^2 + 5x + 4$.

Para restar un polinomio, suma su opuesto. Para hallar el opuesto de un polinomio, multiplica cada uno de sus términos por -1 .

EJEMPLO 5 Restar polinomios

Halla la resta.

a. $(4n^2 + 5) - (-2n^2 + 2n - 4)$ b. $(4x^2 - 3x + 5) - (3x^2 - x - 8)$

SOLUCIÓN

a. **Formato vertical:** Alinea los términos semejantes verticalmente y resta.

$$\begin{array}{r} 4n^2 \quad + 5 \\ - (-2n^2 + 2n - 4) \quad \rightarrow + \\ \hline 4n^2 \quad + 5 \\ + 2n^2 - 2n + 4 \\ \hline 6n^2 - 2n + 9 \end{array}$$

▶ La resta es $6n^2 - 2n + 9$.

b. **Formato horizontal:** Agrupa los términos semejantes y simplifica.

$$\begin{aligned} (4x^2 - 3x + 5) - (3x^2 - x - 8) &= 4x^2 - 3x + 5 - 3x^2 + x + 8 \\ &= (4x^2 - 3x^2) + (-3x + x) + (5 + 8) \\ &= x^2 - 2x + 13 \end{aligned}$$

▶ La resta es $x^2 - 2x + 13$.

CONSEJO DE ESTUDIO

Cuando una potencia de una variable aparece en un polinomio pero no en el otro, deja un espacio en esa columna, o escribe el término con un coeficiente de 0.



ERROR COMÚN

Recuerda multiplicar *cada* término del polinomio por -1 cuando escribas la resta como suma.





Halla la suma o resta.

8. $(b - 10) + (4b - 3)$

9. $(x^2 - x - 2) + (7x^2 - x)$

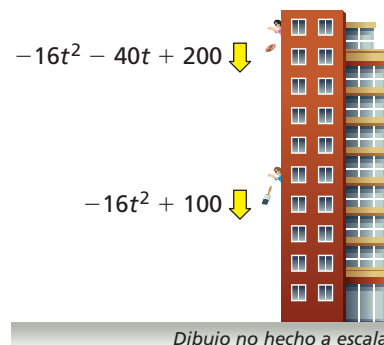
10. $(p^2 + p + 3) - (-4p^2 - p + 3)$

11. $(-k + 5) - (3k^2 - 6)$

Resolver problemas de la vida real

EJEMPLO 6 Resolver un problema de la vida real

Directamente desde una altura de 200 pies se arroja un centavo. Al mismo tiempo, se deja caer una brocha de pintura desde una altura de 100 pies. Los polinomios representan las alturas (en pies) de los objetos después de t segundos.



- a. Escribe un polinomio que represente la distancia entre el centavo y la brocha de pintura después de t segundos.
- b. Interpreta los coeficientes del polinomio de la parte (a).

SOLUCIÓN

- a. Para hallar las distancias entre los objetos después de t segundos, resta los polinomios.

Centavo	$-16t^2 - 40t + 200$	$-16t^2 - 40t + 200$
Brocha de pintura	$-(-16t^2 + 100)$	$+ 16t^2 - 100$
		$-40t + 100$

► El polinomio $-40t + 100$ representa la distancia entre los objetos después de t segundos.

- b. Cuando $t = 0$, la distancia entre los objetos es $-40(0) + 100 = 100$ pies. Entonces, el término constante 100 representa la distancia entre el centavo y la brocha de pintura cuando ambos objetos empiezan a caer.

A medida que el valor de t aumenta en 1, el valor de $-40t + 100$ disminuye en 40. Esto significa que los objetos están 40 pies más cerca uno del otro cada segundo. Entonces, -40 representa la cantidad que cambia la distancia entre los objetos cada segundo.



12. **¿QUÉ PASA SI?** El polinomio $-16t^2 - 25t + 200$ representa la altura del centavo después de t segundos.

- a. Escribe un polinomio que represente la distancia entre el centavo y la brocha de pintura después de t segundos.
- b. Interpreta los coeficientes del polinomio en la parte (a).

Verificación de vocabulario y concepto esencial

- VOCABULARIO** ¿Cuándo es un polinomio en una variable en forma estándar?
- FINAL ABIERTO** Escribe un trinomio en una variable de grado 5 en forma estándar.
- VOCABULARIO** ¿Cómo puedes determinar si un conjunto de números está cerrado bajo una operación?
- ¿CUÁL NO CORRESPONDE?** ¿Qué expresión *no* corresponde al grupo de las otras tres? Explica tu razonamiento.

$$a^3 + 4a$$

$$x^2 - 8^x$$

$$b - 2^{-1}$$

$$-\frac{\pi}{3} + 6y^8z$$

Monitoreo del progreso y Representar con matemáticas

En los Ejercicios 5–12, halla el grado del monomio. (Consulta el Ejemplo 1).

- | | |
|----------------|-------------------|
| 5. $4g$ | 6. $23x^4$ |
| 7. $-1.75k^2$ | 8. $-\frac{4}{9}$ |
| 9. s^8t | 10. $8m^2n^4$ |
| 11. $9xy^3z^7$ | 12. $-3q^4rs^6$ |

En los Ejercicios 13–20, escribe el polinomio en forma estándar. Identifica el grado y el coeficiente principal del polinomio. Luego clasifica el polinomio según el número de términos. (Consulta los Ejemplos 2 y 3).

- | | |
|---------------------------------------|------------------------|
| 13. $6c^2 + 2c^4 - c$ | 14. $4w^{11} - w^{12}$ |
| 15. $7 + 3p^2$ | 16. $8d - 2 - 4d^3$ |
| 17. $3t^8$ | 18. $5z + 2z^3 + 3z^4$ |
| 19. $\pi r^2 - \frac{5}{7}r^8 + 2r^5$ | 20. $\sqrt{7}n^4$ |

21. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** La expresión $\frac{4}{3}\pi r^3$ representa el volumen de una esfera con radio r . ¿Por qué esta expresión es un monomio? ¿Cuál es su grado?



22. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** La cantidad de dinero que tienes después de invertir \$400 por 8 años y \$600 por 6 años a la misma tasa de interés está representado por $400x^8 + 600x^6$, donde x es el factor de crecimiento. Clasifica el polinomio por el número de términos. ¿Cuál es su grado?

En los Ejercicios 23–30, halla la suma. (Consulta el Ejemplo 4).

- $(5y + 4) + (-2y + 6)$
- $(-8x - 12) + (9x + 4)$
- $(2n^2 - 5n - 6) + (-n^2 - 3n + 11)$
- $(-3p^3 + 5p^2 - 2p) + (-p^3 - 8p^2 - 15p)$
- $(3g^2 - g) + (3g^2 - 8g + 4)$
- $(9r^2 + 4r - 7) + (3r^2 - 3r)$
- $(4a - a^3 - 3) + (2a^3 - 5a^2 + 8)$
- $(s^3 - 2s - 9) + (2s^2 - 6s^3 + s)$

En los Ejercicios 31–38, halla la resta. (Consulta el Ejemplo 5).

- $(d - 9) - (3d - 1)$
- $(6x + 9) - (7x + 1)$
- $(y^2 - 4y + 9) - (3y^2 - 6y - 9)$
- $(4m^2 - m + 2) - (-3m^2 + 10m + 4)$
- $(k^3 - 7k + 2) - (k^2 - 12)$
- $(-r - 10) - (-4r^3 + r^2 + 7r)$

37. $(t^4 - t^2 + t) - (12 - 9t^2 - 7t)$
38. $(4d - 6d^3 + 3d^2) - (10d^3 + 7d - 2)$

ANÁLISIS DE ERRORES En los Ejercicios 39 y 40, describe y corrige el error cometido al hallar la suma o la resta.

39.

$$\begin{aligned} (x^2 + x) - (2x^2 - 3x) &= x^2 + x - 2x^2 - 3x \\ &= (x^2 - 2x^2) + (x - 3x) \\ &= -x^2 - 2x \end{aligned}$$

40.

$$\begin{array}{r} x^3 - 4x^2 + 3 \\ + -3x^3 + 8x - 2 \\ \hline -2x^3 + 4x^2 + 1 \end{array}$$

41. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** El costo (en dólares) de hacer b pulseras está representado por $4 + 5b$. El costo (en dólares) de hacer b collares está representado por $8b + 6$. Escribe un polinomio que represente cuánto más cuesta hacer b collares que b pulseras.



42. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** La cantidad de membresías individuales en un gimnasio en m meses está representada por $142 + 12m$. La cantidad de membresías familiares en el gimnasio en m meses está representada por $52 + 6m$. Escribe un polinomio que represente el número total de membresías en el gimnasio.

En los Ejercicios 43–46, halla la suma o la resta.

43. $(2s^2 - 5st - t^2) - (s^2 + 7st - t^2)$
44. $(a^2 - 3ab + 2b^2) + (-4a^2 + 5ab - b^2)$
45. $(c^2 - 6d^2) + (c^2 - 2cd + 2d^2)$
46. $(-x^2 + 9xy) - (x^2 + 6xy - 8y^2)$

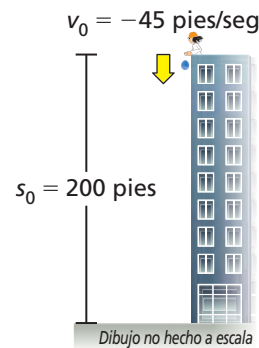
RAZONAR En los Ejercicios 47–50, completa el enunciado con *siempre*, *a veces* o *nunca*. Explica tu razonamiento.

47. Los términos de un polinomio son _____ monomios.

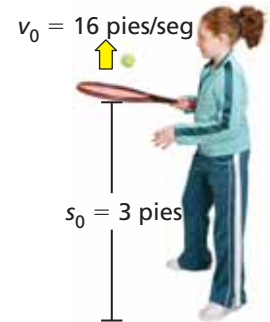
48. La diferencia de dos trinomios es _____ un trinomio.
49. Un binomio es _____ un polinomio de grado 2.
50. La suma de dos polinomios es _____ un polinomio.

REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS El polinomio $-16t^2 + v_0t + s_0$ representa la altura (en pies) de un objeto, donde v_0 es la velocidad vertical inicial (en pies por segundo), s_0 es la altura inicial del objeto (en pies) y t es el tiempo (en segundos). En los Ejercicios 51 y 52, escribe un polinomio que represente la altura del objeto. Luego halla la altura del objeto después de 1 segundo.

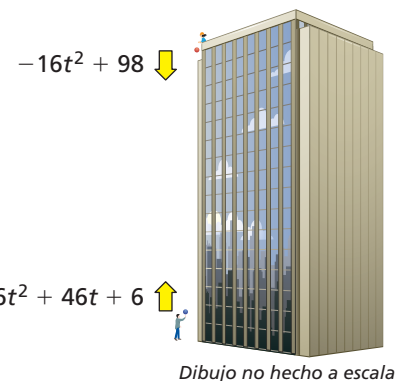
51. Lanzas un globo de agua desde un edificio.



52. Rebotas una pelota de tenis en una raqueta.



53. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** Dejas caer una pelota desde una altura de 98 pies. Al mismo tiempo, tu amigo lanza una pelota hacia arriba. Los polinomios representan las alturas (en pies) de las pelotas después de t segundos. (Consulta el Ejemplo 6).



- a. Escribe un polinomio que represente la distancia entre tu pelota y la de tu amigo después de t segundos.
- b. Interpreta los coeficientes del polinomio de la parte (a).

54. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** Durante un período de 7 años, las cantidades (en millones de dólares) gastadas cada año en comprar nuevos vehículos N y vehículos usados U por los residentes de los Estados Unidos están representadas por las ecuaciones.

$$N = -0.028t^3 + 0.06t^2 + 0.1t + 17$$

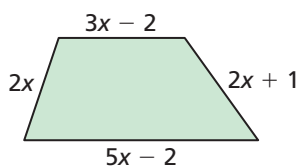
$$U = -0.38t^2 + 1.5t + 42$$

donde $t = 1$ representa el primer año del período de 7 años.

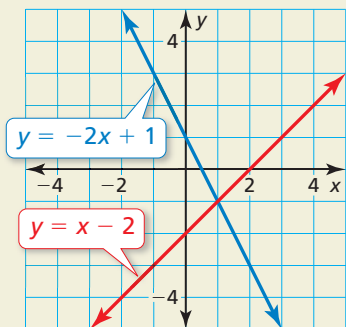
- Escribe un polinomio que represente la cantidad total gastada cada año en comprar vehículos nuevos y usados en el período de 7 años.
- ¿Cuánto se gasta en comprar vehículos nuevos y usados el quinto año?

55. **CONEXIONES MATEMÁTICAS**

Escribe el polinomio en forma estándar que represente el perímetro del cuadrilátero.



56. **¿CÓMO LO VES?** El lado derecho de la ecuación de cada línea es un polinomio.



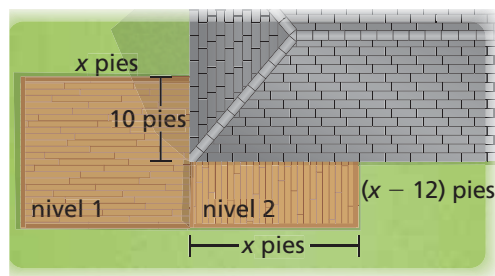
- El valor absoluto de la diferencia de los dos polinomios representa la distancia vertical entre puntos de las líneas con el mismo valor de x . Escribe esta expresión.
 - ¿Cuándo esta expresión de la parte (a) es igual a 0? ¿Cómo se relaciona este valor a la gráfica?
57. **ARGUMENTAR** Tu amigo dice que cuando sumas polinomios, el orden en que sumas no importa. ¿Tiene razón tu amigo? Explica.

58. **ESTIMULAR EL PENSAMIENTO** Escribe dos polinomios cuya suma sea x^2 y cuya resta sea 1.

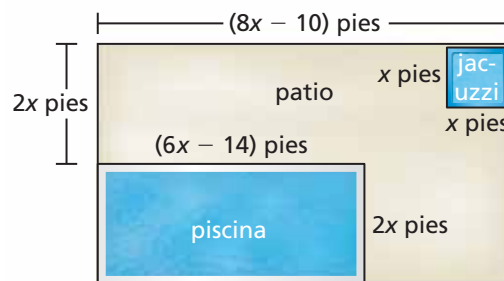
59. **RAZONAR** Determina si el conjunto es cerrado bajo la operación dada. Explica.

- el conjunto de enteros negativos; multiplicación
- el conjunto de números enteros; suma

60. **RESOLVER PROBLEMAS** Estás construyendo una terraza con varios niveles.



- Para cada nivel, escribe un polinomio en forma estándar que represente el área de ese nivel. Luego escribe el polinomio en forma estándar que represente el área total de la terraza.
 - ¿Cuál es el área total de la terraza cuando $x = 20$?
 - Un galón de sellante para terrazas cubre 400 pies cuadrados. ¿Cuántos galones de sellante necesitas para cubrir la terraza de la parte (b) una vez? Explica.
61. **RESOLVER PROBLEMAS** Un hotel instala una nueva piscina y un nuevo jacuzzi.



- Escribe el polinomio en forma estándar que represente el área del patio.
- El patio costará \$10 por pie cuadrado. Determina el costo del patio cuando $x = 9$.

Mantener el dominio de las matemáticas Repasar lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Simplifica la expresión. (*Manual de revisión de destrezas*)

62. $2(x - 1) + 3(x + 2)$

63. $8(4y - 3) + 2(y - 5)$

64. $5(2r + 1) - 3(-4r + 2)$

7.2 Multiplicar polinomios

Pregunta esencial ¿Cómo puedes multiplicar dos polinomios?

EXPLORACIÓN 1 Multiplicar monomios usando fichas de álgebra

Trabaja con un compañero. Escribe cada producto. Explica tu razonamiento.

- a. $+$ \cdot $+$ = b. $+$ \cdot $-$ =
- c. $-$ \cdot $-$ = d. $+$ \cdot $+$ =
- e. $+$ \cdot $-$ = f. $-$ \cdot $+$ =
- g. $-$ \cdot $-$ = h. $+$ \cdot $+$ =
- i. $+$ \cdot $-$ = j. $-$ \cdot $-$ =

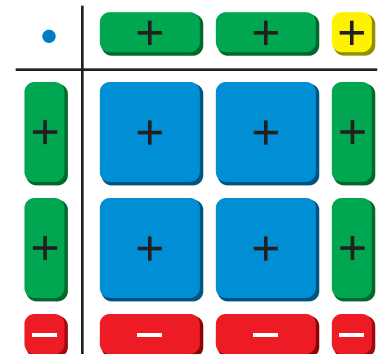
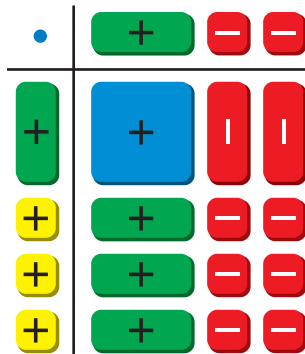
RAZONAR DE MANERA ABSTRACTA

Para dominar las matemáticas, necesitas razonar de forma abstracta y cuantitativa. Necesitas hacer una pausa según sea necesario para recordar los significados de los símbolos, operaciones y cantidades implicadas.

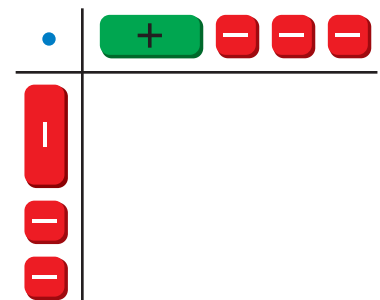
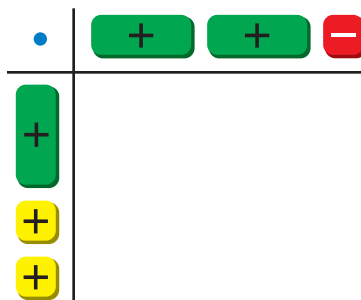
EXPLORACIÓN 2 Multiplicar binomios usando fichas de álgebra

Trabaja con un compañero. Escribe el producto de dos binomios representados por cada matriz rectangular de las fichas de álgebra. En las partes (c) y (d), dibuja primero la matriz rectangular de las fichas de álgebra que representa cada producto.

- a. $(x + 3)(x - 2) =$ b. $(2x - 1)(2x + 1) =$



- c. $(x + 2)(2x - 1) =$ d. $(-x - 2)(x - 3) =$



Comunicar tu respuesta

- ¿Cómo puedes multiplicar dos polinomios?
- Da otro ejemplo de multiplicar dos binomios usando las fichas de álgebra que sea similar a los de la Exploración 2.

7.2 Lección

Vocabulario Esencial

Método FOIL, pág. 367

Anterior

polinomio
cerrado
binomio
trinomio

Qué aprenderás

- ▶ Multiplicar binomios.
- ▶ Usar el método FOIL.
- ▶ Multiplicar binomios y trinomios.

Multiplicar binomios

El producto de dos polinomios es siempre un polinomio. Entonces, al igual que con el conjunto de enteros, el conjunto de polinomios está cerrado bajo la multiplicación. Puedes usar la Propiedad distributiva para multiplicar dos binomios.

EJEMPLO 1 Multiplicar binomios usando la propiedad distributiva

Halla (a) $(x + 2)(x + 5)$ y (b) $(x + 3)(x - 4)$.

SOLUCIÓN

a. Usa el método horizontal.

$$\begin{aligned} (x + 2)(x + 5) &= x(x + 5) + 2(x + 5) \\ &= x(x) + x(5) + 2(x) + 2(5) \\ &= x^2 + 5x + 2x + 10 \\ &= x^2 + 7x + 10 \end{aligned}$$

Distribuye $(x + 5)$ a cada término de $(x + 2)$.

Propiedad distributiva

Multiplica.

Combina los términos semejantes.

▶ El producto es $x^2 + 7x + 10$.

b. Usa el método vertical.

$$\begin{array}{r} x + 3 \\ \times \quad x - 4 \\ \hline \end{array}$$

Multiplica $-4(x + 3)$. $\rightarrow -4x - 12$

Multiplica $x(x + 3)$. $\rightarrow x^2 + 3x$

$$\begin{array}{r} x^2 + 3x \\ -4x - 12 \\ \hline x^2 - x - 12 \end{array}$$

Alinea los términos semejantes de forma vertical.

Propiedad distributiva

Propiedad distributiva

Combina los términos semejantes.

▶ El producto es $x^2 - x - 12$.

EJEMPLO 2 Multiplicar binomios usando una tabla

Halla $(2x - 3)(x + 5)$.

SOLUCIÓN

Paso 1 Escribe cada binomio como una suma de términos.

$$(2x - 3)(x + 5) = [2x + (-3)](x + 5)$$

Paso 2 Haz una tabla de productos.

	$2x$	-3
x	$2x^2$	$-3x$
5	$10x$	-15

▶ El producto es $2x^2 - 3x + 10x - 15$, o $2x^2 + 7x - 15$.

Monitoreo del progreso Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

Usa la Propiedad distributiva para hallar el producto.

1. $(y + 4)(y + 1)$

2. $(z - 2)(z + 6)$

Usa una tabla para hallar el producto.

3. $(p + 3)(p - 8)$

4. $(r - 5)(2r - 1)$


Usar el método FOIL


El **método FOIL** es un método simplificado para multiplicar dos binomios.


Concepto Esencial


Método FOIL

Para multiplicar dos binomios usando el método FOIL, halla la suma de los productos de

Primeros términos, $(x + 1)(x + 2)$  $x(x) = x^2$

Términos externos, $(x + 1)(x + 2)$  $x(2) = 2x$

Términos internos y $(x + 1)(x + 2)$  $1(x) = x$

Últimos términos, $(x + 1)(x + 2)$  $1(2) = 2$

$$(x + 1)(x + 2) = x^2 + 2x + x + 2 = x^2 + 3x + 2$$

EJEMPLO 3

Multiplicar binomios usando el método FOIL

Halla cada producto.

a. $(x - 3)(x - 6)$

b. $(2x + 1)(3x - 5)$

SOLUCIÓN

a. Usa el método FOIL.

$$\begin{aligned}(x - 3)(x - 6) &= \overset{\text{Primeros}}{x(x)} + \overset{\text{Externos}}{x(-6)} + \overset{\text{Internos}}{(-3)(x)} + \overset{\text{Últimos}}{(-3)(-6)} && \text{Método FOIL} \\ &= x^2 + (-6x) + (-3x) + 18 && \text{Multiplica.} \\ &= x^2 - 9x + 18 && \text{Combina los términos semejantes.}\end{aligned}$$

► El producto es $x^2 - 9x + 18$.

b. Usa el método FOIL.

$$\begin{aligned}(2x + 1)(3x - 5) &= \overset{\text{Primeros}}{2x(3x)} + \overset{\text{Externos}}{2x(-5)} + \overset{\text{Internos}}{1(3x)} + \overset{\text{Últimos}}{1(-5)} && \text{Método FOIL} \\ &= 6x^2 + (-10x) + 3x + (-5) && \text{Multiplica.} \\ &= 6x^2 - 7x - 5 && \text{Combina los términos semejantes.}\end{aligned}$$

► El producto es $6x^2 - 7x - 5$.

Monitoreo del progreso Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

Usa el método FOIL para hallar el producto.

5. $(m - 3)(m - 7)$

6. $(x - 4)(x + 2)$

7. $(2u + \frac{1}{2})(u - \frac{3}{2})$

8. $(n + 2)(n^2 + 3)$

Multiplicar binomios y trinomios

EJEMPLO 4 Multiplicar un binomio y un trinomio

Halla $(x + 5)(x^2 - 3x - 2)$.

SOLUCIÓN

Multiplica $5(x^2 - 3x - 2)$.

$$\begin{array}{r} x^2 - 3x - 2 \\ \times \quad \quad x + 5 \\ \hline 5x^2 - 15x - 10 \end{array}$$

Multiplica $x(x^2 - 3x - 2)$.

$$\begin{array}{r} x^3 - 3x^2 - 2x \\ x^3 + 2x^2 - 17x - 10 \end{array}$$

Alinea los términos semejantes de forma vertical.

Propiedad distributiva

Propiedad distributiva

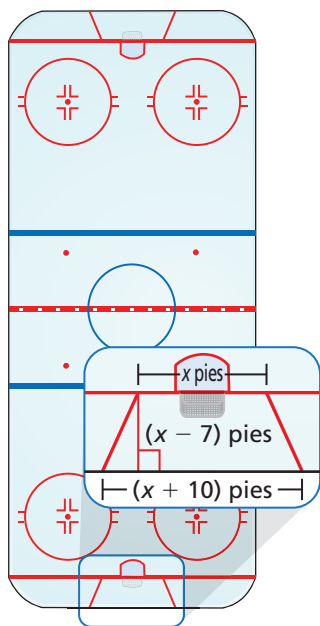
Combina los términos semejantes.

► El producto es $x^3 + 2x^2 - 17x - 10$.

EJEMPLO 5 Resolver un problema de la vida real

En hockey, un arquero detrás de la línea del arco solo puede lanzar el disco en la zona trapezoidal.

- Escribe un polinomio que represente la zona de la región trapezoidal.
- Halla el área de la región trapezoidal cuando la base más corta es 18 pies.



SOLUCIÓN

$$\begin{aligned} \text{a. } \frac{1}{2}h(b_1 + b_2) &= \frac{1}{2}(x - 7)[x + (x + 10)] \\ &= \frac{1}{2}(x - 7)(2x + 10) \end{aligned}$$

Sustituye.

Combina los términos semejantes.

$$\begin{aligned} & \quad \quad \quad \text{F} \quad \quad \text{O} \quad \quad \text{I} \quad \quad \text{L} \\ &= \frac{1}{2}[2x^2 + 10x + (-14x) + (-70)] \\ &= \frac{1}{2}(2x^2 - 4x - 70) \\ &= x^2 - 2x - 35 \end{aligned}$$

Método FOIL

Combina los términos semejantes.

Propiedad distributiva

- Un polinomio que representa el área de la región trapezoidal es $x^2 - 2x - 35$.
- Halla el valor de $x^2 - 2x - 35$ cuando $x = 18$.

$$\begin{aligned} x^2 - 2x - 35 &= 18^2 - 2(18) - 35 \\ &= 324 - 36 - 35 \\ &= 253 \end{aligned}$$

Sustituye 18 por x .

Simplifica.

Resta.

► La zona de la región trapezoidal es 253 pies cuadrados.

Monitoreo del progreso



Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

Halla el producto.

- $(x + 1)(x^2 + 5x + 8)$
- $(n - 3)(n^2 - 2n + 4)$
- ¿QUÉ PASA SI?** En el Ejemplo 5(a), ¿de qué manera cambia el polinomio cuando la base más larga se extiende en 1 pie? Explica.

7.2 Ejercicios

Verificación de vocabulario y concepto esencial

- VOCABULARIO** Describe 2 maneras de hallar el producto de dos binomios.
- ESCRIBIR** Explica cómo te pueden ayudar las letras de la palabra FOIL a recordar cómo multiplicar dos binomios.

Monitoreo del progreso y Representar con matemáticas


En los Ejercicios 3–10, usa la Propiedad distributiva para hallar el producto. (Consulta el Ejemplo 1).


- $(x + 1)(x + 3)$
- $(y + 6)(y + 4)$
- $(z - 5)(z + 3)$
- $(a + 8)(a - 3)$
- $(g - 7)(g - 2)$
- $(n - 6)(n - 4)$
- $(3m + 1)(m + 9)$
- $(5s + 6)(s - 2)$

En los Ejercicios 11–18, usa una tabla para hallar el producto. (Consulta el Ejemplo 2).

- $(x + 3)(x + 2)$
- $(y + 10)(y - 5)$
- $(h - 8)(h - 9)$
- $(c - 6)(c - 5)$
- $(3k - 1)(4k + 9)$
- $(5g + 3)(g + 8)$
- $(-3 + 2j)(4j - 7)$
- $(5d - 12)(-7 + 3d)$

ANÁLISIS DE ERRORES En los Ejercicios 19 y 20, describe y corrige el error cometido al hallar el producto de los binomios.

19.  $(t - 2)(t + 5) = t - 2(t + 5)$
 $= t - 2t - 10$
 $= -t - 10$

20.  $(x - 5)(3x + 1)$

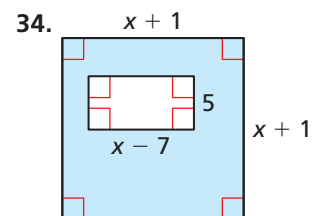
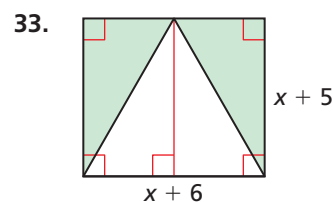
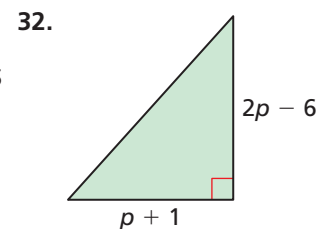
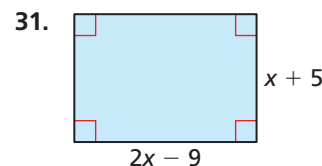
	$3x$	1
x	$3x^2$	x
5	$15x$	5

$(x - 5)(3x + 1) = 3x^2 + 16x + 5$

En los Ejercicios 21–30, usa el método FOIL para hallar el producto. (Consulta el Ejemplo 3).

- $(b + 3)(b + 7)$
- $(w + 9)(w + 6)$
- $(k + 5)(k - 1)$
- $(x - 4)(x + 8)$
- $(q - \frac{3}{4})(q + \frac{1}{4})$
- $(z - \frac{5}{3})(z - \frac{2}{3})$
- $(9 - r)(2 - 3r)$
- $(8 - 4x)(2x + 6)$
- $(w + 5)(w^2 + 3w)$
- $(v - 3)(v^2 + 8v)$

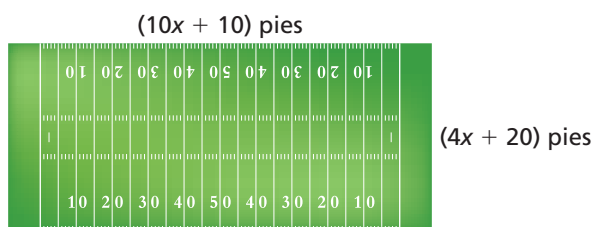
CONEXIONES MATEMÁTICAS En los Ejercicios 31–34, escribe un polinomio que represente el área de la región sombreada.



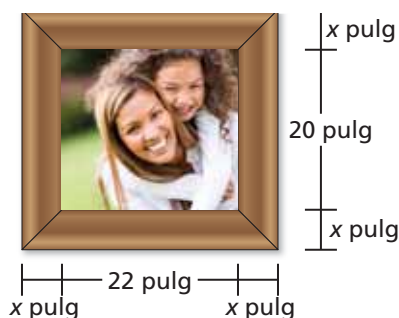
En los Ejercicios 35–42, halla el producto. (Consulta el Ejemplo 4).

- $(x + 4)(x^2 + 3x + 2)$
- $(f + 1)(f^2 + 4f + 8)$
- $(y + 3)(y^2 + 8y - 2)$
- $(t - 2)(t^2 - 5t + 1)$
- $(4 - b)(5b^2 + 5b - 4)$
- $(d + 6)(2d^2 - d + 7)$
- $(3e^2 - 5e + 7)(6e + 1)$
- $(6v^2 + 2v - 9)(4 - 5v)$

43. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** El campo de fútbol americano es rectangular. (Consulta el Ejemplo 5).



- Escribe un polinomio que represente el área del campo de fútbol americano.
 - Halla el área del campo de fútbol americano cuando el ancho es 160 pies.
44. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** Diseñas un marco para enmarcar una foto rectangular. El ancho del marco es el mismo en cada lado, como se muestra.



- Escribe un polinomio que represente el área combinada de la foto y el marco.
 - Halla el área combinada de la foto y el marco cuando el ancho del marco es de 4 pulgadas.
45. **ESCRIBIR** Cuando se multiplican dos binomios, explica cómo el grado del producto está relacionado al grado de cada binomio.

46. **ESTIMULAR EL PENSAMIENTO** Escribe dos polinomios que no sean monomios cuyo producto sea un trinomio de grado 3.

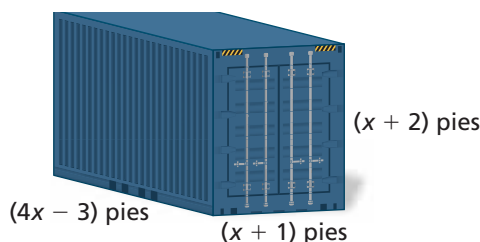
47. **ARGUMENTAR** Tu amigo dice que el método FOIL puede usarse para multiplicar dos trinomios. ¿Tiene razón tu amigo? Explica tu razonamiento.

48. **¿CÓMO LO VES?** La tabla muestra un método para hallar el producto de dos binomios.

	$-4x$	3
$-8x$	a	b
-9	c	d

- Escribe dos binomios que se estén multiplicando.
 - Determina si a , b , c y d serán positivos o negativos cuando $x > 0$.
49. **COMPARAR MÉTODOS** Usas la Propiedad distributiva para multiplicar $(x + 3)(x - 5)$. Tu amigo usa el método FOIL para multiplicar $(x - 5)(x + 3)$. ¿Las respuestas deberían ser equivalentes? Justifica tu respuesta.

50. **USAR LA ESTRUCTURA** El contenedor de transporte de carga es un prisma rectangular. Escribe un polinomio que represente el volumen del contenedor.



51. **RAZONAMIENTO ABSTRACTO** El producto de $(x + m)(x + n)$ es $x^2 + bx + c$.
- ¿Qué sabes acerca de m y n cuando $c > 0$?
 - ¿Qué sabes acerca de m y n cuando $c < 0$?

Mantener el dominio de las matemáticas

Repasar lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Escribe la función de valor absoluto como una función definida a trozos. (Sección 4.7)

52. $y = |x| + 4$

53. $y = 6|x - 3|$

54. $y = -4|x + 2|$

Simplifica la expresión. Escribe tu respuesta usando solamente exponentes positivos. (Sección 6.1)

55. $10^2 \cdot 10^9$

56. $\frac{x^5 \cdot x}{x^8}$

57. $(3z^6)^{-3}$

58. $\left(\frac{2y^4}{y^3}\right)^{-2}$

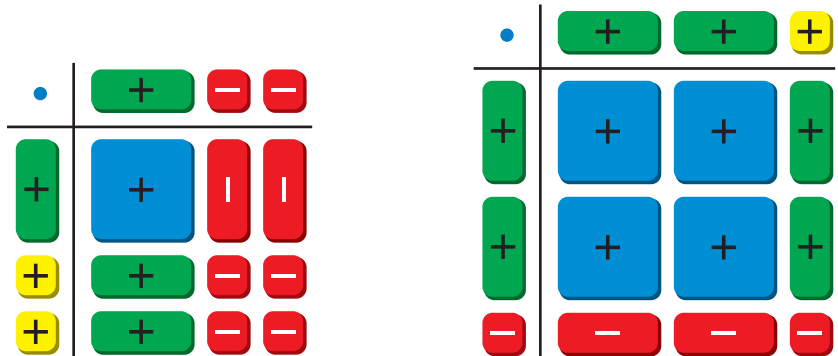
7.3 Productos especiales de polinomios

Pregunta esencial ¿Cuáles son los patrones de los productos especiales $(a + b)(a - b)$, $(a + b)^2$, y $(a - b)^2$?

EXPLORACIÓN 1 Hallar un patrón de suma y resta

Trabaja con un compañero. Escribe el producto de dos binomios representado por cada matriz rectangular de fichas de álgebra.

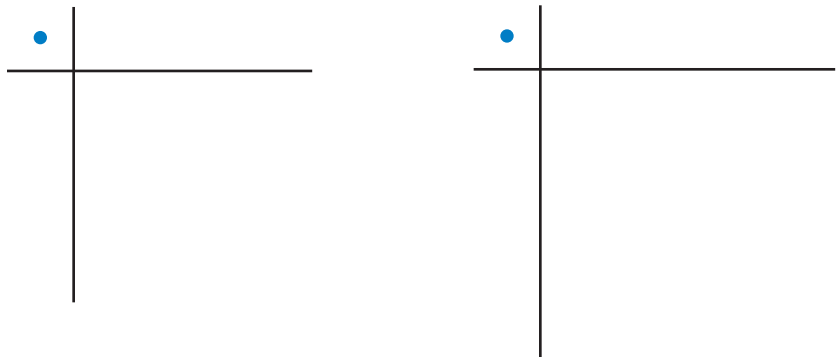
a. $(x + 2)(x - 2) =$ b. $(2x - 1)(2x + 1) =$



EXPLORACIÓN 2 Hallar el patrón de un cuadrado de binomio

Trabaja con un compañero. Dibuja la matriz rectangular de fichas de álgebra que represente cada producto de dos binomios. Escribe el producto.

a. $(x + 2)^2 =$ b. $(2x - 1)^2 =$



BUSCAR UNA ESTRUCTURA

Para dominar las matemáticas, necesitas prestar atención para discernir un patrón o estructura.

Comunicar tu respuesta

- ¿Cuáles son los patrones de los productos especiales $(a + b)(a - b)$, $(a + b)^2$, y $(a - b)^2$?
- Usa el patrón apropiado de los productos especiales para hallar cada producto. Verifica tus respuestas usando las fichas de álgebra.

a. $(x + 3)(x - 3)$	b. $(x - 4)(x + 4)$	c. $(3x + 1)(3x - 1)$
d. $(x + 3)^2$	e. $(x - 2)^2$	f. $(3x + 1)^2$

7.3 Lección

Vocabulario Esencial

Anterior
Binomio

Qué aprenderás

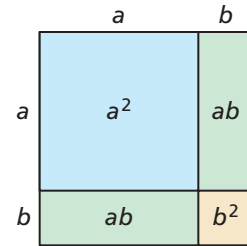
- ▶ Usar el patrón de cuadrado de un binomio.
- ▶ Usar el patrón de suma y resta.
- ▶ Usar los productos especiales para resolver problemas de la vida real.

Usar el patrón de cuadrado de un binomio

El diagrama muestra un cuadrado con una longitud lateral de $(a + b)$ unidades. Puedes ver que el área del cuadrado es

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

Esta es una versión de un patrón llamado el cuadrado de un binomio. Para hallar otra versión de este patrón, usa álgebra: reemplaza b con $-b$.



$$(a + (-b))^2 = a^2 + 2a(-b) + (-b)^2 \quad \text{Sustituye } b \text{ con } -b \text{ en el patrón anterior.}$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad \text{Simplifica.}$$

Concepto Esencial

Patrón de cuadrado de un binomio

Álgebra

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Ejemplo

$$(x + 5)^2 = (x)^2 + 2(x)(5) + (5)^2 \\ = x^2 + 10x + 25$$

$$(2x - 3)^2 = (2x)^2 - 2(2x)(3) + (3)^2 \\ = 4x^2 - 12x + 9$$

BUSCAR UNA ESTRUCTURA

Cuando usas patrones de productos especiales, recuerda que a y b pueden ser números, variables o expresiones variables.

EJEMPLO 1

Usar el patrón de cuadrado de un binomio

Halla cada producto.

a. $(3x + 4)^2$

b. $(5x - 2y)^2$

SOLUCIÓN

a. $(3x + 4)^2 = (3x)^2 + 2(3x)(4) + 4^2 \\ = 9x^2 + 24x + 16$

Patrón de cuadrado de un binomio
Simplifica.

▶ El producto es $9x^2 + 24x + 16$.

b. $(5x - 2y)^2 = (5x)^2 - 2(5x)(2y) + (2y)^2 \\ = 25x^2 - 20xy + 4y^2$

Patrón de cuadrado de un binomio
Simplifica.

▶ El producto es $25x^2 - 20xy + 4y^2$.

Monitoreo del progreso



Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

Halla el producto.

1. $(x + 7)^2$

2. $(7x - 3)^2$

3. $(4x - y)^2$

4. $(3m + n)^2$

Usar el patrón de suma y resta

Para hallar el producto $(x + 2)(x - 2)$, puedes multiplicar los dos binomios usando el método FOIL.

$$\begin{aligned}(x + 2)(x - 2) &= x^2 - 2x + 2x - 4 && \text{Método FOIL} \\ &= x^2 - 4 && \text{Combina los términos semejantes.}\end{aligned}$$

Esto sugiere un patrón para el producto de la suma y resta de dos términos.

Concepto Esencial

Patrón de suma y resta

Álgebra

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Ejemplo

$$(x + 3)(x - 3) = x^2 - 9$$

EJEMPLO 2 Usar el patrón de suma y resta

Halla cada producto.

a. $(t + 5)(t - 5)$

b. $(3x + y)(3x - y)$

SOLUCIÓN

a. $(t + 5)(t - 5) = t^2 - 5^2$
 $= t^2 - 25$

Patrón de suma y resta
Simplifica.

▶ El producto es $t^2 - 25$.

b. $(3x + y)(3x - y) = (3x)^2 - y^2$
 $= 9x^2 - y^2$

Patrón de suma y resta
Simplifica.

▶ El producto es $9x^2 - y^2$.

Los patrones de productos especiales pueden ayudarte a usar el cálculo mental para hallar ciertos productos de números.

EJEMPLO 3 Usar patrones de productos especiales y cálculos mentales

Usa los patrones de productos especiales para hallar el producto de $26 \cdot 34$.

SOLUCIÓN

Nota que 26 es 4 menos que 30, mientras que 34 es 4 más que 30.

$$\begin{aligned}26 \cdot 34 &= (30 - 4)(30 + 4) && \text{Escribe como producto de suma y resta.} \\ &= 30^2 - 4^2 && \text{Patrón de suma y resta} \\ &= 900 - 16 && \text{Evalúa las potencias.} \\ &= 884 && \text{Simplifica.}\end{aligned}$$

▶ El producto es 884.

Monitoreo del progreso Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

Halla el producto.

5. $(x + 10)(x - 10)$

6. $(2x + 1)(2x - 1)$

7. $(x + 3y)(x - 3y)$

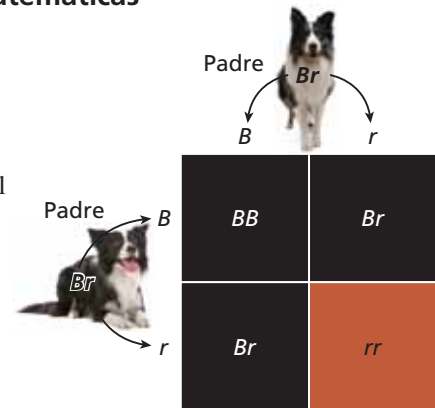
8. Describe cómo usar los patrones de productos especiales para hallar 21^2 .

Resolver problemas de la vida real

EJEMPLO 4 Representar con matemáticas

Una combinación de dos genes determina el color de las manchas oscuras del pelaje de un border collie. Una cría hereda un gen de un color de mancha de cada padre. Cada padre tiene dos genes de color y la cría tiene una igual probabilidad de heredar cualquiera de ellos.

El gen B corresponde a las manchas negras y el gen r corresponde a las manchas rojas. Cualquier combinación de genes con un B da como resultado manchas negras. Supón que cada padre tiene la misma combinación de genes Br . El cuadrado de Punnett muestra la posible combinación de genes de la cría y los colores de las manchas resultantes.



- ¿Qué porcentaje de las posibles combinaciones de genes da como resultado manchas negras?
- Muestra cómo podrías usar un polinomio para representar las posibles combinaciones de genes.

SOLUCIÓN

- Nota que el cuadrado de Punnett muestra cuatro posibles combinaciones de genes de la cría. De estas combinaciones, tres dan como resultado manchas negras.

▶ Entonces, 75% de las posibles combinaciones de genes dan como resultado manchas negras.

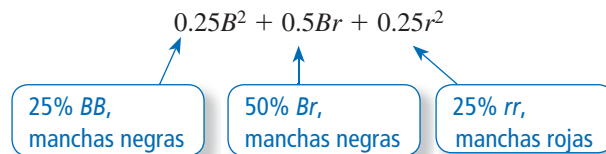
- Representa el gen de cada padre con $0.5B + 0.5r$. Hay igual posibilidad de que la cría herede un gen negro o rojo de cada padre.

Puedes representar las posibles combinaciones de genes de la cría con $(0.5B + 0.5r)^2$. Nota que este producto también representa el área del cuadrado de Punnett.

Expande el producto para hallar los posibles colores de las manchas de la cría.

$$\begin{aligned}(0.5B + 0.5r)^2 &= (0.5B)^2 + 2(0.5B)(0.5r) + (0.5r)^2 \\ &= 0.25B^2 + 0.5Br + 0.25r^2\end{aligned}$$

Considera los coeficientes del polinomio.



Los coeficientes muestran que $25\% + 50\% = 75\%$ de las posibles combinaciones de genes dan como resultado manchas negras.

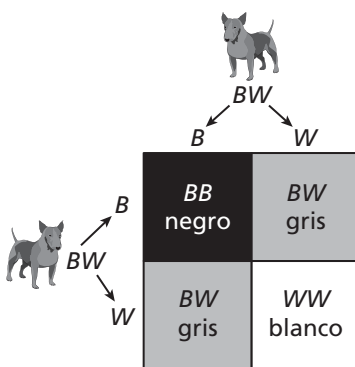
Monitoreo del progreso



Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

- De dos perros, cada uno tiene un gen negro (B) y un gen blanco (W). El cuadrado de Punnett muestra las posibles combinaciones de genes de una cría y los colores resultantes.

- ¿Qué porcentaje de las posibles combinaciones de genes dan como resultado negro?
- Muestra cómo podrías usar un polinomio para representar la posible combinación de genes de la cría.



Verificación de vocabulario y concepto esencial

- ESCRIBIR** Explica cómo usar el patrón de cuadrado de un binomio.
- ¿CUÁL NO CORRESPONDE?** ¿Qué expresión *no* corresponde al grupo de las otras tres? Explica tu razonamiento.

$$(x + 1)(x - 1)$$

$$(3x + 2)(3x - 2)$$

$$(x + 2)(x - 3)$$

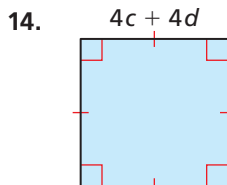
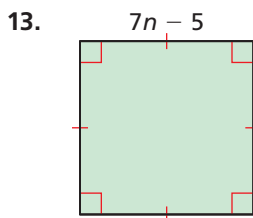
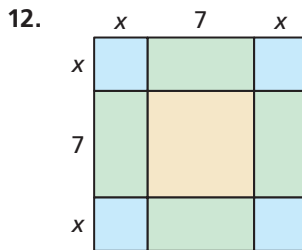
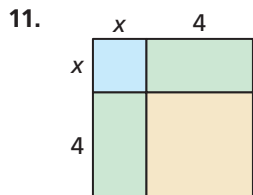
$$(2x + 5)(2x - 5)$$

Monitoreo del progreso y Representar con matemáticas

En los Ejercicios 3–10, halla el producto.
(Consulta el Ejemplo 1).

- | | |
|------------------|-------------------|
| 3. $(x + 8)^2$ | 4. $(a - 6)^2$ |
| 5. $(2f - 1)^2$ | 6. $(5p + 2)^2$ |
| 7. $(-7t + 4)^2$ | 8. $(-12 - n)^2$ |
| 9. $(2a + b)^2$ | 10. $(6x - 3y)^2$ |

CONEXIONES MATEMÁTICAS En los Ejercicios 11–14, escribe un polinomio que represente el área del cuadrado.



En los Ejercicios 15–24, halla el producto.
(Consulta el Ejemplo 2).

- | | |
|--------------------------|--|
| 15. $(t - 7)(t + 7)$ | 16. $(m + 6)(m - 6)$ |
| 17. $(4x + 1)(4x - 1)$ | 18. $(2k - 4)(2k + 4)$ |
| 19. $(8 + 3a)(8 - 3a)$ | 20. $\left(\frac{1}{2} - c\right)\left(\frac{1}{2} + c\right)$ |
| 21. $(p - 10q)(p + 10q)$ | 22. $(7m + 8n)(7m - 8n)$ |
| 23. $(-y + 4)(-y - 4)$ | 24. $(-5g - 2h)(-5g + 2h)$ |

En los Ejercicios 25–30, usa patrones de productos especiales para hallar el producto. (Consulta el Ejemplo 3).

- | | |
|-------------------|--|
| 25. $16 \cdot 24$ | 26. $33 \cdot 27$ |
| 27. 42^2 | 28. 29^2 |
| 29. 30.5^2 | 30. $10\frac{1}{3} \cdot 9\frac{2}{3}$ |

ANÁLISIS DE ERRORES En los Ejercicios 31 y 32, describe y corrige el error cometido al hallar el producto.

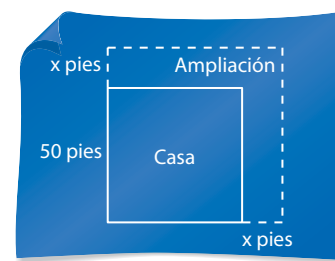
31.

$$\begin{aligned} (k + 4)^2 &= k^2 + 4^2 \\ &= k^2 + 16 \end{aligned}$$

32.

$$\begin{aligned} (s + 5)(s - 5) &= s^2 + 2(s)(5) - 5^2 \\ &= s^2 + 10s - 25 \end{aligned}$$

33. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** Un contratista amplía una casa en dos lados.



- El área de la casa después de la renovación está representada por $(x + 50)^2$. Halla este producto.
- Usa el polinomio de la parte (a) para hallar el área cuando $x = 15$. ¿Cuál es el área de la ampliación?

34. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** Un estacionamiento en forma de cuadrado con lados de 100 pies se reduce en x pies en un lado y se amplía en x pies en un lado adyacente.
- El área del nuevo estacionamiento está representado por $(100 - x)(100 + x)$. Halla este producto.
 - ¿El área del nuevo estacionamiento aumenta, disminuye o permanece igual? Explica.
 - Usa el polinomio de la parte (a) para hallar el área del nuevo estacionamiento cuando $x = 21$.

35. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** En los ciervos, el gen N corresponde a coloración normal y el gen a es para ninguna coloración o albino. Cualquier combinación de genes con un N da como resultado coloración normal. El cuadrado de Punnett muestra las posibles combinaciones de genes de una cría y los colores resultantes de padres que tienen ambos la combinación del gen Na . (Consulta el Ejemplo 4.)

a. ¿Qué porcentaje de las posibles combinaciones de genes dan como resultado coloración albina?

b. Muestra cómo podrías usar un polinomio para representar las posibles combinaciones de genes de la cría.

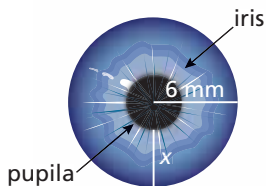
Padre B

N

Na

		Padre A	
		N	a
N	Na	NN normal	Na normal
Na	a	Na normal	aa albino

36. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** Tu iris controla la cantidad de luz que ingresa a tu ojo cambiando el tamaño de tu pupila.



- a. Escribe un polinomio que represente el área de tu pupila. Escribe tu respuesta en términos de π .

37. **PENSAMIENTO CRÍTICO** Escribe dos binomios que tengan el producto $x^2 - 121$. Explica.

Mantener el dominio de las matemáticas

Repasar lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Factoriza la expresión usando el MFC. (Manual de revisión de destrezas)

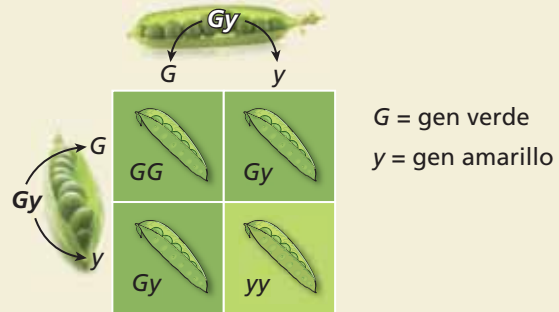
48. $12y - 18$

49. $9r + 27$

50. $49s + 35t$

51. $15x - 10y$

38. **¿CÓMO LO VES?** En las plantas de arvejas, cualquier combinación de genes con un gen verde (G) da como resultado una vaina verde. El cuadrado de Punnett muestra las posibles combinaciones de genes de los retoños de dos plantas de arvejas Gy y los colores de vaina resultantes.



Un polinomio que representa las posibles combinaciones de genes de la cría es

$$(0.5G + 0.5y)^2 = 0.25G^2 + 0.5Gy + 0.25y^2.$$

Describe dos maneras de determinar el porcentaje de las posibles combinaciones de genes que dan como resultado vainas verdes.

En los Ejercicios 39–42, halla el producto.

39. $(x^2 + 1)(x^2 - 1)$

40. $(y^3 + 4)^2$

41. $(2m^2 - 5n^2)^2$

42. $(r^3 - 6t^4)(r^3 + 6t^4)$

43. **ARGUMENTAR** Tu amigo afirma que es capaz de usar un patrón de productos especiales para determinar que $(4\frac{1}{3})^2$ es igual a $16\frac{1}{9}$. ¿Tiene razón tu amigo? Explica.

44. **ESTIMULAR EL PENSAMIENTO** El área (en metros cuadrados) de la superficie de un lago artificial está representada por x^2 . Describe tres maneras de modificar las dimensiones del lago para que la nueva área pueda representarse mediante los tres tipos de patrones de productos especiales abordados en esta sección.

45. **RAZONAR** Halla k para que $9x^2 - 48x + k$ sea el cuadrado de un binomio.

46. **RAZONAMIENTO REPETIDO** Halla $(x + 1)^3$ y $(x + 2)^3$. Halla un patrón en los términos y úsalo para escribir un patrón para el cubo de un binomio $(a + b)^3$.

47. **RESOLVER PROBLEMAS** Halla dos números a y b tales que $(a + b)(a - b) < (a - b)^2 < (a + b)^2$.

7.4 Resolver ecuaciones polinomiales en forma factorizada

Pregunta esencial ¿Cómo puedes resolver una ecuación polinomial?

EXPLORACIÓN 1 Unir formas equivalentes de una ecuación

Trabaja con un compañero. Una ecuación se considera en *forma factorizada* cuando el producto de los factores es igual a 0. Une cada forma factorizada de la ecuación con su forma estándar y su forma no estándar equivalentes.

	Forma factorizada		Forma estándar		Forma no estándar
a.	$(x - 1)(x - 3) = 0$	A.	$x^2 - x - 2 = 0$	1.	$x^2 - 5x = -6$
b.	$(x - 2)(x - 3) = 0$	B.	$x^2 + x - 2 = 0$	2.	$(x - 1)^2 = 4$
c.	$(x + 1)(x - 2) = 0$	C.	$x^2 - 4x + 3 = 0$	3.	$x^2 - x = 2$
d.	$(x - 1)(x + 2) = 0$	D.	$x^2 - 5x + 6 = 0$	4.	$x(x + 1) = 2$
e.	$(x + 1)(x - 3) = 0$	E.	$x^2 - 2x - 3 = 0$	5.	$x^2 - 4x = -3$

USAR HERRAMIENTAS ESTRATÉGICAMENTE

Para dominar las matemáticas, necesitas considerar usar herramientas como una tabla o una hoja de cálculo para organizar tus resultados.

EXPLORACIÓN 2 Escribir una conjetura

Trabaja con un compañero. Sustituye 1, 2, 3, 4, 5, y 6 para x en cada ecuación y determina si la ecuación es verdadera. Organiza tus resultados en una tabla. Escribe una conjetura describiendo lo que has descubierto.

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| a. $(x - 1)(x - 2) = 0$ | b. $(x - 2)(x - 3) = 0$ |
| c. $(x - 3)(x - 4) = 0$ | d. $(x - 4)(x - 5) = 0$ |
| e. $(x - 5)(x - 6) = 0$ | f. $(x - 6)(x - 1) = 0$ |

EXPLORACIÓN 3 Propiedades especiales de 0 y 1

Trabaja con un compañero. Los números 0 y 1 tienen propiedades especiales que son compartidas por ningún otro número. Para cada uno de los siguientes, decide si la propiedad es verdadera para 0, 1, ambos o ninguno. Explica tu razonamiento.

- Cuando sumas con un número n , obtienes n .
- Si el producto de dos números es , entonces al menos uno de los números es 0.
- El cuadrado de es igual a sí mismo.
- Cuando multiplicas un número n por , obtienes n .
- Cuando multiplicas un número n por , obtienes 0.
- El opuesto de es igual a sí mismo.

Comunicar tu respuesta

- ¿Cómo puedes resolver una ecuación polinomial?
- Una de las propiedades en la Exploración 3 se llama la Propiedad del producto cero. Es una de las propiedades más importantes en toda el álgebra. ¿Qué propiedad es? ¿Por qué crees que se llama la Propiedad del producto cero? Explica cómo se usa en álgebra y por qué es tan importante.

7.4 Lección

Vocabulario Esencial

forma factorizada, pág. 378
 propiedad del producto cero, pág. 378
 raíces, pág. 378
 raíces repetidas, pág. 379

Anterior

polinomio
 forma estándar
 máximo factor común (MFC)
 monomio

Qué aprenderás

- ▶ Usar la Propiedad del producto cero.
- ▶ Factorizar polinomios usando el MFC.
- ▶ Usar la Propiedad del producto cero para resolver problemas de la vida real.

Usar la propiedad del producto cero

Un polinomio está en **forma factorizada** cuando se escribe como un producto de factores.

Forma estándar	Forma factorizada
$x^2 + 2x$	$x(x + 2)$
$x^2 + 5x - 24$	$(x - 3)(x + 8)$

Cuando un lado de una ecuación es un polinomio en forma factorizada y el otro lado es 0, usa la **Propiedad del producto cero** para resolver la ecuación polinomial. Las soluciones de una ecuación polinomial también se llaman **raíces**.

Concepto Esencial

Propiedad de producto cero

Palabras Si el producto de dos números reales es 0, entonces al menos uno de los números es 0.

Algebra Si a y b son números reales y $ab = 0$, entonces $a = 0$ o $b = 0$.

EJEMPLO 1 Resolver ecuaciones polinomiales

Resuelve cada ecuación.

a. $2x(x - 4) = 0$

b. $(x - 3)(x - 9) = 0$

SOLUCIÓN

a. $2x(x - 4) = 0$

$$2x = 0 \quad \text{o} \quad x - 4 = 0$$

$$x = 0 \quad \text{o} \quad x = 4$$

▶ Las raíces son $x = 0$ y $x = 4$.

b. $(x - 3)(x - 9) = 0$

$$x - 3 = 0 \quad \text{o} \quad x - 9 = 0$$

$$x = 3 \quad \text{o} \quad x = 9$$

▶ Las raíces son $x = 3$ y $x = 9$.

Escribe la ecuación.

Propiedad del producto cero

Resuelve para hallar x .

Escribe la ecuación.

Propiedad del producto cero

Resuelve para hallar x .

Verifica

Para verificar las soluciones del Ejemplo 1(a), sustituye cada solución en la ecuación original.

$$2(0)(0 - 4) \stackrel{?}{=} 0$$

$$0(-4) \stackrel{?}{=} 0$$

$$0 = 0 \quad \checkmark$$

$$2(4)(4 - 4) \stackrel{?}{=} 0$$

$$8(0) \stackrel{?}{=} 0$$

$$0 = 0 \quad \checkmark$$

Monitoreo del progreso



Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

Resuelve la ecuación. Verifica tus soluciones.

1. $x(x - 1) = 0$

2. $3t(t + 2) = 0$

3. $(z - 4)(z - 6) = 0$

Cuando dos o más raíces de una ecuación son el mismo número, la ecuación tiene **raíces repetidas**.

EJEMPLO 2 Resolver ecuaciones polinomiales

Resuelve cada ecuación.

a. $(2x + 7)(2x - 7) = 0$ b. $(x - 1)^2 = 0$ c. $(x + 1)(x - 3)(x - 2) = 0$

SOLUCIÓN

a. $(2x + 7)(2x - 7) = 0$

$$2x + 7 = 0 \quad \text{o} \quad 2x - 7 = 0$$

$$x = -\frac{7}{2} \quad \text{o} \quad x = \frac{7}{2}$$

▶ Las raíces son $x = -\frac{7}{2}$ y $x = \frac{7}{2}$.

b. $(x - 1)^2 = 0$

$$(x - 1)(x - 1) = 0$$

$$x - 1 = 0 \quad \text{o} \quad x - 1 = 0$$

$$x = 1 \quad \text{o} \quad x = 1$$

▶ La ecuación tiene raíces repetidas de $x = 1$.

c. $(x + 1)(x - 3)(x - 2) = 0$

$$x + 1 = 0 \quad \text{o} \quad x - 3 = 0 \quad \text{o} \quad x - 2 = 0$$

$$x = -1 \quad \text{o} \quad x = 3 \quad \text{o} \quad x = 2$$

▶ Las raíces son $x = -1$, $x = 3$ y $x = 2$.

Escribe la ecuación.

Propiedad del producto cero

Resuelve para hallar x .

Escribe la ecuación.

Expande la ecuación.

Propiedad del producto cero

Resuelve para hallar x .

Escribe la ecuación.

Propiedad del producto cero

Resuelve para hallar x .

CONSEJO DE ESTUDIO

Puedes extender la Propiedad del producto cero a productos de más de dos números reales.

Monitoreo del progreso Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

Resuelve la ecuación. Verifica tus soluciones.

4. $(3s + 5)(5s + 8) = 0$ 5. $(b + 7)^2 = 0$ 6. $(d - 2)(d + 6)(d + 8) = 0$

Factorizar polinomios usando el MFC

Para resolver una ecuación polinomial usando la Propiedad del producto cero, podrías tener que *factorizar* el polinomio o escribirlo como un producto de otros polinomios. Busca el *máximo factor común* (MFC) de los términos del polinomio. Este es un monomio que se divide uniformemente entre cada término.

EJEMPLO 3 Hallar el máximo factor común monomial

Factoriza el máximo factor común monomial a partir de $4x^4 + 24x^3$.

SOLUCIÓN

El MFC de 4 y 24 es 4. El MFC de x^4 y x^3 es x^3 . Entonces, el máximo factor común monomial de los términos es $4x^3$.

▶ Entonces, $4x^4 + 24x^3 = 4x^3(x + 6)$.

Monitoreo del progreso Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

7. Factoriza el máximo factor común monomial a partir de $8y^2 - 24y$.

EJEMPLO 4**Resolver ecuaciones por factorización**

Resuelve (a) $2x^2 + 8x = 0$ y (b) $6n^2 = 15n$.

SOLUCIÓN

a. $2x^2 + 8x = 0$

$$2x(x + 4) = 0$$

$$2x = 0 \quad \text{o} \quad x + 4 = 0$$

$$x = 0 \quad \text{o} \quad x = -4$$

► Las raíces son $x = 0$ y $x = -4$.

Escribe la ecuación.

Factoriza el lado izquierdo.

Propiedad del producto cero

Resuelve para hallar x .

b. $6n^2 = 15n$

$$6n^2 - 15n = 0$$

$$3n(2n - 5) = 0$$

$$3n = 0 \quad \text{o} \quad 2n - 5 = 0$$

$$n = 0 \quad \text{o} \quad n = \frac{5}{2}$$

► Las raíces son $n = 0$ y $n = \frac{5}{2}$.

Escribe la ecuación.

Resta $15n$ de cada lado.

Factoriza el lado izquierdo.

Propiedad del producto cero

Resuelve para hallar n .

Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

Resuelve la ecuación. Verifica tus soluciones.

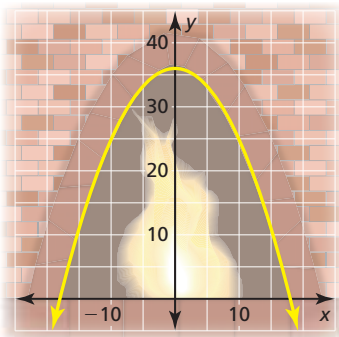
8. $a^2 + 5a = 0$

9. $3s^2 - 9s = 0$

10. $4x^2 = 2x$

Resolver problemas de la vida real**EJEMPLO 5****Representar con matemáticas**

Puedes representar el arco de una chimenea usando la ecuación $y = -\frac{1}{9}(x + 18)(x - 18)$, donde x y y se miden en pulgadas. El eje x representa el piso. Halla el ancho del arco a nivel del piso.

**SOLUCIÓN**

Usa las coordenadas de x de los puntos donde el arco se junta con el piso para hallar el ancho. A nivel del piso, $y = 0$. Entonces, sustituye 0 por y y resuelve para hallar x .

$$y = -\frac{1}{9}(x + 18)(x - 18)$$

Escribe la ecuación.

$$0 = -\frac{1}{9}(x + 18)(x - 18)$$

Sustituye 0 por y .

$$0 = (x + 18)(x - 18)$$

Multiplícala cada lado por -9 .

$$x + 18 = 0 \quad \text{o} \quad x - 18 = 0$$

Propiedad del producto cero

$$x = -18 \quad \text{o} \quad x = 18$$

Resuelve para hallar x .

El ancho es la distancia entre las coordenadas de x , -18 y 18 .

► Entonces, el ancho del arco a nivel del suelo es $|-18 - 18| = 36$ pulgadas.

Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

11. Puedes representar el ingreso al pozo de una mina usando la ecuación

$$y = -\frac{1}{2}(x + 4)(x - 4), \text{ donde } x \text{ y } y \text{ se miden en pies. El eje } x \text{ representa el piso.}$$

Halla el ancho del ingreso a nivel del piso.

7.4 Ejercicios

Verificación de vocabulario y concepto esencial

- ESCRIBIR** Explica cómo usar la Propiedad del producto cero para hallar las soluciones de la ecuación $3x(x - 6) = 0$.
- DISTINTAS PALABRAS, LA MISMA PREGUNTA** ¿Cuál es diferente? Halla *ambas* respuestas.

Resuelve la ecuación
 $(2k + 4)(k - 3) = 0$.

Halla los valores de k para los cuales
 $2k + 4 = 0$ o $k - 3 = 0$.

Halla el valor de k para el cual
 $(2k + 4) + (k - 3) = 0$.

Halla las raíces de la ecuación
 $(2k + 4)(k - 3) = 0$.

Monitoreo del progreso y Representar con matemáticas

En los Ejercicios 3–8, resuelve la ecuación. (Consulta el Ejemplo 1).

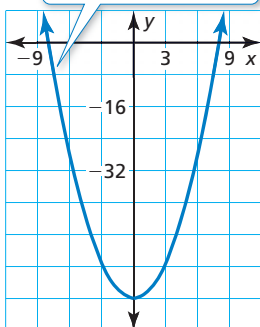
- $x(x + 7) = 0$
- $r(r - 10) = 0$
- $12t(t - 5) = 0$
- $-2v(v + 1) = 0$
- $(s - 9)(s - 1) = 0$
- $(y + 2)(y - 6) = 0$

En los Ejercicios 9–20, resuelve la ecuación. (Consulta el Ejemplo 2).

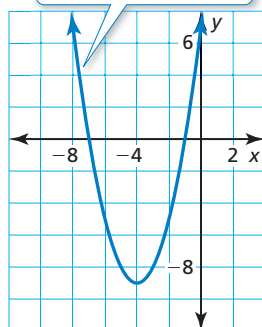
- $(2a - 6)(3a + 15) = 0$
- $(4q + 3)(q + 2) = 0$
- $(5m + 4)^2 = 0$
- $(h - 8)^2 = 0$
- $(3 - 2g)(7 - g) = 0$
- $(2 - 4d)(2 + 4d) = 0$
- $z(z + 2)(z - 1) = 0$
- $5p(2p - 3)(p + 7) = 0$
- $(r - 4)^2(r + 8) = 0$
- $w(w - 6)^2 = 0$
- $(15 - 5c)(5c + 5)(-c + 6) = 0$
- $(2 - n)(6 + \frac{2}{3}n)(n - 2) = 0$

En los Ejercicios 21–24, halla las coordenadas de los puntos por donde la gráfica cruza el eje x .

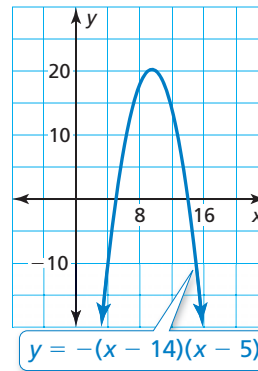
21. $y = (x - 8)(x + 8)$



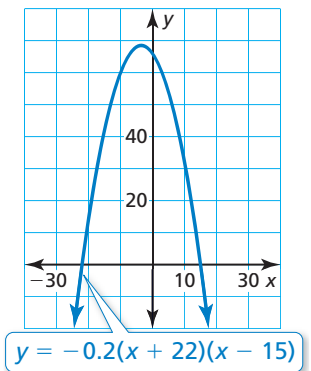
22. $y = (x + 1)(x + 7)$



23.



24.



En los Ejercicios 25–30, factoriza el polinomio. (Consulta el Ejemplo 3).

- $5z^2 + 45z$
- $6d^2 - 21d$
- $3y^3 - 9y^2$
- $20x^3 + 30x^2$
- $5n^6 + 2n^5$
- $12a^4 + 8a$

En los Ejercicios 31–36, resuelve la ecuación. (Consulta el Ejemplo 4).

- $4p^2 - p = 0$
- $6m^2 + 12m = 0$
- $25c + 10c^2 = 0$
- $18q - 2q^2 = 0$
- $3n^2 = 9n$
- $-28r = 4r^2$
- ANÁLISIS DE ERRORES** Describe y corrige el error cometido al resolver la ecuación.



$$\begin{aligned} 6x(x + 5) &= 0 \\ x + 5 &= 0 \\ x &= -5 \\ \text{La raíz es } x &= -5. \end{aligned}$$

38. **ANÁLISIS DE ERRORES** Describe y corrige el error cometido al resolver la ecuación.

X

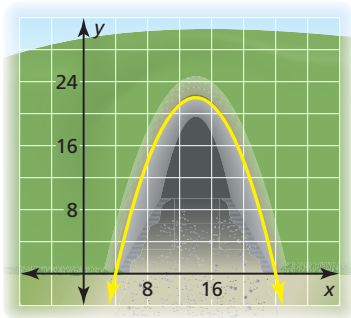
$$3y^2 = 21y$$

$$3y = 21$$

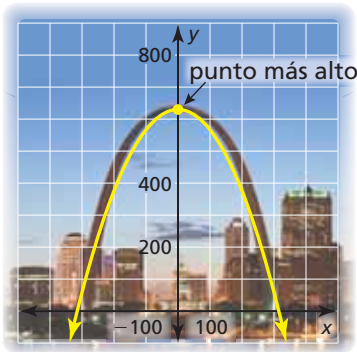
$$y = 7$$

La raíz es $y = 7$.

39. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** El ingreso a un túnel puede representarse mediante $y = -\frac{11}{50}(x - 4)^2 + 24$, donde x y y se miden en pies. El eje x representa el piso. Halla el ancho del túnel a nivel del piso. (Consulta el Ejemplo 5).



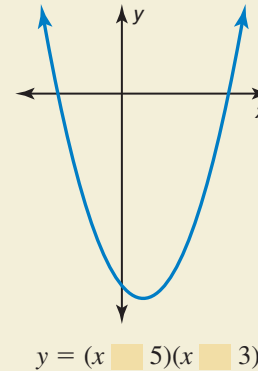
40. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** El arco Gateway en St. Louis puede representarse mediante $y = -\frac{2}{315}(x + 315)(x - 315)$, donde x y y se miden en pies. El eje x representa el piso.



- Halla el ancho del arco a nivel del suelo.
- ¿Cuál es la altura del arco?

41. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** Un pingüino salta del agua mientras nada. Esta acción se conoce como delfineo. La altura y (en pies) de un pingüino que está delfineando puede representarse mediante $y = -16x^2 + 4.8x$, donde x es el tiempo (en segundos) desde que el pingüino salta del agua. Halla las raíces de la ecuación cuando $y = 0$. Explica qué significan las raíces en esta situación.

42. **¿CÓMO LO VES?** Usa la gráfica para completar cada espacio en blanco en la ecuación con el símbolo $+$ o $-$. Explica tu razonamiento.



- PENSAMIENTO CRÍTICO** ¿Cuántas intersecciones con el eje x tiene la gráfica de $y = (2x + 5)(x - 9)^2$? Explica.
- ARGUMENTAR** Tu amigo dice que la gráfica de la ecuación $y = (x - a)(x - b)$ siempre tiene dos intersecciones con el eje x para valores cualquiera de a y b . ¿Tiene razón tu amigo? Explica.
- PENSAMIENTO CRÍTICO** ¿La ecuación $(x^2 + 3)(x^4 + 1) = 0$ tiene alguna raíz real? Explica.

46. **ESTIMULAR EL PENSAMIENTO** Escribe una ecuación polinomial de grado 4 cuyas únicas raíces sean $x = 1$, $x = 2$ y $x = 3$.

- RAZONAR** Halla los valores de x en términos de y que sean soluciones de cada ecuación.
 - $(x + y)(2x - y) = 0$
 - $(x^2 - y^2)(4x + 16y) = 0$
- RESOLVER PROBLEMAS** Resuelve la ecuación $(4x^{-5} - 16)(3x - 81) = 0$.

Mantener el dominio de las matemáticas Repasar lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Enumera los pares de factores del número. (Manual de revisión de destrezas)

- | | |
|--------|--------|
| 49. 10 | 50. 18 |
| 51. 30 | 52. 48 |

7.1–7.4 ¿Qué aprendiste?

Vocabulario esencial

monomio, *pág. 358*

grado de un monomio, *pág. 358*

polinomio, *pág. 359*

binomio, *pág. 359*

trinomio, *pág. 359*

grado de un polinomio, *pág. 359*

forma estándar, *pág. 359*

coeficiente principal, *pág. 359*

cerrado, *pág. 360*

método FOIL, *pág. 367*

forma factorizada, *pág. 378*

propiedad del producto cero,

pág. 378

raíces, *pág. 378*

raíces repetidas, *pág. 379*

Conceptos esenciales

Sección 7.1

Polinomios, *pág. 359*

Sumar polinomios, *pág. 360*

Restar polinomios, *pág. 360*

Sección 7.2

Multiplicar binomios, *pág. 366*

Método FOIL, *pág. 367*

Multiplicar binomios y trinomios, *pág. 368*

Sección 7.3

Patrón de cuadrado de un binomio, *pág. 372*

Patrón de suma y resta, *pág. 373*

Sección 7.4

Propiedad de producto cero, *pág. 378*

Factorizar polinomios usando el MFC, *pág. 379*

Prácticas matemáticas

1. Explica cómo escribiste el polinomio en el Ejercicio 11 de la página 375. ¿Hay otro método que puedes usar para escribir el mismo polinomio?
2. Halla un método simplificado para los ejercicios como el Ejercicio 7 de la página 381 cuando la variable tiene un coeficiente de 1. ¿Tu método simplificado funciona cuando el coeficiente *no* es 1?

Destrezas de estudio

Prepararse para una prueba

- Revisa ejemplos de cada tipo de problema que podría aparecer en la prueba.
- Revisa los problemas de la tarea que tu profesor ha asignado.
- Toma una prueba de práctica.



7.1-7.4 Prueba

Escribe el polinomio en forma estándar. Identifica el grado y el coeficiente principal del polinomio. Luego clasifica el polinomio según el número de términos. (Sección 7.1)

1. $-8q^3$
2. $9 + d^2 - 3d$
3. $\frac{2}{3}m^4 - \frac{5}{6}m^6$
4. $-1.3z + 3z^4 + 7.4z^2$

Halla la suma o resta. (Sección 7.1)

5. $(2x^2 + 5) + (-x^2 + 4)$
6. $(-3n^2 + n) - (2n^2 - 7)$
7. $(-p^2 + 4p) - (p^2 - 3p + 15)$
8. $(a^2 - 3ab + b^2) + (-a^2 + ab + b^2)$

Halla el producto. (Sección 7.2 y Sección 7.3)

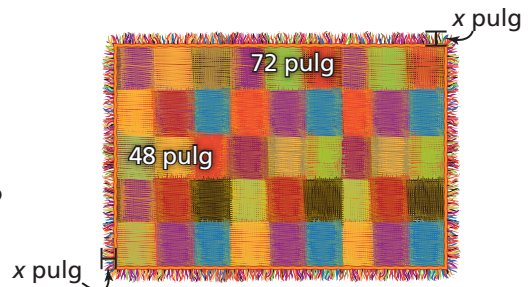
9. $(w + 6)(w + 7)$
10. $(3 - 4d)(2d - 5)$
11. $(y + 9)(y^2 + 2y - 3)$
12. $(3z - 5)(3z + 5)$
13. $(t + 5)^2$
14. $(2q - 6)^2$

Resuelve la ecuación. (Sección 7.4)

15. $5x^2 - 15x = 0$
16. $(8 - g)(8 - g) = 0$
17. $(3p + 7)(3p - 7)(p + 8) = 0$
18. $-3y(y - 8)(2y + 1) = 0$

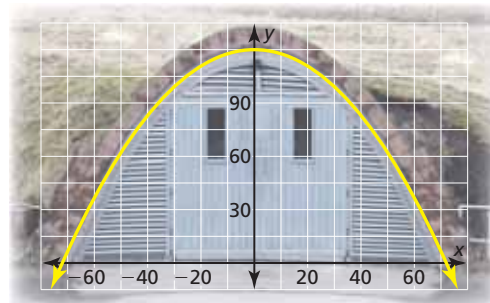
19. Estás haciendo una manta con un borde con flequillo de igual ancho a cada lado. (Sección 7.1 y Sección 7.2)

- a. Escribe un polinomio que represente el perímetro de la manta incluyendo el flequillo.
- b. Escribe un polinomio que represente el área de la manta incluyendo el flequillo.
- c. Halla el perímetro y el área de la manta incluyendo el flequillo cuando el ancho del flequillo es 4 pulgadas.



20. Estás ahorrando dinero para comprar una guitarra eléctrica. Depositas \$1000 en una cuenta que gana interés compuesto anualmente. La expresión $1000(1 + r)^2$ representa el saldo después de 2 años, donde r es la tasa de interés anual en forma decimal. (Sección 7.3)
- a. Escribe un polinomio en forma estándar que represente el saldo de tu cuenta después de 2 años.
 - b. La tasa de interés es 3%. ¿Cuál es el saldo de tu cuenta después de 2 años?
 - c. La guitarra cuesta \$1100. ¿Tienes suficiente dinero en tu cuenta después de 3 años? Explica.

21. La parte frontal de un almacén puede representarse mediante $y = -\frac{5}{216}(x - 72)(x + 72)$, donde x y y se miden en pulgadas. El eje x representa el suelo. Halla el ancho del almacén al nivel del suelo. (Sección 7.4)



7.5 Factorizar $x^2 + bx + c$

Pregunta esencial ¿Cómo puedes usar las fichas de álgebra para factorizar el trinomio $x^2 + bx + c$ en el producto de dos binomios?

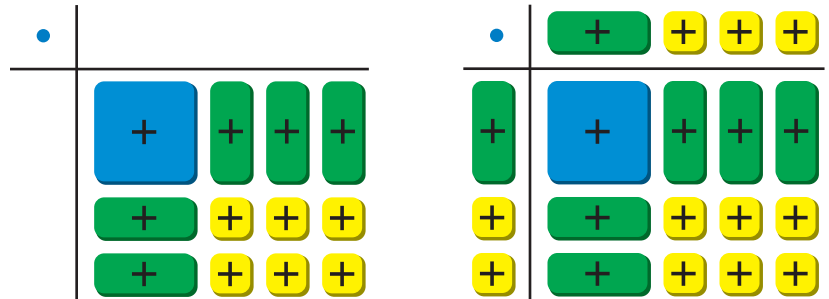
EXPLORACIÓN 1 Hallar factores binomiales

Trabaja con un compañero. Usa las fichas de álgebra para escribir cada polinomio como el producto de dos binomios. Verifica tu respuesta multiplicando.

Ejemplo $x^2 + 5x + 6$

Paso 1 Agrupa las fichas de álgebra para que representen $x^2 + 5x + 6$ en una matriz rectangular.

Paso 2 Usa fichas de álgebra adicionales para representar las dimensiones del rectángulo.

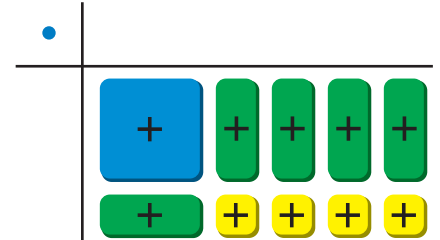
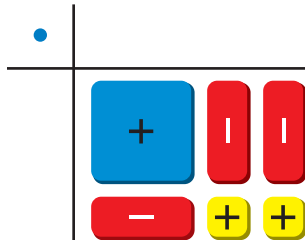


Paso 3 Escribe el polinomio en forma factorizada usando las dimensiones del rectángulo.

ancho longitud
 $\text{Área} = x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$

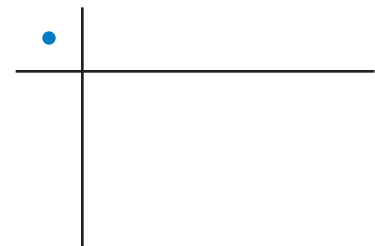
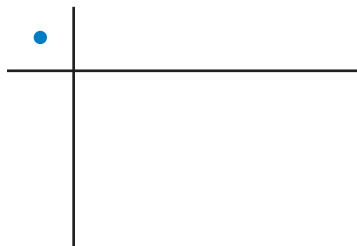
a. $x^2 - 3x + 2 =$

b. $x^2 + 5x + 4 =$



c. $x^2 - 7x + 12 =$

d. $x^2 + 7x + 12 =$



RAZONAR DE MANERA ABSTRACTA

Para dominar las matemáticas, necesitas comprender una situación de forma abstracta y representarla simbólicamente.

Comunicar tu respuesta

2. ¿Cómo puedes usar las fichas de álgebra para factorizar el trinomio $x^2 + bx + c$ en el producto de dos binomios?
3. Describe una estrategia para factorizar el trinomio $x^2 + bx + c$ sin usar las fichas de álgebra.

7.5 Lección

Vocabulario Esencial

Anterior

polinomio
 método FOIL
 propiedad del producto cero

Qué aprenderás

- ▶ Factorizar $x^2 + bx + c$.
- ▶ Usar la factorización para resolver problemas de la vida real.

Factorizar $x^2 + bx + c$

Escribir un polinomio como un producto de factores se conoce como *factorización*. Para factorizar $x^2 + bx + c$ como $(x + p)(x + q)$, necesitas hallar p y q de tal forma que $p + q = b$ y $pq = c$.

$$\begin{aligned}(x + p)(x + q) &= x^2 + px + qx + pq \\ &= x^2 + (p + q)x + pq\end{aligned}$$

Concepto Esencial

Factorizar $x^2 + bx + c$ cuando c es positivo

Álgebra $x^2 + bx + c = (x + p)(x + q)$ cuando $p + q = b$ y $pq = c$.

Cuando c es positivo, p y q tienen el mismo signo que b .

Ejemplos $x^2 + 6x + 5 = (x + 1)(x + 5)$

$$x^2 - 6x + 5 = (x - 1)(x - 5)$$

EJEMPLO 1

Factorizar $x^2 + bx + c$ cuando b y c son positivos

Factoriza $x^2 + 10x + 16$.

SOLUCIÓN

Nota que $b = 10$ y $c = 16$.

- Ya que c es positivo, los factores p y q deben tener el mismo signo para que pq sea positivo.
- Ya que b es también positivo, p y q deben ser positivos para que $p + q$ sea positivo.

Halla dos factores enteros positivos de 16 cuya suma sea 10.

Verifica

Usa el método FOIL.

$$\begin{aligned}(x + 2)(x + 8) \\ &= x^2 + 8x + 2x + 16 \\ &= x^2 + 10x + 16 \quad \checkmark\end{aligned}$$

Factores de 16	Suma de factores
1, 16	17
2, 8	10
4, 4	8

Los valores de p y q son 2 y 8.

▶ Entonces, $x^2 + 10x + 16 = (x + 2)(x + 8)$.

Monitoreo del progreso



Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

Factoriza el polinomio.

1. $x^2 + 7x + 6$
2. $x^2 + 9x + 8$

EJEMPLO 2**Factorizar $x^2 + bx + c$ cuando b es negativo y c es positivo**Factoriza $x^2 - 8x + 12$.**SOLUCIÓN**Nota que $b = -8$ y $c = 12$.

- Ya que c es positivo, los factores p y q deben tener el mismo signo para que pq sea positivo.
- Ya que b es negativo, p y q deben ser negativos para que $p + q$ sea negativo.

Halla dos factores enteros negativos de 12 cuya suma sea -8 .

Factores de 12	$-1, -12$	$-2, -6$	$-3, -4$
Suma de factores	-13	-8	-7

Los valores de p y q son -2 y -6 .▶ Entonces, $x^2 - 8x + 12 = (x - 2)(x - 6)$.**Verifica**

Usa el método FOIL.

$$\begin{aligned} (x - 2)(x - 6) &= x^2 - 6x - 2x + 12 \\ &= x^2 - 8x + 12 \quad \checkmark \end{aligned}$$

Concepto Esencial**Factorizar $x^2 + bx + c$ cuando c es negativo****Álgebra** $x^2 + bx + c = (x + p)(x + q)$ cuando $p + q = b$ y $pq = c$.Cuando c es negativo, p y q tienen signos diferentes.**Ejemplo** $x^2 - 4x - 5 = (x + 1)(x - 5)$ **EJEMPLO 3****Factorizar $x^2 + bx + c$ cuando c es negativo**Factoriza $x^2 + 4x - 21$.**SOLUCIÓN**Nota que $b = 4$ y $c = -21$. Ya que c es negativo, los factores p y q deben tener signos diferentes para que pq sea negativo.Halla dos factores enteros de -21 cuya suma sea 4.

Factores de -21	$-21, 1$	$-1, 21$	$-7, 3$	$-3, 7$
Suma de factores	-20	20	-4	4

Los valores de p y q son -3 y 7 .▶ Entonces, $x^2 + 4x - 21 = (x - 3)(x + 7)$.**Verifica**

Usa el método FOIL.

$$\begin{aligned} (x - 3)(x + 7) &= x^2 + 7x - 3x - 21 \\ &= x^2 + 4x - 21 \quad \checkmark \end{aligned}$$

Monitoreo del progresoAyuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

Factoriza el polinomio.

3. $w^2 - 4w + 3$

4. $n^2 - 12n + 35$

5. $x^2 - 14x + 24$

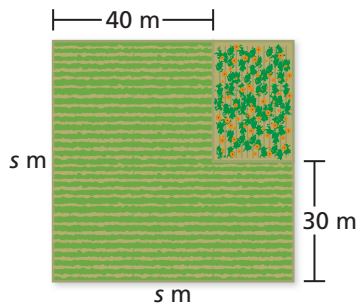
6. $x^2 + 2x - 15$

7. $y^2 + 13y - 30$

8. $v^2 - v - 42$

Resolver problemas de la vida real

EJEMPLO 4 Resolver un problema de la vida real



Un granjero planta un huerto de calabazas rectangular en la esquina noreste de una parcela cuadrada de tierra. El área del huerto de calabazas es de 600 metros cuadrados. ¿Cuál es el área de la parcela cuadrada de tierra?

SOLUCIÓN

- 1. Comprende el problema** Te dan el área del huerto de calabazas, la diferencia de la longitud lateral de la parcela cuadrada de tierra y la longitud del huerto de calabazas, y la diferencia de la longitud lateral de la parcela cuadrada de tierra y el ancho del huerto de calabazas.
- 2. Haz un plan** La longitud del huerto de calabazas es $(s - 30)$ metros y el ancho es $(s - 40)$ metros. Escribe y resuelve una ecuación para hallar la longitud lateral s . Luego usa la solución para hallar el área de la parcela cuadrada de tierra.
- 3. Resuelve el problema** Usa la ecuación para el área de un rectángulo para escribir y resolver una ecuación para hallar la longitud lateral s de la parcela cuadrada de tierra.

$$600 = (s - 30)(s - 40)$$

$$600 = s^2 - 70s + 1200$$

$$0 = s^2 - 70s + 600$$

$$0 = (s - 10)(s - 60)$$

$$s - 10 = 0 \quad \text{o} \quad s - 60 = 0$$

$$s = 10 \quad \text{o} \quad s = 60$$

Escribe una ecuación.

Multiplícala.

Resta 600 de cada lado.

Factoriza el polinomio.

Propiedad del producto cero

Resuelve para hallar s .

▶ Entonces, el área de la parcela cuadrada de tierra es $60(60) = 3600$ metros cuadrados.

- 4. Verifícalo** Usa el diagrama para verificar que hallaste la longitud lateral correcta. Al usar $s = 60$, la longitud del huerto de calabazas es $60 - 30 = 30$ metros y el ancho es $60 - 40 = 20$ metros. Entonces, el área del huerto de calabazas es de 600 metros cuadrados. Esto coincide con la información dada y confirma que la longitud lateral es de 60 metros, lo que nos da un área de 3600 metros cuadrados.

CONSEJO DE ESTUDIO

El diagrama muestra que la longitud lateral es más de 40 metros, entonces una longitud lateral de 10 metros no tiene sentido en esta situación. La longitud lateral es de 60 metros.

Monitoreo del progreso



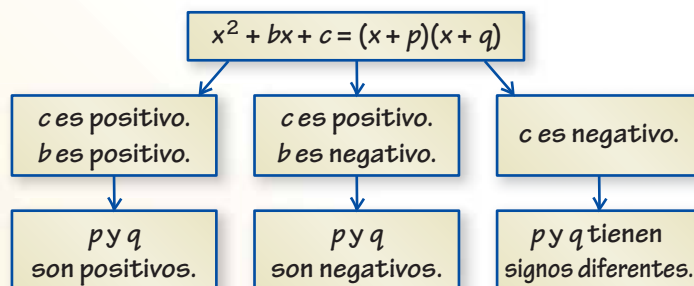
Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

- 9. ¿QUÉ PASA SI?** El área del huerto de calabazas es de 200 metros cuadrados. ¿Cuál es el área de la parcela cuadrada de tierra?

Resumen de conceptos

Factorizar $x^2 + bx + c$ como $(x + p)(x + q)$

El diagrama muestra las relaciones entre los signos de b y c los signos de p y q .



Verificación de vocabulario y concepto esencial

- ESCRIBIR** Estás factorizando $x^2 + 11x - 26$. ¿Qué te dicen los signos de los términos acerca de los factores? Explica.
- FINAL ABIERTO** Escribe un trinomio que pueda factorizarse como $(x + p)(x + q)$, donde p y q son positivos.

Monitoreo del progreso y Representar con matemáticas

En los Ejercicios 3–8, factoriza el polinomio.
(Consulta el Ejemplo 1).

- | | |
|---------------------|---------------------|
| 3. $x^2 + 8x + 7$ | 4. $z^2 + 10z + 21$ |
| 5. $n^2 + 9n + 20$ | 6. $s^2 + 11s + 30$ |
| 7. $h^2 + 11h + 18$ | 8. $y^2 + 13y + 40$ |

En los Ejercicios 9–14, factoriza el polinomio.
(Consulta el Ejemplo 2).

- | | |
|----------------------|----------------------|
| 9. $v^2 - 5v + 4$ | 10. $x^2 - 13x + 22$ |
| 11. $d^2 - 5d + 6$ | 12. $k^2 - 10k + 24$ |
| 13. $w^2 - 17w + 72$ | 14. $j^2 - 13j + 42$ |

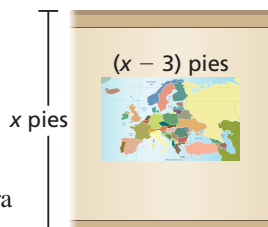
En los Ejercicios 15–24, factoriza el polinomio.
(Consulta el Ejemplo 3).

- | | |
|----------------------|----------------------|
| 15. $x^2 + 3x - 4$ | 16. $z^2 + 7z - 18$ |
| 17. $n^2 + 4n - 12$ | 18. $s^2 + 3s - 40$ |
| 19. $y^2 + 2y - 48$ | 20. $h^2 + 6h - 27$ |
| 21. $x^2 - x - 20$ | 22. $m^2 - 6m - 7$ |
| 23. $-6t - 16 + t^2$ | 24. $-7y + y^2 - 30$ |

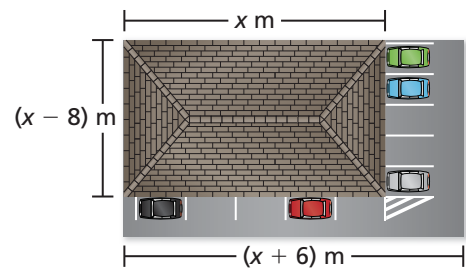
25. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** Un proyector proyecta una imagen sobre una pared. El área (en pies cuadrados) de la proyección está representada por $x^2 - 8x + 15$.

- a. Escribe un binomio que represente la altura de la proyección.

- b. Halla el perímetro de la proyección cuando la altura de la pared es de 8 pies.



26. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** La oficina de un dentista y el estacionamiento se encuentran en una porción rectangular del terreno. El área (en metros cuadrados) del terreno se representa mediante $x^2 + x - 30$.



- Escribe un binomio que represente el ancho del terreno.
- Halla el área del terreno cuando la longitud de la oficina del dentista es de 20 metros.

ANÁLISIS DE ERRORES En los Ejercicios 27 y 28, describe y corrige el error cometido al factorizar el polinomio.

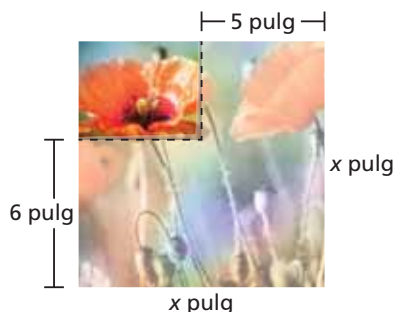
27. $x^2 + 14x + 48 = (x + 4)(x + 12)$

28. $s^2 - 17s - 60 = (s - 5)(s - 12)$

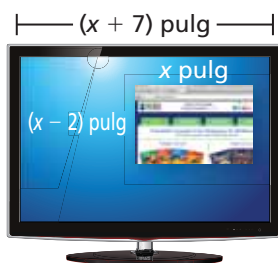
En los Ejercicios 29–38, resuelve la ecuación.

- | | |
|---------------------------|--------------------------|
| 29. $m^2 + 3m + 2 = 0$ | 30. $n^2 - 9n + 18 = 0$ |
| 31. $x^2 + 5x - 14 = 0$ | 32. $v^2 + 11v - 26 = 0$ |
| 33. $t^2 + 15t = -36$ | 34. $n^2 - 5n = 24$ |
| 35. $a^2 + 5a - 20 = 30$ | 36. $y^2 - 2y - 8 = 7$ |
| 37. $m^2 + 10 = 15m - 34$ | 38. $b^2 + 5 = 8b - 10$ |

39. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** Recortaste una foto cuadrada grande para que pudiera caber en un marco. El área de la foto recortada es de 20 pulgadas cuadradas. ¿Cuál es el área de la foto original? (Consulta el Ejemplo 4).



40. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** En tu pantalla de la computadora está abierto un navegador web.



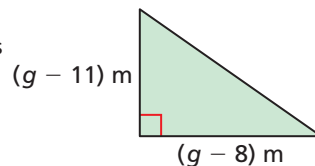
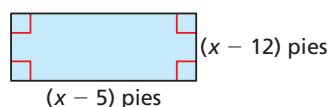
- a. El área de la ventana del navegador es de 24 pulgadas cuadradas. Halla la longitud de la ventana del navegador x .
- b. El área cubre $\frac{3}{13}$ de la pantalla. ¿Cuáles son las dimensiones de la pantalla?
41. **ARGUMENTAR** Tu amigo dice que hay seis valores enteros de b para los que el trinomio $x^2 + bx - 12$ tiene dos factores binomiales de la forma $(x + p)$ y $(x + q)$. ¿Tiene razón tu amigo? Explica.

42. **ESTIMULAR EL PENSAMIENTO** Usa las fichas de álgebra para factorizar cada polinomio representado por las fichas. Muestra tu trabajo.



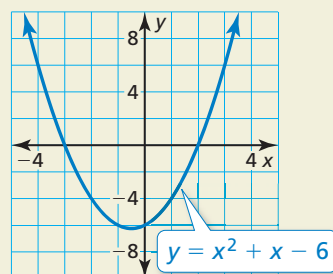
CONEXIONES MATEMÁTICAS En los Ejercicios 43 y 44, halla las dimensiones del polígono con el área dada.

43. Área = 44 pies² 44. Área = 35 m²



45. **RAZONAR** Escribe una ecuación de la forma $x^2 + bx + c = 0$ que tenga las soluciones $x = -4$ y $x = 6$. Explica cómo hallaste tu respuesta.

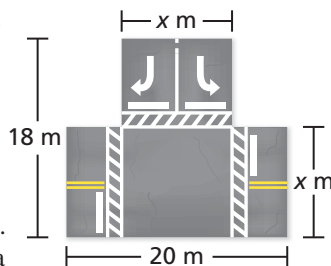
46. **¿CÓMO LO VES?** Se muestra la gráfica de $y = x^2 + x - 6$.



- a. Explica cómo puedes usar la gráfica para factorizar el polinomio $x^2 + x - 6$.
- b. Factoriza el polinomio.

47. **RESOLVER PROBLEMAS** Los obreros de una construcción de una pista están pavimentando el área que se muestra.

- a. Escribe una expresión que representa el área que se está pavimentando.



- b. El área que se está pavimentando tiene 280 metros cuadrados. Escribe y resuelve una ecuación para hallar el ancho de la pista x .

USAR LA ESTRUCTURA En los Ejercicios 48–51, factoriza el polinomio.

48. $x^2 + 6xy + 8y^2$ 49. $r^2 + 7rs + 12s^2$
50. $a^2 + 11ab - 26b^2$ 51. $x^2 - 2xy - 35y^2$

Mantener el dominio de las matemáticas

Repasar lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Resuelve la ecuación. Verifica tu solución. (Sección 1.1)

52. $p - 9 = 0$

53. $z + 12 = -5$

54. $6 = \frac{c}{-7}$

55. $4k = 0$

7.6 Factorizar $ax^2 + bx + c$

Pregunta esencial ¿Cómo puedes usar las fichas de álgebra para factorizar el trinomio $ax^2 + bx + c$ en el producto de dos binomios?

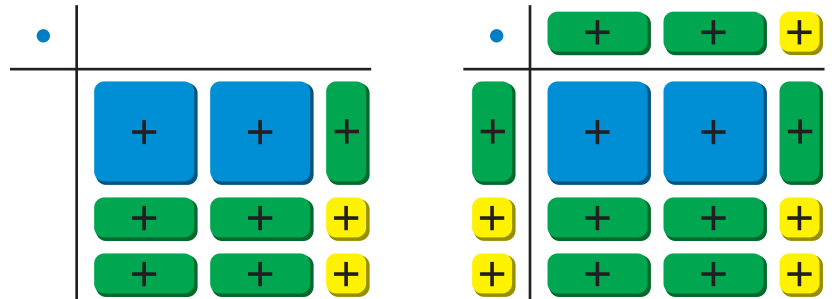
EXPLORACIÓN 1 Hallar factores binomiales

Trabaja con un compañero. Usa las fichas de álgebra para escribir cada polinomio como el producto de dos binomios. Verifica tu respuesta multiplicando.

Ejemplo $2x^2 + 5x + 2$

Paso 1 Agrupa las fichas de álgebra para que representen $2x^2 + 5x + 2$ en una matriz rectangular.

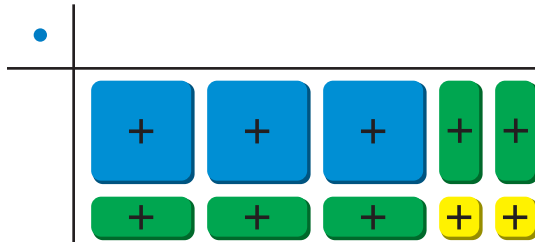
Paso 2 Usa fichas de álgebra adicionales para representar las dimensiones del rectángulo.



Paso 3 Escribe el polinomio en forma factorizada usando las dimensiones del rectángulo.

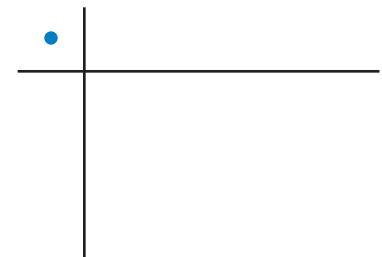
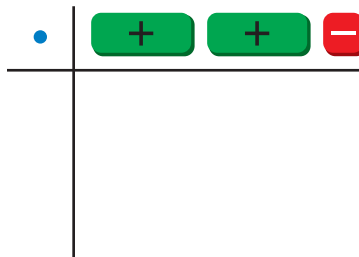
ancho longitud
 $\text{Área} = 2x^2 + 5x + 2 = (x + 2)(2x + 1)$

a. $3x^2 + 5x + 2 =$



b. $4x^2 + 4x - 3 =$

c. $2x^2 - 11x + 5 =$



USAR HERRAMIENTAS ESTRATÉGICAMENTE

Para dominar las matemáticas, necesitas considerar las herramientas disponibles, incluyendo los modelos concretos cuando resuelvas un problema matemático.

Comunicar tu respuesta

- ¿Cómo puedes usar las fichas de álgebra para factorizar el trinomio $ax^2 + bx + c$ en el producto de dos binomios?
- ¿Es posible factorizar el trinomio $2x^2 + 2x + 1$? Explica tu razonamiento.

7.6 Lección

Vocabulario Esencial

Anterior

polinomio
máximo factor común (MFC)
propiedad del producto cero

Qué aprenderás

- ▶ Factorizar $ax^2 + bx + c$.
- ▶ Usar la factorización para resolver problemas de la vida real.

Factorizar $ax^2 + bx + c$

En la Sección 7.5 factorizaste polinomios de la forma $ax^2 + bx + c$, $a = 1$. Para factorizar polinomios de la forma $ax^2 + bx + c$, donde $a \neq 1$, primero busca el MFC de los términos del polinomio y luego, si es posible, continúa factorizando.

EJEMPLO 1 Descomponer en factores el MFC

Factoriza $5x^2 + 15x + 10$.

SOLUCIÓN

Nota que el MFC de los términos $5x^2$, $15x$, y 10 es 5 .

$$\begin{aligned} 5x^2 + 15x + 10 &= 5(x^2 + 3x + 2) && \text{Descompone en factores el MFC.} \\ &= 5(x + 1)(x + 2) && \text{Factoriza } x^2 + 3x + 2. \end{aligned}$$

▶ Entonces, $5x^2 + 15x + 10 = 5(x + 1)(x + 2)$.

Cuando no hay MFC, considera los posibles factores de a y c .

EJEMPLO 2 Factorizar $ax^2 + bx + c$ cuando ac es positivo

Factoriza cada polinomio.

a. $4x^2 + 13x + 3$

b. $3x^2 - 7x + 2$

SOLUCIÓN

a. No hay un MFC, entonces tienes que considerar los posibles factores de a y c . Ya que b y c son positivos, los factores de c deben ser positivos. Usa una tabla para organizar información acerca de los factores de a y c .

Factores de 4	Factores de 3	Factorización posible	Término del medio	
1, 4	1, 3	$(x + 1)(4x + 3)$	$3x + 4x = 7x$	✗
1, 4	3, 1	$(x + 3)(4x + 1)$	$x + 12x = 13x$	✓
2, 2	1, 3	$(2x + 1)(2x + 3)$	$6x + 2x = 8x$	✗

▶ Entonces, $4x^2 + 13x + 3 = (x + 3)(4x + 1)$.

b. No hay un MFC, entonces tienes que considerar los posibles factores de a y c . Ya que b es negativo y c es positivo, los dos factores de c deben ser negativos. Usa una tabla para organizar información acerca de los factores de a y c .

Factores de 3	Factores de 2	Factorización posible	Término del medio	
1, 3	-1, -2	$(x - 1)(3x - 2)$	$-2x - 3x = -5x$	✗
1, 3	-2, -1	$(x - 2)(3x - 1)$	$-x - 6x = -7x$	✓

▶ Entonces, $3x^2 - 7x + 2 = (x - 2)(3x - 1)$.

CONSEJO DE ESTUDIO

Debes considerar el orden de los factores de 3, porque los términos del medio formados por las posibles factorizaciones son diferentes.



EJEMPLO 3**Factorizar $ax^2 + bx + c$ cuando ac es negativo**Factoriza $2x^2 - 5x - 7$.**SOLUCIÓN**

No hay un MFC, entonces tienes que considerar los posibles factores de a y c . Ya que c es negativo, los factores de c deben tener signos diferentes. Usa una tabla para organizar información acerca de los factores de a y c .

Factores de 2	Factores de -7	Factorización posible	Término del medio	
1, 2	1, -7	$(x + 1)(2x - 7)$	$-7x + 2x = -5x$	✓
1, 2	7, -1	$(x + 7)(2x - 1)$	$-x + 14x = 13x$	✗
1, 2	-1, 7	$(x - 1)(2x + 7)$	$7x - 2x = 5x$	✗
1, 2	-7, 1	$(x - 7)(2x + 1)$	$x - 14x = -13x$	✗

CONSEJO DE ESTUDIO

Cuando a es negativo, factoriza -1 de cada término de $ax^2 + bx + c$. Luego factoriza el trinomio resultante como en los ejemplos anteriores.

▶ Entonces, $2x^2 - 5x - 7 = (x + 1)(2x - 7)$.

EJEMPLO 4**Factorizar $ax^2 + bx + c$ cuando a es negativo**Factoriza $-4x^2 - 8x + 5$.**SOLUCIÓN**

Paso 1 Factoriza -1 de cada término del trinomio.

$$-4x^2 - 8x + 5 = -(4x^2 + 8x - 5)$$

Paso 2 Factoriza el trinomio $4x^2 + 8x - 5$. Ya que c es negativo, los factores de c deben tener signos diferentes. Usa una tabla para organizar información acerca de los factores de a y c .

Factores de 4	Factores de -5	Factorización posible	Término del medio	
1, 4	1, -5	$(x + 1)(4x - 5)$	$-5x + 4x = -x$	✗
1, 4	5, -1	$(x + 5)(4x - 1)$	$-x + 20x = 19x$	✗
1, 4	-1, 5	$(x - 1)(4x + 5)$	$5x - 4x = x$	✗
1, 4	-5, 1	$(x - 5)(4x + 1)$	$x - 20x = -19x$	✗
2, 2	1, -5	$(2x + 1)(2x - 5)$	$-10x + 2x = -8x$	✗
2, 2	-1, 5	$(2x - 1)(2x + 5)$	$10x - 2x = 8x$	✓

▶ Entonces, $-4x^2 - 8x + 5 = -(2x - 1)(2x + 5)$.

Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

Factoriza el polinomio.

1. $8x^2 - 56x + 48$

2. $14x^2 + 31x + 15$

3. $2x^2 - 7x + 5$

4. $3x^2 - 14x + 8$

5. $4x^2 - 19x - 5$

6. $6x^2 + x - 12$

7. $-2y^2 - 5y - 3$

8. $-5m^2 + 6m - 1$

9. $-3x^2 - x + 2$

Resolver problemas de la vida real

EJEMPLO 5 Resolver un problema de la vida real

La longitud de una reserva rectangular de animales salvajes es 1 milla más larga que el doble del ancho. El área de la reserva es 55 millas cuadradas. ¿Cuál es el ancho de la reserva?



SOLUCIÓN

Usa la fórmula del área de un rectángulo para escribir una ecuación para el área de la reserva. Imagina que w representa el ancho. Entonces $2w + 1$ representa la longitud. Resuelve para hallar w .

$$w(2w + 1) = 55 \quad \text{Área de la reserva}$$

$$2w^2 + w = 55 \quad \text{Propiedad distributiva}$$

$$2w^2 + w - 55 = 0 \quad \text{Resta 55 de cada lado.}$$

Factoriza el lado izquierdo de la ecuación. No hay un MFC, entonces tienes que considerar los posibles factores de a y c . Ya que c es negativo, los factores de c deben tener signos diferentes. Usa una tabla para organizar información acerca de los factores de a y c .

Factores de 2	Factores de -55	Factorización posible	Término del medio	
1, 2	1, -55	$(w + 1)(2w - 55)$	$-55w + 2w = -53w$	X
1, 2	55, -1	$(w + 55)(2w - 1)$	$-w + 110w = 109w$	X
1, 2	-1, 55	$(w - 1)(2w + 55)$	$55w - 2w = 53w$	X
1, 2	-55, 1	$(w - 55)(2w + 1)$	$w - 110w = -109w$	X
1, 2	5, -11	$(w + 5)(2w - 11)$	$-11w + 10w = -w$	X
1, 2	11, -5	$(w + 11)(2w - 5)$	$-5w + 22w = 17w$	X
1, 2	-5, 11	$(w - 5)(2w + 11)$	$11w - 10w = w$	✓
1, 2	-11, 5	$(w - 11)(2w + 5)$	$5w - 22w = -17w$	X

Verifica

Usa el cálculo mental.

El ancho de 5 millas, entonces la longitud es $5(2) + 1 = 11$ millas y el área es $5(11) = 55$ millas cuadradas. ✓

Entonces, puedes reescribir $2w^2 + w - 55$ como $(w - 5)(2w + 11)$. Escribe la ecuación con el lado izquierdo factorizado y sigue resolviendo para hallar w .

$$(w - 5)(2w + 11) = 0$$

Reescribe la ecuación con el lado derecho factorizado.

$$w - 5 = 0 \quad \text{o} \quad 2w + 11 = 0$$

Propiedad del producto cero

$$w = 5 \quad \text{o} \quad w = -\frac{11}{2}$$

Resuelve para hallar w .

Un ancho negativo no tiene sentido, debes usar la solución positiva.

► Entonces, el ancho de la reserva es 5 millas.

Monitoreo del progreso Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

10. ¿QUÉ PASA SI? El área de la reserva es de 136 millas cuadradas. ¿Cuál es el ancho de la reserva?

7.6 Ejercicios

Verificación de vocabulario y concepto esencial

- RAZONAR** ¿Cuál es el máximo factor común de los términos de $3y^2 - 21y + 36$?
- ESCRIBIR** Compara la factorización de $6x^2 - x - 2$ con la factorización de $x^2 - x - 2$.

Monitoreo del progreso y Representar con matemáticas

En los Ejercicios 3–8, factoriza el polinomio. (Consulta el Ejemplo 1).

- | | |
|-----------------------|----------------------|
| 3. $3x^2 + 3x - 6$ | 4. $8v^2 + 8v - 48$ |
| 5. $4k^2 + 28k + 48$ | 6. $6y^2 - 24y + 18$ |
| 7. $7b^2 - 63b + 140$ | 8. $9r^2 - 36r - 45$ |


En los Ejercicios 9–16, factoriza el polinomio. (Consulta los Ejemplos 2 y 3).


- | | |
|-----------------------|------------------------|
| 9. $3h^2 + 11h + 6$ | 10. $8m^2 + 30m + 7$ |
| 11. $6x^2 - 5x + 1$ | 12. $10w^2 - 31w + 15$ |
| 13. $3n^2 + 5n - 2$ | 14. $4z^2 + 4z - 3$ |
| 15. $8g^2 - 10g - 12$ | 16. $18v^2 - 15v - 18$ |

En los Ejercicios 17–22, factoriza el polinomio. (Consulta el Ejemplo 4).

- | | |
|-----------------------|------------------------|
| 17. $-3t^2 + 11t - 6$ | 18. $-7v^2 - 25v - 12$ |
| 19. $-4c^2 + 19c + 5$ | 20. $-8h^2 - 13h + 6$ |
| 21. $-15w^2 - w + 28$ | 22. $-22d^2 + 29d - 9$ |

ANÁLISIS DE ERRORES En los Ejercicios 23 y 24, describe y corrige el error cometido al factorizar el polinomio.

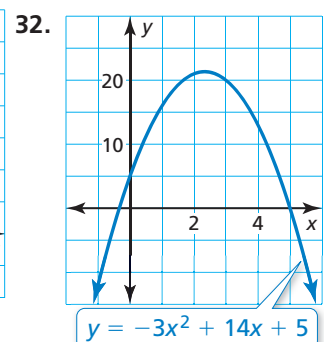
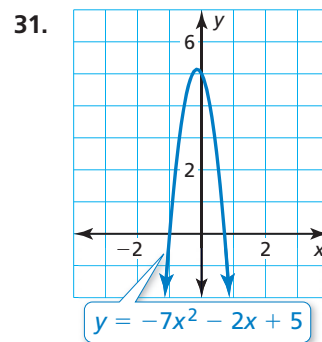
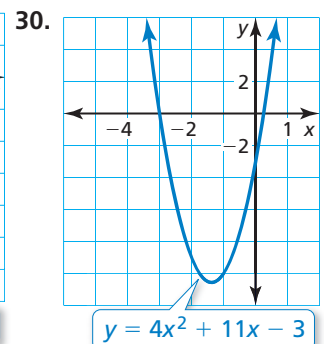
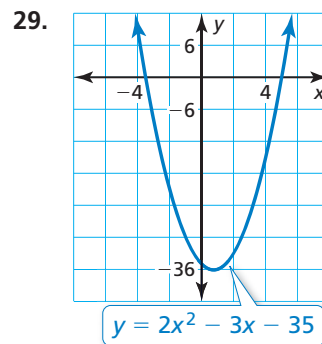
23.  $2x^2 - 2x - 24 = 2(x^2 - 2x - 24)$
 $= 2(x - 6)(x + 4)$

24.  $6x^2 - 7x - 3 = (3x - 3)(2x + 1)$

En los Ejercicios 25–28, resuelve la ecuación.

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| 25. $5x^2 - 5x - 30 = 0$ | 26. $2k^2 - 5k - 18 = 0$ |
| 27. $-12n^2 - 11n = -15$ | 28. $14b^2 - 2 = -3b$ |

En los Ejercicios 29–32, halla las coordenadas de x de los puntos donde la gráfica se cruza con el eje x .



33. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** El área (en pies cuadrados) del cartel de la escuela puede representarse mediante $15x^2 - x - 2$.

- Escribe una expresión que represente la longitud del cartel.
- Describe dos maneras de hallar el área del letrero cuando $x = 3$.



34. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** La altura h (en pies) por encima del agua de un clavadista está representada por $h = -16t^2 + 8t + 80$, donde t es el tiempo (en segundos). ¿Cuánto tiempo está el clavadista en el aire?

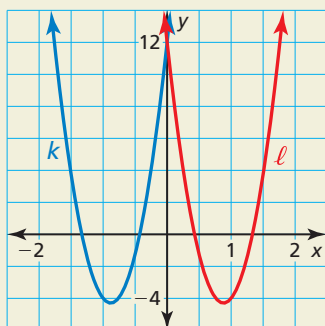
35. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** El Partenón en Atenas, Grecia, es una estructura antigua que tiene una base rectangular. La longitud de la base del Partenón es 8 metros más que el doble de su ancho. El área de la base es de alrededor 2170 metros cuadrados. Halla la longitud y el ancho de la base. (*Consulta el Ejemplo 5*).

36. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** La longitud de una invitación a una fiesta de cumpleaños rectangular es 1 pulgada menos que el doble de su ancho. El área de la invitación es 15 pulgadas cuadradas. ¿Cabría la invitación en el sobre que se muestra sin ser doblada? Explica.



37. **FINAL ABIERTO** Escribe un binomio cuyos términos tengan un MFC de $3x$.

38. **¿CÓMO LO VES?** Sin factorizar, determina cuál de las gráficas representa la función $g(x) = 21x^2 + 37x + 12$ y cuál representa la función $h(x) = 21x^2 - 37x + 12$. Explica tu razonamiento.

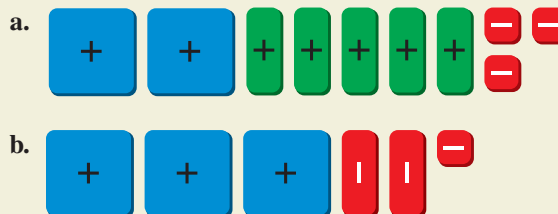


39. **RAZONAR** ¿Cuándo no es posible factorizar $ax^2 + bx + c$, donde $a \neq 1$? Da un ejemplo.

40. **ARGUMENTAR** Tu amigo dice que para resolver la ecuación $5x^2 + x - 4 = 2$, debes empezar factorizando el lado izquierdo como $(5x - 4)(x + 1)$. ¿Tiene razón tu amigo? Explica.

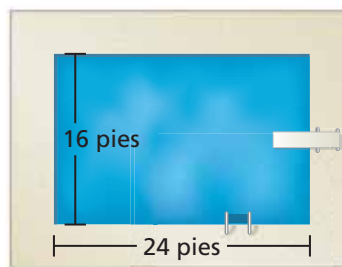
41. **RAZONAR** ¿Para qué valores de t puede $2x^2 + tx + 10$ escribirse como producto de dos binomios?

42. **ESTIMULAR EL PENSAMIENTO** Usa las fichas de álgebra para factorizar cada polinomio representado por las fichas. Muestra tu trabajo.



43. **CONEXIONES MATEMÁTICAS** La longitud de un rectángulo es 1 pulgada más que el doble de su ancho. El valor del área del rectángulo (en pulgadas cuadradas) es 5 más que el valor del perímetro del rectángulo (en pulgadas). Halla el ancho.

44. **RESOLVER PROBLEMAS** Una piscina de natación rectangular está bordeada por un patio de concreto. El ancho del patio es igual por todos lados. El área de la superficie de la piscina es igual al área del patio. ¿Cuál es el ancho del patio?



En los Ejercicios 45–48, factoriza el polinomio.

45. $4k^2 + 7jk - 2j^2$ 46. $6x^2 + 5xy - 4y^2$
 47. $-6a^2 + 19ab - 14b^2$ 48. $18m^3 + 39m^2n - 15mn^2$

Mantener el dominio de las matemáticas Repasar lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Halla la(s) raíz(raíces) cuadrada(s). (*Manual de revisión de destrezas*)

49. $\pm\sqrt{64}$ 50. $\sqrt{4}$ 51. $-\sqrt{225}$ 52. $\pm\sqrt{81}$

Resuelve el sistema de ecuaciones lineales por sustitución. Verifica tu solución. (*Sección 5.2*)

53. $y = 3 + 7x$ 54. $2x = y + 2$ 55. $5x - 2y = 14$ 56. $-x - 8 = -y$
 $y - x = -3$ $-x + 3y = 14$ $-7 = -2x + y$ $9y - 12 + 3x = 0$

7.7 Factorizar productos especiales

Pregunta esencial ¿Cómo puedes reconocer y factorizar productos especiales?

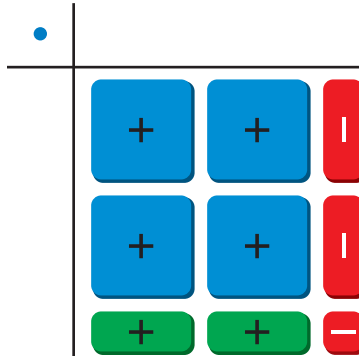
EXPLORACIÓN 1 Factorizar productos especiales

Trabaja con un compañero. Usa las fichas de álgebra para escribir cada polinomio como el producto de dos binomios. Verifica tu respuesta multiplicando. Indica si el producto es un “producto especial” que has estudiado en la Sección 7.3.

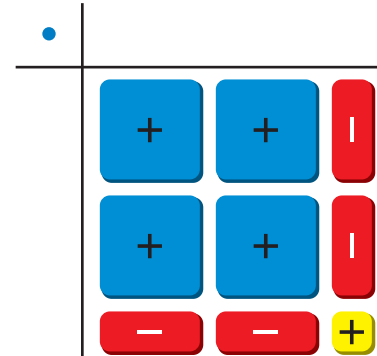
BUSCAR UNA ESTRUCTURA

Para dominar las matemáticas, necesitas observar cosas complicadas como objetos simples o como compuestas por varios objetos.

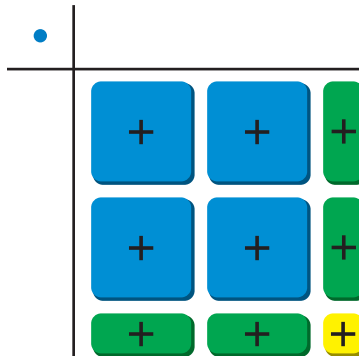
a. $4x^2 - 1 =$



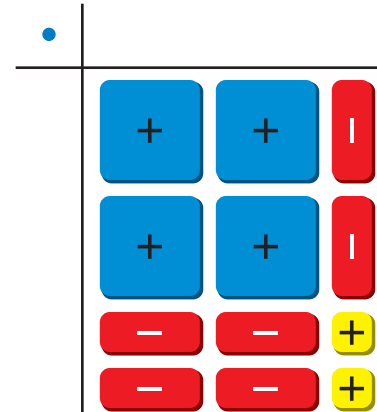
b. $4x^2 - 4x + 1 =$



c. $4x^2 + 4x + 1 =$

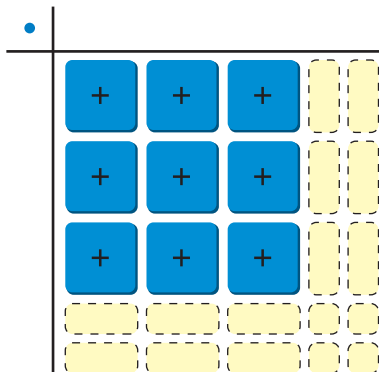


d. $4x^2 - 6x + 2 =$



EXPLORACIÓN 2 Factorizar productos especiales

Trabaja con un compañero. Usa las fichas de álgebra para completar la matriz rectangular de la izquierda de tres maneras diferentes, para que cada manera represente un producto especial diferente. Escribe cada producto especial en forma estándar y en forma factorizada.



Comunicar tu respuesta

- ¿Cómo puedes reconocer y factorizar productos especiales? Describe una estrategia para reconocer qué polinomios pueden factorizarse como productos especiales.
- Usa la estrategia que describiste en la Pregunta 3 para factorizar cada polinomio.
 - $25x^2 + 10x + 1$
 - $25x^2 - 10x + 1$
 - $25x^2 - 1$

7.7 Lección

Vocabulario Esencial

Anterior
polynomial
trinomial

Qué aprenderás

- ▶ Factorizar la diferencia de dos cuadrados.
- ▶ Factorizar trinomios de cuadrado perfecto.
- ▶ Usar la factorización para resolver problemas de la vida real.

Factorizar la diferencia de dos cuadrados

Puedes usar los patrones de productos especiales para factorizar polinomios.

Concepto Esencial

Patrón de diferencia de dos cuadrados

Álgebra

Ejemplo

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x + 3)(x - 3)$$

EJEMPLO 1

Factorizar la diferencia de dos cuadrados

Factoriza (a) $x^2 - 25$ y (b) $4z^2 - 1$.

SOLUCIÓN

a. $x^2 - 25 = x^2 - 5^2$

Escribe como $a^2 - b^2$.

$$= (x + 5)(x - 5)$$

Patrón de diferencia de dos cuadrados

▶ Entonces, $x^2 - 25 = (x + 5)(x - 5)$.

b. $4z^2 - 1 = (2z)^2 - 1^2$

Escribe como $a^2 - b^2$.

$$= (2z + 1)(2z - 1)$$

Patrón de diferencia de dos cuadrados

▶ Entonces, $4z^2 - 1 = (2z + 1)(2z - 1)$.

EJEMPLO 2

Evaluar una expresión numérica

Usa un patrón de productos especiales para evaluar la expresión $54^2 - 48^2$.

SOLUCIÓN

Nota que $54^2 - 48^2$ es una diferencia de dos cuadrados. Entonces, puedes reescribir la expresión de una forma que sea más fácil de evaluar usando el patrón de diferencia de dos cuadrados.

$$54^2 - 48^2 = (54 + 48)(54 - 48)$$

Patrón de diferencia de dos cuadrados

$$= 102(6)$$

Simplifica.

$$= 612$$

Multiplica.

▶ Entonces, $54^2 - 48^2 = 612$.

Monitoreo del progreso



Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

Factoriza el polinomio.

1. $x^2 - 36$

2. $100 - m^2$

3. $9n^2 - 16$

4. $16h^2 - 49$

Usa un patrón de productos especiales para evaluar la expresión.

5. $36^2 - 34^2$

6. $47^2 - 44^2$

7. $55^2 - 50^2$

8. $28^2 - 24^2$

Factorizar trinomios de cuadrado perfecto

Concepto Esencial

Patrón de trinomio cuadrado perfecto

Álgebra

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

Ejemplo

$$\begin{aligned}x^2 + 6x + 9 &= x^2 + 2(x)(3) + 3^2 \\ &= (x + 3)^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^2 - 6x + 9 &= x^2 - 2(x)(3) + 3^2 \\ &= (x - 3)^2\end{aligned}$$

EJEMPLO 3 Factorizar trinomios cuadrados perfectos

Factoriza cada polinomio.

a. $n^2 + 8n + 16$

b. $4x^2 - 12x + 9$

SOLUCIÓN

$$\begin{aligned}\text{a. } n^2 + 8n + 16 &= n^2 + 2(n)(4) + 4^2 \\ &= (n + 4)^2\end{aligned}$$

Escribe como $a^2 + 2ab + b^2$.

Patrón de trinomio cuadrado perfecto

▶ Entonces, $n^2 + 8n + 16 = (n + 4)^2$.

$$\begin{aligned}\text{b. } 4x^2 - 12x + 9 &= (2x)^2 - 2(2x)(3) + 3^2 \\ &= (2x - 3)^2\end{aligned}$$

Escribe como $a^2 - 2ab + b^2$.

Patrón de trinomio cuadrado perfecto

▶ Entonces, $4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)^2$.

EJEMPLO 4 Resolver una ecuación polinomial

Resuelve $x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = 0$.

SOLUCIÓN

$$x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = 0$$

Escribe la ecuación.

$$9x^2 + 6x + 1 = 0$$

Multiplica cada lado por 9.

$$(3x)^2 + 2(3x)(1) + 1^2 = 0$$

Escribe el lado izquierdo como $a^2 + 2ab + b^2$.

$$(3x + 1)^2 = 0$$

Patrón de trinomio cuadrado perfecto

$$3x + 1 = 0$$

Propiedad del producto cero

$$x = -\frac{1}{3}$$

Resuelve para hallar x .

▶ La solución es $x = -\frac{1}{3}$.

BUSCAR UNA ESTRUCTURA

Las ecuaciones de la forma $(x + a)^2 = 0$ siempre tienen raíces repetidas de $x = -a$.

Monitoreo del progreso



Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

Factoriza el polinomio.

9. $m^2 - 2m + 1$

10. $d^2 - 10d + 25$

11. $9z^2 + 36z + 36$

Resuelve la ecuación.

12. $a^2 + 6a + 9 = 0$

13. $w^2 - \frac{7}{3}w + \frac{49}{36} = 0$

14. $n^2 - 81 = 0$

Resolver problemas de la vida real

EJEMPLO 5 Representar con matemáticas

Un ave recoge una pelota de golf y la deja caer mientras está volando. La función representa la altura y (en pies) de la pelota de golf t segundos después que la deja caer. La pelota golpea la copa de un pino de 32 pies de alto. ¿Después de cuántos segundos golpea la pelota al árbol?



SOLUCIÓN

- 1. Comprende el problema** Te dan la altura de la pelota de golf como una función de la cantidad de tiempo después que se cae y la altura del árbol que golpea la pelota de golf. Te piden determinar cuántos segundos le toma a la pelota golpear el árbol.
- 2. Haz un plan** Usa la función para la altura de la pelota de golf. Sustituye la altura del árbol por y y resuelve para hallar el tiempo t .
- 3. Resuelve el problema** Sustituye 32 por y y resuelve para hallar t .

$$y = 81 - 16t^2$$

Escribe la ecuación.

$$32 = 81 - 16t^2$$

Sustituye 32 por y .

$$0 = 49 - 16t^2$$

Resta 32 de cada lado.

$$0 = 7^2 - (4t)^2$$

Escribe como $a^2 - b^2$.

$$0 = (7 + 4t)(7 - 4t)$$

Patrón de diferencia de dos cuadrados

$$7 + 4t = 0 \quad \text{o} \quad 7 - 4t = 0$$

Propiedad del producto cero

$$t = -\frac{7}{4} \quad \text{o} \quad t = \frac{7}{4}$$

Resuelve para hallar t .

Un tiempo negativo no tiene sentido en esta situación.

► Entonces, la pelota de golf golpea al árbol después de $\frac{7}{4}$, o 1.75 segundos.

- 4. Verificalo** Verifica tu solución, como se muestra, sustituyendo $t = \frac{7}{4}$ en la ecuación $32 = 81 - 16t^2$. Luego verifica que un tiempo de $\frac{7}{4}$ segundos dé como resultado una altura de 32 pies.

Verifica

$$32 = 81 - 16t^2$$

$$32 \stackrel{?}{=} 81 - 16\left(\frac{7}{4}\right)^2$$

$$32 \stackrel{?}{=} 81 - 16\left(\frac{49}{16}\right)$$

$$32 \stackrel{?}{=} 81 - 49$$

$$32 = 32 \quad \checkmark$$

Monitoreo del progreso



Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

- 15. ¿QUÉ PASA SI?** La pelota de golf no golpea al pino. ¿Después de cuántos segundos golpea la pelota al suelo?

Verificación de vocabulario y concepto esencial

- RAZONAR** ¿Puedes usar el patrón de trinomio cuadrado perfecto para factorizar $y^2 + 16y + 64$? Explica.
- ¿CUÁL NO CORRESPONDE?** ¿Qué polinomio *no* corresponde al grupo de los otros tres? Explica tu razonamiento.

$$n^2 - 4$$

$$g^2 - 6g + 9$$

$$r^2 + 12r + 36$$

$$k^2 + 25$$

Monitoreo del progreso y Representar con matemáticas

En los Ejercicios 3–8, factoriza el polinomio. (Consulta el Ejemplo 1).

- | | |
|---------------------|---------------------|
| 3. $m^2 - 49$ | 4. $z^2 - 81$ |
| 5. $64 - 81d^2$ | 6. $25 - 4x^2$ |
| 7. $225a^2 - 36b^2$ | 8. $16x^2 - 169y^2$ |


En los Ejercicios 9–14, usa un patrón de productos especiales para evaluar la expresión. (Consulta el Ejemplo 2).


- | | |
|-------------------|-------------------|
| 9. $12^2 - 9^2$ | 10. $19^2 - 11^2$ |
| 11. $78^2 - 72^2$ | 12. $54^2 - 52^2$ |
| 13. $53^2 - 47^2$ | 14. $39^2 - 36^2$ |

En los Ejercicios 15–22, factoriza el polinomio. (Consulta el Ejemplo 3).

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| 15. $h^2 + 12h + 36$ | 16. $p^2 + 30p + 225$ |
| 17. $y^2 - 22y + 121$ | 18. $x^2 - 4x + 4$ |
| 19. $a^2 - 28a + 196$ | 20. $m^2 + 24m + 144$ |
| 21. $25n^2 + 20n + 4$ | 22. $49a^2 - 14a + 1$ |

ANÁLISIS DE ERRORES En los Ejercicios 23 y 24, describe y corrige el error cometido al factorizar el polinomio.

23. 
$$n^2 - 64 = n^2 - 8^2$$
$$= (n - 8)^2$$

24. 
$$y^2 - 6y + 9 = y^2 - 2(y)(3) + 3^2$$
$$= (y - 3)(y + 3)$$

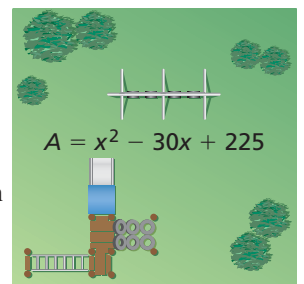
25. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** El área (en centímetros cuadrados) de un posavasos cuadrado puede representarse mediante $d^2 + 8d + 16$.

- Escribe una expresión que represente la longitud lateral del posavasos.
- Escribe una expresión para el perímetro del posavasos.



26. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** El polinomio representa el área (en pies cuadrados) del parque de juegos cuadrado.

- Escribe el polinomio que represente la longitud lateral del parque de juegos.
- Escribe una expresión para el perímetro del parque de juegos.



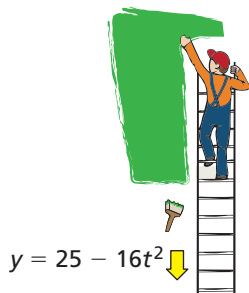
En los Ejercicios 27–34, resuelve la ecuación. (Consulta el Ejemplo 4).

- | | |
|--|--|
| 27. $z^2 - 4 = 0$ | 28. $4x^2 = 49$ |
| 29. $k^2 - 16k + 64 = 0$ | 30. $s^2 + 20s + 100 = 0$ |
| 31. $n^2 + 9 = 6n$ | 32. $y^2 = 12y - 36$ |
| 33. $y^2 + \frac{1}{2}y = -\frac{1}{16}$ | 34. $-\frac{4}{3}x + \frac{4}{9} = -x^2$ |

En los Ejercicios 35–40, factoriza el polinomio.

- | | |
|-------------------------|------------------------|
| 35. $3z^2 - 27$ | 36. $2m^2 - 50$ |
| 37. $4y^2 - 16y + 16$ | 38. $8k^2 + 80k + 200$ |
| 39. $50y^2 + 120y + 72$ | 40. $27m^2 - 36m + 12$ |

41. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** Mientras estás parado en una escalera de pie dejas caer una brocha de pintura. La función representa la altura y (en pies) de la brocha de pintura t segundos después que la dejas caer. ¿Después de cuántos segundos golpea la brocha de pintura al suelo? (Consulta el Ejemplo 5).



42. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS**

La función representa la altura y (en pies) de un saltamontes saltando directamente recto hacia arriba desde el suelo t segundos después del inicio del salto. ¿Después de cuántos segundos está el saltamontes a 1 pie del suelo?



43. **RAZONAR** Di si el polinomio puede factorizarse. Si no, cambia el término constante para que el polinomio sea un trinomio cuadrado perfecto.

a. $w^2 + 18w + 84$ b. $y^2 - 10y + 23$

44. **ESTIMULAR EL PENSAMIENTO** Usa las fichas de álgebra para factorizar cada polinomio representado por las fichas. Muestra tu trabajo.

a.

b.

45. **COMPARAR MÉTODOS** Describe dos métodos que puedes usar para simplificar $(2x - 5)^2 - (x - 4)^2$. ¿Cuál usarías? Explica.

Mantener el dominio de las matemáticas

Repasar lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Escribe la descomposición en factores primos del número. (Manual de revisión de destrezas)

49. 50

50. 44

51. 85

52. 96

Haz una gráfica de la desigualdad en un plano de coordenadas. (Sección 5.6)

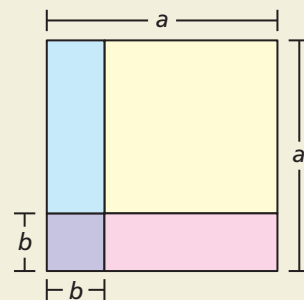
53. $y \leq 4x - 1$

54. $y > -\frac{1}{2}x + 3$

55. $4y - 12 \geq 8x$

56. $3y + 3 < x$

46. **¿CÓMO LO VES?** La figura muestra un cuadrado grande con un área de a^2 que contiene un cuadrado más pequeño con un área de b^2 .

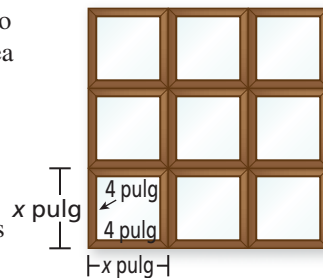


- a. Describe las regiones que representan $a^2 - b^2$. ¿Cómo puedes reagrupar estas regiones para mostrar que $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$?
- b. ¿Cómo puedes usar la figura para mostrar que $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$?

47. **RESOLVER PROBLEMAS** Cuelgas nueve marcos para fotos cuadrados idénticos en una pared.

- a. Escribe un polinomio que represente el área de los marcos para fotos, sin incluir las fotos.

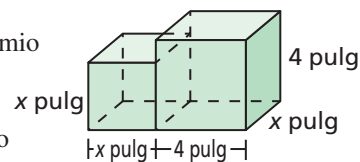
- b. El área de la parte (a) tiene 81 pulgadas cuadradas. ¿Cuál es la longitud lateral de uno de los marcos de fotos? Explica tu razonamiento.



48. **CONEXIONES MATEMÁTICAS** El cuerpo geométrico compuesto está formado por un cubo y un prisma rectangular.

- a. Escribe un polinomio que represente el volumen del cuerpo geométrico compuesto.

- b. El volumen del cuerpo geométrico compuesto es igual a $25x$. ¿Cuál es el valor de x ? Explica tu razonamiento.



7.8 Factorizar un polinomio completamente

Pregunta esencial ¿Cómo puedes factorizar un polinomio completamente?

EXPLORACIÓN 1 Escribir un producto de factores lineales

Trabaja con un compañero. Escribe el producto representado por las fichas de álgebra. Luego multiplica para escribir el polinomio en forma estándar.

- $(+)(+)(+)(+)(-)(-)$
- $(+)(+)(+)(+)(+)(-)$
- $(+)(+)(+)(+)(+)(+)(+)(+)$
- $(+)(+)(+)(-)(+)$
- $(-)(+)(+)(+)(-)$
- $(-)(-)(+)(+)(-)(-)$

RAZONAR DE MANERA ABSTRACTA

Para dominar las matemáticas, necesitas saber y usar con flexibilidad las diferentes propiedades de las operaciones y objetos.

EXPLORACIÓN 2 Unir las formas estándar y factorizada

Trabaja con un compañero. Une la forma estándar del polinomio con la forma factorizada equivalente. Explica tu estrategia.

- | | |
|----------------------|----------------------|
| a. $x^3 + x^2$ | A. $x(x + 1)(x - 1)$ |
| b. $x^3 - x$ | B. $x(x - 1)^2$ |
| c. $x^3 + x^2 - 2x$ | C. $x(x + 1)^2$ |
| d. $x^3 - 4x^2 + 4x$ | D. $x(x + 2)(x - 1)$ |
| e. $x^3 - 2x^2 - 3x$ | E. $x(x - 1)(x - 2)$ |
| f. $x^3 - 2x^2 + x$ | F. $x(x + 2)(x - 2)$ |
| g. $x^3 - 4x$ | G. $x(x - 2)^2$ |
| h. $x^3 + 2x^2$ | H. $x(x + 2)^2$ |
| i. $x^3 - x^2$ | I. $x^2(x - 1)$ |
| j. $x^3 - 3x^2 + 2x$ | J. $x^2(x + 1)$ |
| k. $x^3 + 2x^2 - 3x$ | K. $x^2(x - 2)$ |
| l. $x^3 - 4x^2 + 3x$ | L. $x^2(x + 2)$ |
| m. $x^3 - 2x^2$ | M. $x(x + 3)(x - 1)$ |
| n. $x^3 + 4x^2 + 4x$ | N. $x(x + 1)(x - 3)$ |
| o. $x^3 + 2x^2 + x$ | O. $x(x - 1)(x - 3)$ |

Comunicar tu respuesta

- ¿Cómo puedes factorizar un polinomio completamente?
- Usa tu respuesta a la Pregunta 3 para factorizar cada polinomio completamente.
 - $x^3 + 4x^2 + 3x$
 - $x^3 - 6x^2 + 9x$
 - $x^3 + 6x^2 + 9x$

7.8 Lección

Vocabulario Esencial

factorizar por agrupación,
pág. 404

factorizar completamente,
pág. 404

Anterior

polinomio
binomio

Qué aprenderás

- ▶ Factorizar polinomios por agrupación.
- ▶ Factorizar polinomios completamente.
- ▶ Usar la factorización para resolver problemas de la vida real.

Factorizar polinomios por agrupación

Has usado la Propiedad distributiva para factorizar un monomio máximo común de un polinomio. A veces, puedes factorizar un binomio común. Puedes usar la Propiedad distributiva para factorizar polinomios con cuatro términos, como se describe a continuación.

Concepto Esencial

Factorizar por agrupación

Para factorizar un polinomio con cuatro términos, agrupa los términos en pares. Factoriza el MFC de cada par de términos. Busca y factoriza el factor binomial común. Este proceso se conoce como **factorizar por agrupación**.

EJEMPLO 1 Factorizar por agrupación

Factoriza cada polinomio por agrupación.

a. $x^3 + 3x^2 + 2x + 6$

b. $x^2 + y + x + xy$

SOLUCIÓN

a. $x^3 + 3x^2 + 2x + 6 = (x^3 + 3x^2) + (2x + 6)$

Agrupar términos con factores comunes.

El factor binomial común es $x + 3$.

$\rightarrow = x^2(x + 3) + 2(x + 3)$

Descompone en factores el MFC de cada par de términos.

$= (x + 3)(x^2 + 2)$

Descompone en factores $(x + 3)$.

▶ Entonces, $x^3 + 3x^2 + 2x + 6 = (x + 3)(x^2 + 2)$.

b. $x^2 + y + x + xy = x^2 + x + xy + y$

Reescribe el polinomio.

$= (x^2 + x) + (xy + y)$

Agrupar términos con factores comunes.

El factor binomial común es $x + 1$.

$\rightarrow = x(x + 1) + y(x + 1)$

Descompone en factores el MFC de cada par de términos.

$= (x + 1)(x + y)$

Descompone en factores $(x + 1)$.

▶ Entonces, $x^2 + y + x + xy = (x + 1)(x + y)$.

Monitoreo del progreso



Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

Factoriza el polinomio por agrupación.

1. $a^3 + 3a^2 + a + 3$

2. $y^2 + 2x + yx + 2y$

Factorizar polinomios completamente

Has visto que el polinomio $x^2 - 1$ se puede factorizar como $(x + 1)(x - 1)$. Este polinomio es factorizable. Nota que el polinomio $x^2 + 1$ no se puede escribir como el producto de polinomios con coeficientes enteros. Este polinomio no es factorizable. Un polinomio factorizable con coeficientes enteros se **factoriza completamente** cuando se escribe como un producto de polinomios no factorizables con coeficientes enteros.

Resumen de conceptos

Pautas para factorizar un polinomio completamente

Para factorizar un polinomio completamente, debes intentar cada uno de estos pasos.

- | | |
|---|---|
| 1. Factoriza el máximo factor común monomial. | $3x^2 + 6x = 3x(x + 2)$ |
| 2. Busca una diferencia de dos cuadrados o un trinomio cuadrado perfecto. | $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$ |
| 3. Factoriza un trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$ en un producto de factores binomiales. | $3x^2 - 5x - 2 = (3x + 1)(x - 2)$ |
| 4. Factoriza un polinomio con cuatro términos por agrupación. | $x^3 + x - 4x^2 - 4 = (x^2 + 1)(x - 4)$ |

EJEMPLO 2 Factorizar completamente

Factoriza (a) $3x^3 + 6x^2 - 18x$ y (b) $7x^4 - 28x^2$.

SOLUCIÓN

a. $3x^3 + 6x^2 - 18x = 3x(x^2 + 2x - 6)$ Descompone en factores $3x$.
 $x^2 + 2x - 6$ no es factorizable, entonces el polinomio se factoriza completamente.

▶ Entonces, $3x^3 + 6x^2 - 18x = 3x(x^2 + 2x - 6)$.

b. $7x^4 - 28x^2 = 7x^2(x^2 - 4)$ Descompone en factores $7x^2$.
 $= 7x^2(x^2 - 2^2)$ Escribe como $a^2 - b^2$.
 $= 7x^2(x + 2)(x - 2)$ Patrón de diferencia de dos cuadrados

▶ Entonces, $7x^4 - 28x^2 = 7x^2(x + 2)(x - 2)$.

EJEMPLO 3 Resolver una ecuación factorizando completamente

Resuelve $2x^3 + 8x^2 = 10x$.

SOLUCIÓN

$2x^3 + 8x^2 = 10x$	Ecuación original
$2x^3 + 8x^2 - 10x = 0$	Resta $10x$ de cada lado.
$2x(x^2 + 4x - 5) = 0$	Descomponer en factores $2x$.
$2x(x + 5)(x - 1) = 0$	Factoriza $x^2 + 4x - 5$.
$2x = 0$ o $x + 5 = 0$ o $x - 1 = 0$	Propiedad del producto cero
$x = 0$ o $x = -5$ o $x = 1$	Resuelve para hallar x .

▶ Las raíces son $x = -5$, $x = 0$ y $x = 1$.

Monitoreo del progreso Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

Factoriza el polinomio completamente.

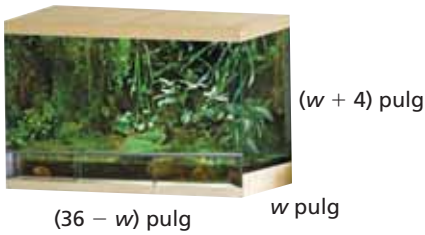
3. $3x^3 - 12x$ 4. $2y^3 - 12y^2 + 18y$ 5. $m^3 - 2m^2 - 8m$

Resuelve la ecuación.

6. $w^3 - 8w^2 + 16w = 0$ 7. $x^3 - 25x = 0$ 8. $c^3 - 7c^2 + 12c = 0$

Resolver problemas de la vida real

EJEMPLO 4 Representar con matemáticas



Un terrario en la forma de un prisma rectangular tiene un volumen de 4608 pulgadas cúbicas. Su longitud es más de 10 pulgadas. Se muestran las dimensiones del terrario en términos de su ancho. Halla la longitud, ancho y altura del terrario.

SOLUCIÓN

1. Comprende el problema Te dan el volumen de un terrario en la forma de un prisma rectangular y una descripción de la longitud. Las dimensiones se escriben en términos de su ancho. Te piden hallar la longitud, ancho y altura del terrario.

2. Haz un plan Usa la fórmula para el volumen de un prisma rectangular para escribir y resolver una ecuación para el ancho del terrario. Luego sustituye ese valor en las expresiones para la longitud y altura del terrario.

3. Resuelve el problema

$$\text{Volumen} = \text{longitud} \cdot \text{ancho} \cdot \text{altura}$$

$$4608 = (36 - w)(w)(w + 4)$$

$$4608 = 32w^2 + 144w - w^3$$

$$0 = 32w^2 + 144w - w^3 - 4608$$

$$0 = (-w^3 + 32w^2) + (144w - 4608)$$

$$0 = -w^2(w - 32) + 144(w - 32)$$

$$0 = (w - 32)(-w^2 + 144)$$

$$0 = -1(w - 32)(w^2 - 144)$$

$$0 = -1(w - 32)(w - 12)(w + 12)$$

$$w - 32 = 0 \quad \text{o} \quad w - 12 = 0 \quad \text{o} \quad w + 12 = 0$$

$$w = 32 \quad \text{o} \quad w = 12 \quad \text{o} \quad w = -12$$

Volumen de un prisma rectangular

Escribe la ecuación.

Multiplica.

Resta 4608 de cada lado.

Agrupar términos con factores comunes.

Descompone en factores el MFC de cada par de términos.

Descompone en factores $(w - 32)$.

Factoriza -1 de $-w^2 + 144$.

Patrón de diferencia de dos cuadrados

Propiedad del producto cero

Resuelve para hallar w .

Descarta $w = -12$ porque un ancho negativo no tiene sentido. Sabes que la longitud es más de 10 pulgadas. Prueba las soluciones de la ecuación, 12 y 32, en la expresión para la longitud.

$$\text{longitud} = 36 - w = 36 - 12 = 24 \quad \checkmark \quad \text{o} \quad \text{longitud} = 36 - w = 36 - 32 = 4 \quad \times$$

La solución 12 te da una longitud de 24 pulgadas, entonces 12 es el valor correcto para w .

Usa $w = 12$ para hallar la altura, como se muestra.

$$\text{altura} = w + 4 = 12 + 4 = 16$$

▶ El ancho es 12 pulgadas, la longitud es 24 pulgadas y la altura es 16 pulgadas.

4. Verificalo Verifica tu solución. Sustituye los valores para la longitud, el ancho y la altura cuando el ancho es 12 pulgadas en la fórmula para el volumen. El volumen del terrario debería ser 4608 pulgadas cúbicas.

Verifica

$$V = \ell wh$$

$$4608 \stackrel{?}{=} 24(12)(16)$$

$$4608 = 4608 \quad \checkmark$$

Monitoreo del progreso



Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

9. Una caja de la forma de un prisma rectangular tiene un volumen de 72 pies cúbicos. La caja tiene una longitud de x pies, un ancho de $(x - 1)$ pies y una altura de $(x + 9)$ pies. Halla las dimensiones de la caja.

7.8 Ejercicios

Soluciones dinámicas disponibles en BigIdeasMath.com

Verificación de vocabulario y concepto esencial

- VOCABULARIO** ¿Qué significa que un polinomio sea factorizado completamente?
- ESCRIBIR** Explica cómo elegir qué términos se agrupan juntos cuando se factoriza por agrupación.

Monitoreo del progreso y Representar con matemáticas

En los Ejercicios 3–10, factoriza el polinomio por agrupación. (Consulta el Ejemplo 1).

- | | |
|----------------------------|-----------------------------|
| 3. $x^3 + x^2 + 2x + 2$ | 4. $y^3 - 9y^2 + y - 9$ |
| 5. $3z^3 + 2z - 12z^2 - 8$ | 6. $2s^3 - 27 - 18s + 3s^2$ |
| 7. $x^2 + xy + 8x + 8y$ | 8. $q^2 + q + 5pq + 5p$ |
| 9. $m^2 - 3m + mn - 3n$ | 10. $2a^2 + 8ab - 3a - 12b$ |

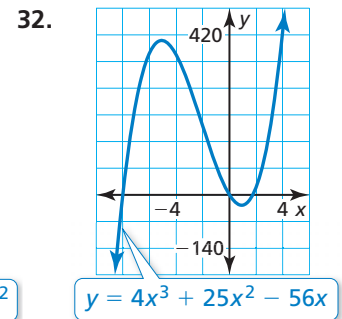
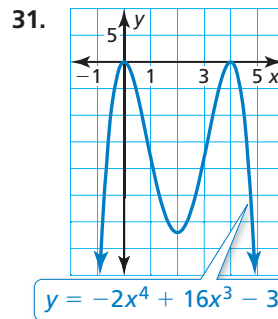
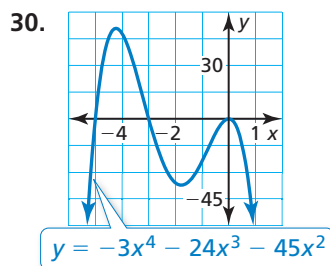
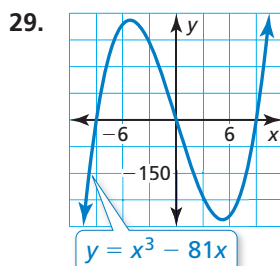
En los Ejercicios 11–22, factoriza el polinomio completamente. (Consulta el Ejemplo 2).

- | | |
|----------------------------|------------------------------|
| 11. $2x^3 - 2x$ | 12. $36a^4 - 4a^2$ |
| 13. $2c^2 - 7c + 19$ | 14. $m^2 - 5m - 35$ |
| 15. $6g^3 - 24g^2 + 24g$ | 16. $-15d^3 + 21d^2 - 6d$ |
| 17. $3r^5 + 3r^4 - 90r^3$ | 18. $5w^4 - 40w^3 + 80w^2$ |
| 19. $-4c^4 + 8c^3 - 28c^2$ | 20. $8t^2 + 8t - 72$ |
| 21. $b^3 - 5b^2 - 4b + 20$ | 22. $h^3 + 4h^2 - 25h - 100$ |


En los Ejercicios 23–28, resuelve la ecuación. (Consulta el Ejemplo 3).


- | | |
|------------------------------|--------------------------------|
| 23. $5n^3 - 30n^2 + 40n = 0$ | 24. $k^4 - 100k^2 = 0$ |
| 25. $x^3 + x^2 = 4x + 4$ | 26. $2t^5 + 2t^4 - 144t^3 = 0$ |
| 27. $12s - 3s^3 = 0$ | 28. $4y^3 - 7y^2 + 28 = 16y$ |

En los Ejercicios 29–32, halla las coordenadas con el eje x de los puntos donde la gráfica cruza con el eje x .



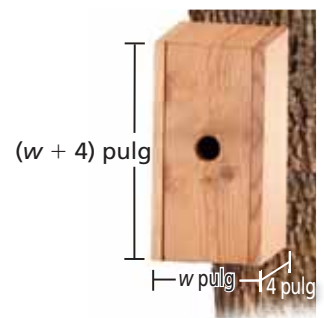
ANÁLISIS DE ERRORES En los Ejercicios 33 y 34, describe y corrige el error cometido al factorizar el polinomio completamente.

33.  $a^3 + 8a^2 - 6a - 48 = a^2(a + 8) + 6(a + 8)$
 $= (a + 8)(a^2 + 6)$

34.  $x^3 - 6x^2 - 9x + 54 = x^2(x - 6) - 9(x - 6)$
 $= (x - 6)(x^2 - 9)$

35. REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS

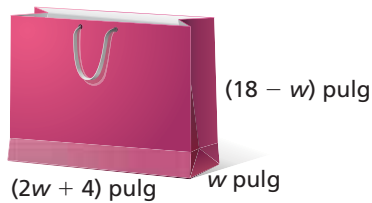
Estás construyendo una casa para pájaros en la forma de un prisma rectangular que tiene un volumen de 128 pulgadas cúbicas. Se muestran las dimensiones de la casa para pájaros en términos de su ancho.



(Consulta el Ejemplo 4).

- Escribe un polinomio que represente el volumen de la casa para pájaros.
- ¿Cuáles son las dimensiones de la casa para pájaros?

36. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** Una bolsa de regalo con forma de un prisma rectangular tiene un volumen de 1152 pulgadas cúbicas. Se muestran las dimensiones de la bolsa de regalo en términos de su ancho. La altura es mayor que el ancho. ¿Cuáles son las dimensiones de la bolsa de regalo?



En los Ejercicios 37–40, factoriza el polinomio completamente.

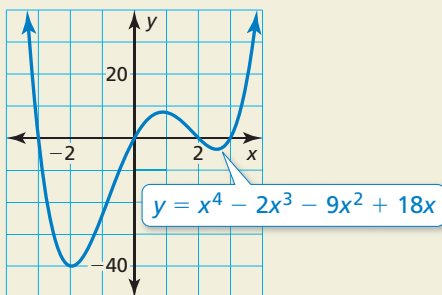
37. $x^3 + 2x^2y - x - 2y$ 38. $8b^3 - 4b^2a - 18b + 9a$

39. $4s^2 - s + 12st - 3t$

40. $6m^3 - 12mn + m^2n - 2n^2$

41. **ESCRIBIR** Es posible hallar tres soluciones reales de la ecuación $x^3 + 2x^2 + 3x + 6 = 0$? Explica tu razonamiento.

42. **¿CÓMO LO VES?** ¿Cómo puedes usar la forma factorizada del polinomio $x^4 - 2x^3 - 9x^2 + 18x = x(x - 3)(x + 3)(x - 2)$ para hallar las intersecciones con el eje x de la gráfica de la función?



43. **FINAL ABIERTO** Escribe un polinomio de grado 3 que satisfaga cada una de las condiciones dadas.
- a. no es factorizable b. puede factorizarse por agrupación

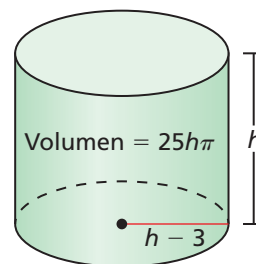
44. **ARGUMENTAR** Tu amigo dice que si un trinomio no puede factorizarse como el producto de dos binomios, entonces el trinomio se factoriza completamente. ¿Tiene razón tu amigo? Explica.

45. **RESOLVER PROBLEMAS** El volumen (en pies cúbicos) de una habitación en forma de prisma rectangular se representa mediante $12z^3 - 27z$. Halla expresiones que podrían representar las dimensiones de la habitación.

46. **CONEXIONES MATEMÁTICAS** El ancho de una caja en forma de prisma rectangular tiene 4 pulgadas más que la altura h . La longitud es la diferencia de 9 pulgadas y la altura.

- a. Escribe un polinomio que represente el volumen de la caja en términos de su altura (en pulgadas).
- b. El volumen de la caja tiene 180 pulgadas cúbicas. ¿Cuáles son las posibles dimensiones de la caja?
- c. ¿Qué dimensiones dan como resultado una caja con la menor área de superficie posible? Explica tu razonamiento.

47. **CONEXIONES MATEMÁTICAS** El volumen de un cilindro está dado por $V = \pi r^2 h$, donde r es el radio de la base del cilindro y h es la altura del cilindro. Halla las dimensiones del cilindro.



48. **ESTIMULAR EL PENSAMIENTO** Factoriza el polinomio $x^5 - x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 4x - 4$ completamente.

49. **RAZONAR** Halla un valor para w para que la ecuación tenga (a) dos soluciones y (b) tres soluciones. Explica tu razonamiento.

$$5x^3 + wx^2 + 80x = 0$$

Mantener el dominio de las matemáticas Repasar lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Resuelve el sistema de ecuaciones lineales haciendo una gráfica. (Sección 5.1)

50. $y = x - 4$
 $y = -2x + 2$

51. $y = \frac{1}{2}x + 2$
 $y = 3x - 3$

52. $5x - y = 12$
 $\frac{1}{4}x + y = 9$

53. $x = 3y$
 $y - 10 = 2x$

Haz una gráfica de la función. Describe el dominio y el rango. (Sección 6.3)

54. $f(x) = 5^x$

55. $y = 9\left(\frac{1}{3}\right)^x$

56. $y = -3(0.5)^x$

57. $f(x) = -3(4)^x$

7.5–7.8 ¿Qué aprendiste?

Vocabulario esencial

factorizar por agrupación, *pág. 404*
factorizado completamente, *pág. 404*

Conceptos esenciales

Sección 7.5

Factorizar $x^2 + bx + c$ cuando c es positivo, *pág. 386*
Factorizar $x^2 + bx + c$ cuando c es negativo, *pág. 387*

Sección 7.6

Factorizar $ax^2 + bx + c$ cuando ac es positivo, *pág. 392*
Factorizar $ax^2 + bx + c$ cuando ac es negativo, *pág. 393*

Sección 7.7

Patrón de diferencia de dos cuadrados, *pág. 398*
Patrón de trinomio cuadrado perfecto, *pág. 399*

Sección 7.8

Factorizar por agrupación, *pág. 404*
Factorizar polinomios completamente, *pág. 404*

Prácticas matemáticas

1. ¿Cómo se relacionan las soluciones del Ejercicio 29 de la página 389 a la gráfica de $y = m^2 + 3m + 2$?
2. La ecuación de la parte (b) del Ejercicio 47 de la página 390 tiene dos soluciones. ¿Ambas soluciones de la ecuación son razonables en el contexto del problema? Explica tu razonamiento.

Tarea de desempeño

La vista importa

La manera en que una ecuación o expresión se escribe puede ayudarte a interpretar y resolver problemas. ¿Qué representación preferirías cuando intentas resolver para hallar información específica? ¿Por qué?

Para explorar las respuestas a estas preguntas y más, visita BigIdeasMath.com.



7.1 Sumar y restar polinomios (págs. 357–364)

Halla $(2x^3 + 6x^2 - x) - (-3x^3 - 2x^2 - 9x)$.

$$\begin{aligned}(2x^3 + 6x^2 - x) - (-3x^3 - 2x^2 - 9x) &= (2x^3 + 6x^2 - x) + (3x^3 + 2x^2 + 9x) \\ &= (2x^3 + 3x^3) + (6x^2 + 2x^2) + (-x + 9x) \\ &= 5x^3 + 8x^2 + 8x\end{aligned}$$

Escribe el polinomio en forma estándar. Identifica el grado y el coeficiente principal del polinomio. Luego clasifica el polinomio según el número de términos.

1. $6 + 2x^2$ 2. $-3p^3 + 5p^6 - 4$ 3. $9x^7 - 6x^2 + 13x^5$ 4. $-12y + 8y^3$

Halla la suma o resta.

5. $(3a + 7) + (a - 1)$ 6. $(x^2 + 6x - 5) + (2x^2 + 15)$
7. $(-y^2 + y + 2) - (y^2 - 5y - 2)$ 8. $(p + 7) - (6p^2 + 13p)$

7.2 Multiplicar polinomios (págs. 365–370)

Halla $(x + 7)(x - 9)$.

$$\begin{aligned}(x + 7)(x - 9) &= x(x - 9) + 7(x - 9) \\ &= x(x) + x(-9) + 7(x) + 7(-9) \\ &= x^2 + (-9x) + 7x + (-63) \\ &= x^2 - 2x - 63\end{aligned}$$

Distribuye $(x - 9)$ a cada término de $(x + 7)$.

Propiedad distributiva

Multiplícala.

Combina los términos semejantes.

Halla el producto.

9. $(x + 6)(x - 4)$ 10. $(y - 5)(3y + 8)$ 11. $(x + 4)(x^2 + 7x)$ 12. $(-3y + 1)(4y^2 - y - 7)$

7.3 Productos especiales de polinomios (págs. 371–376)

Halla cada producto.

a. $(6x + 4y)^2$

$$\begin{aligned}(6x + 4y)^2 &= (6x)^2 + 2(6x)(4y) + (4y)^2 \\ &= 36x^2 + 48xy + 16y^2\end{aligned}$$

Patrón de cuadrado de un binomio

Simplifica.

b. $(2x + 3y)(2x - 3y)$

$$\begin{aligned}(2x + 3y)(2x - 3y) &= (2x)^2 - (3y)^2 \\ &= 4x^2 - 9y^2\end{aligned}$$

Patrón de suma y resta

Simplifica.

Halla el producto.

13. $(x + 9)(x - 9)$ 14. $(2y + 4)(2y - 4)$ 15. $(p + 4)^2$ 16. $(-1 + 2d)^2$

7.4 Resolver ecuaciones polinomiales en forma factorizada (págs. 377–382)

Resuelve $(x + 6)(x - 8) = 0$.

$$(x + 6)(x - 8) = 0$$

$$x + 6 = 0 \quad \text{o} \quad x - 8 = 0$$

$$x = -6 \quad \text{o} \quad x = 8$$

Escribe la ecuación.

Propiedad del producto cero

Resuelve para hallar x .

Resuelve la ecuación.

17. $x^2 + 5x = 0$ 18. $(z + 3)(z - 7) = 0$ 19. $(b + 13)^2 = 0$ 20. $2y(y - 9)(y + 4) = 0$

7.5 Factorizar $x^2 + bx + c$ (págs. 385–390)

Factoriza $x^2 + 6x - 27$.

Nota que $b = 6$ y $c = -27$. Ya que c es negativo, los factores p y q deben tener signos diferentes para que pq sea negativo.

Halla dos factores enteros de -27 cuya suma sea 6.

Factores de -27	$-27, 1$	$-1, 27$	$-9, 3$	$-3, 9$
Suma de factores	-26	26	-6	6

Los valores de p y q son -3 y 9 .

▶ Entonces, $x^2 + 6x - 27 = (x - 3)(x + 9)$.

Factoriza el polinomio.

21. $p^2 + 2p - 35$ 22. $b^2 + 18b + 80$ 23. $z^2 - 4z - 21$ 24. $x^2 - 11x + 28$

7.6 Factorizar $ax^2 + bx + c$ (págs. 391–396)

Factoriza $5x^2 + 36x + 7$.

No hay un MFC, entonces tienes que considerar los posibles factores de a y c . Ya que b y c son positivos, los factores de c deben ser positivos. Usa una tabla para organizar información acerca de los factores de a y c .

Factores de 5	Factores de 7	Factorización posible	Término del medio
1, 5	1, 7	$(x + 1)(5x + 7)$	$7x + 5x = 12x$ ✗
1, 5	7, 1	$(x + 7)(5x + 1)$	$x + 35x = 36x$ ✓

▶ Entonces, $5x^2 + 36x + 7 = (x + 7)(5x + 1)$.

Factoriza el polinomio.

25. $3t^2 + 16t - 12$ 26. $-5y^2 - 22y - 8$ 27. $6x^2 + 17x + 7$
 28. $-2y^2 + 7y - 6$ 29. $3z^2 + 26z - 9$ 30. $10a^2 - 13a - 3$

7.7 Factorizar productos especiales (págs. 397–402)

Factoriza cada polinomio.

a. $x^2 - 16$

$$\begin{aligned}x^2 - 16 &= x^2 - 4^2 \\ &= (x + 4)(x - 4)\end{aligned}$$

Escribe como $a^2 - b^2$.

Patrón de diferencia de dos cuadrados

b. $25x^2 - 30x + 9$

$$\begin{aligned}25x^2 - 30x + 9 &= (5x)^2 - 2(5x)(3) + 3^2 \\ &= (5x - 3)^2\end{aligned}$$

Escribe como $a^2 - 2ab + b^2$.

Patrón de trinomio cuadrado perfecto

Factoriza el polinomio.

31. $x^2 - 9$

32. $y^2 - 100$

33. $z^2 - 6z + 9$

34. $m^2 + 16m + 64$

7.8 Factorizar un polinomio completamente (págs. 403–408)

Factoriza cada polinomio completamente.

a. $x^3 + 4x^2 - 3x - 12$

$$\begin{aligned}x^3 + 4x^2 - 3x - 12 &= (x^3 + 4x^2) + (-3x - 12) \\ &= x^2(x + 4) + (-3)(x + 4) \\ &= (x + 4)(x^2 - 3)\end{aligned}$$

Agrupar términos con factores comunes.

Descomponer en factores el MFC de cada par de términos.

Descomponer en factores $(x + 4)$.

b. $2x^4 - 8x^2$

$$\begin{aligned}2x^4 - 8x^2 &= 2x^2(x^2 - 4) \\ &= 2x^2(x^2 - 2^2) \\ &= 2x^2(x + 2)(x - 2)\end{aligned}$$

Descomponer en factores $2x^2$.

Escribe como $a^2 - b^2$.

Patrón de diferencia de dos cuadrados

c. $2x^3 + 18x^2 - 72x$

$$\begin{aligned}2x^3 + 18x^2 - 72x &= 2x(x^2 + 9x - 36) \\ &= 2x(x + 12)(x - 3)\end{aligned}$$

Descomponer en factores $2x$.

Factoriza $x^2 + 9x - 36$.

Factoriza cada polinomio completamente.

35. $n^3 - 9n$

36. $x^2 - 3x + 4ax - 12a$

37. $2x^4 + 2x^3 - 20x^2$

Resuelve la ecuación.

38. $3x^3 - 9x^2 - 54x = 0$

39. $16x^2 - 36 = 0$

40. $z^3 + 3z^2 - 25z - 75 = 0$

41. Una caja con forma de un prisma rectangular tiene un volumen de 96 pies cúbicos. La caja tiene una longitud de $(x + 8)$ pies, un ancho de x pies y una altura de $(x - 2)$ pies. Halla las dimensiones de la caja.

7

Prueba del capítulo

Halla la suma o resta. Luego identifica el grado de la suma o resta y clasifícalo según el número de términos.

1. $(-2p + 4) - (p^2 - 6p + 8)$

2. $(9c^6 - 5b^4) - (4c^6 - 5b^4)$

3. $(4s^4 + 2st + t) + (2s^4 - 2st - 4t)$

Halla el producto.

4. $(h - 5)(h - 8)$

5. $(2w - 3)(3w + 5)$

6. $(z + 11)(z - 11)$

7. Explica cómo puedes determinar si un polinomio es un trinomio cuadrado perfecto.

8. ¿Es 18 un polinomio? Explica tu razonamiento.

Factoriza el polinomio completamente.

9. $s^2 - 15s + 50$

10. $h^3 + 2h^2 - 9h - 18$

11. $-5k^2 - 22k + 15$

Resuelve la ecuación.

12. $(n - 1)(n + 6)(n + 5) = 0$

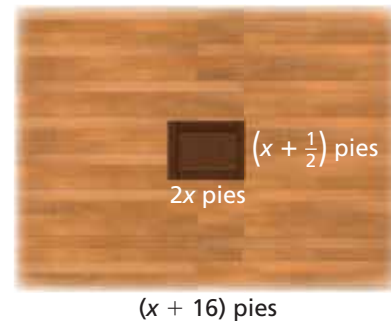
13. $d^2 + 14d + 49 = 0$

14. $6x^4 + 8x^2 = 26x^3$

15. La expresión $\pi(r - 3)^2$ representa el área cubierta por la manecilla de la hora en un reloj en una rotación, donde r es el radio del reloj entero. Escribe un polinomio en forma estándar que represente el área cubierta por la manecilla de la hora en una rotación.

16. El escenario de un mago tiene una puerta falsa.

- El área total (en pies cuadrados) del escenario puede representarse mediante $x^2 + 27x + 176$. Escribe una expresión para el ancho del escenario.
- Escribe una expresión para el perímetro del escenario.
- El área de la puerta falsa es de 10 pies cuadrados. Halla el valor de x .
- El mago desea que el área del escenario sea al menos 20 veces el área de la puerta falsa. ¿Este escenario satisface su requerimiento? Explica.

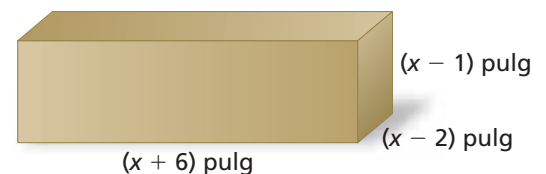


17. Escribe una ecuación polinomial en forma factorizada que tenga tres raíces positivas.

18. Estás saltando en un trampolín. Para un salto, tu altura y (en pies) por encima del trampolín después de t segundos puede representarse mediante $y = -16t^2 + 24t$. ¿Cuántos segundos estás en el aire?

19. Una caja de cartón en la forma de un prisma rectangular tiene las dimensiones mostradas.

- Escribe un polinomio que represente el volumen de la caja.
- El volumen de la caja es de 60 pulgadas cúbicas. ¿Cuáles son la longitud, ancho y altura de la caja?



7

Evaluación acumulativa

1. Clasifica cada polinomio según el número de términos. Luego ordena los polinomios por grado de menor a mayor.

a. $-4x^3$

b. $6y - 3y^5$

c. $c^2 + 2 + c$

d. $-10d^4 + 7d^2$

e. $-5z^{11} + 8z^{12}$

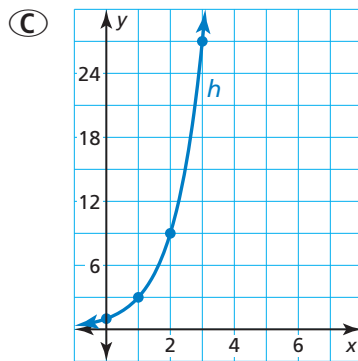
f. $3b^6 - 12b^8 + 4b^4$

2. ¿Qué función exponencial está aumentando más rápido sobre el intervalo $x = 0$ a $x = 2$?

(A) $f(x) = 4(2.5)^x$

(B)

x	0	1	2	3	4
g(x)	8	12	18	27	40.5



(D) Una función exponencial j representa una relación en donde la variable dependiente se multiplica por 6 por cada 1 unidad que aumenta la variable independiente. El valor de la función a 0 es 2.

3. Halla todas las soluciones de la ecuación $x^3 + 6x^2 - 4x = 24$.

- 6
 -4
 -2
 -1
 0
 1
 2
 4
 6
 24

4. La tabla muestra las distancias que recorres en un período de 6 horas. Crea una ecuación que represente la distancia recorrida como una función del número de horas.

Horas, x	Distancia (millas), y
1	62
2	123
3	184
4	245
5	306
6	367

5. Considera la ecuación $y = -\frac{1}{3}x + 2$.

- Haz una gráfica de la ecuación en un plano de coordenadas.
- ¿La ecuación representa una función lineal o no lineal?
- ¿El dominio es discreto o continuo?

6. ¿Qué expresiones son equivalentes a $-2x + 15x^2 - 8$?

$$15x^2 - 2x - 8$$

$$(5x + 4)(3x + 2)$$

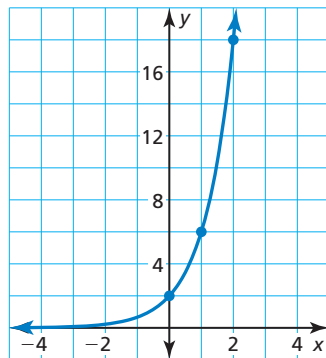
$$(5x - 4)(3x + 2)$$

$$15x^2 + 2x - 8$$

$$(3x - 2)(5x - 4)$$

$$(3x + 2)(5x - 4)$$

7. La gráfica muestra la función $f(x) = 2(3)^x$.



- ¿La función está aumentando o disminuyendo para los valores incrementados de x ?
- Identifica cualquier intersección con el eje x y y .

8. ¿Qué polinomio representa el producto de $2x - 4$ y de $x^2 + 6x - 2$?

Ⓐ $2x^3 + 8x^2 - 4x + 8$

Ⓑ $2x^3 + 8x^2 - 28x + 8$

Ⓒ $2x^3 + 8$

Ⓓ $2x^3 - 24x - 2$

9. Estás jugando golf en miniatura en el hoyo que se muestra.

- Escribe un polinomio que represente el área del hoyo de golf.
- Escribe un polinomio que represente el perímetro del hoyo de golf.
- Halla el perímetro del hoyo de golf cuando el área es de 216 cuadrados.

