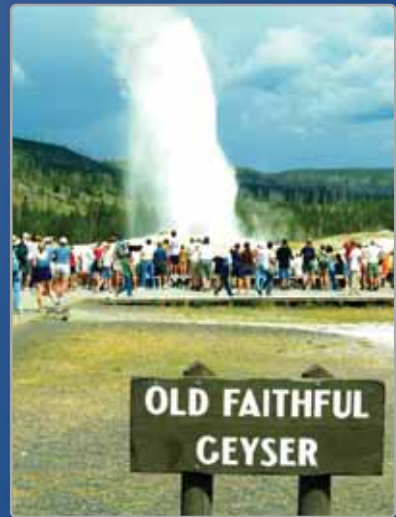


4 Escribir funciones lineales

- 4.1 Escribir ecuaciones en forma de pendiente e intersección
- 4.2 Escribir ecuaciones en forma de punto y pendiente
- 4.3 Escribir ecuaciones de líneas paralelas y perpendiculares
- 4.4 Diagramas de dispersión y líneas de ajuste
- 4.5 Analizar líneas de ajuste
- 4.6 Secuencias aritméticas
- 4.7 Funciones a trozos



Máquina de karaoke (pág. 220)



Géiser Old Faithful (pág. 204)



Rescate en helicóptero (pág. 190)



Energía renovable (pág. 178)

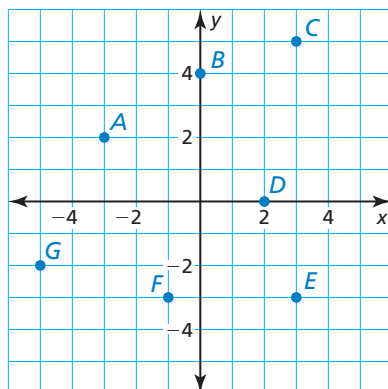


Espíritu escolar (pág. 184)

Mantener el dominio de las matemáticas

Usar un plano de coordenadas

Ejemplo 1 ¿Qué par ordenado corresponde al punto A?



El punto A está 3 unidades a la izquierda del origen y 2 unidades hacia arriba. Entonces, la coordenada x es -3 y la coordenada y es 2 .

► El par ordenado $(-3, 2)$ corresponde al punto A.

Usa la gráfica para responder a la pregunta.

1. ¿Qué par ordenado corresponde al punto G?
2. ¿Qué par ordenado corresponde al punto D?
3. ¿Qué punto está ubicado en el Cuadrante I?
4. ¿Qué punto está ubicado en el Cuadrante IV?

Reescribir ecuaciones

Ejemplo 2 Resuelve la ecuación $3x - 2y = 8$ para hallar y .

$$3x - 2y = 8$$

Escribe la ecuación.

$$3x - 2y - 3x = 8 - 3x$$

Resta $3x$ de cada lado.

$$-2y = 8 - 3x$$

Simplifica.

$$\frac{-2y}{-2} = \frac{8 - 3x}{-2}$$

Divide cada lado entre -2 .

$$y = -4 + \frac{3}{2}x$$

Simplifica.

Resuelve la ecuación para hallar y .

5. $x - y = 5$

6. $6x + 3y = -1$

7. $0 = 2y - 8x + 10$

8. $-x + 4y - 28 = 0$

9. $2y + 1 - x = 7x$

10. $y - 4 = 3x + 5y$

11. **RAZONAMIENTO ABSTRACTO** Ambas coordenadas del punto (x, y) se multiplican por un número negativo. ¿Cómo cambia esto la ubicación del punto? Asegúrate de considerar los puntos originalmente ubicados en los cuatro cuadrantes.

Prácticas matemáticas

Los estudiantes que dominan las matemáticas prueban formas más simples del problema original.

Estrategias para resolver problemas

Concepto Esencial

Resolver un problema más simple

Cuando resuelvas un problema de la vida real, si los números del problema parecen complicados, entonces intenta resolver una forma más simple del problema. Después de haber resuelto el problema más simple, busca una estrategia general. Luego aplica esa estrategia en el problema original.

EJEMPLO 1 Usar una estrategia para resolver problemas

En la sección gourmet de una tienda de abarrotes, media libra de asado en rodajas cuesta \$3.19. Compras 1.81 libras. ¿Cuánto pagas?

SOLUCIÓN

Paso 1 Resuelve un problema más simple.

Supón que el asado cuesta \$3 por media libra y compras 2 libras.

$$\begin{aligned}\text{Costo total} &= \frac{\$3}{1/2 \text{ lb}} \cdot 2 \text{ lb} && \text{Usa el análisis de unidades para escribir un modelo verbal.} \\ &= \frac{\$6}{1 \cancel{\text{ lb}}} \cdot 2 \cancel{\text{ lb}} && \text{Reescribe \$3 por cada } \frac{1}{2} \text{ libra como \$6 por libra.} \\ &= \$12 && \text{Simplifica.}\end{aligned}$$

► En el problema más simple, pagas \$12.

Paso 2 Aplica la estrategia al problema original.

$$\begin{aligned}\text{Costo total} &= \frac{\$3.19}{1/2 \text{ lb}} \cdot 1.81 \text{ lb} && \text{Usa el análisis de unidades para escribir un modelo verbal.} \\ &= \frac{\$6.38}{1 \cancel{\text{ lb}}} \cdot 1.81 \cancel{\text{ lb}} && \text{Reescribe \$3.19 por cada } \frac{1}{2} \text{ libra como \$6.38 por libra.} \\ &= \$11.55 && \text{Simplifica.}\end{aligned}$$

► En el problema original, pagas \$11.55.

Tu respuesta es razonable porque compraste aproximadamente 2 libras.

Monitoreo del progreso

1. Trabajas $37\frac{1}{2}$ horas y ganas \$352.50. ¿Cuál es tu sueldo por hora?
2. Conduces 1244.5 millas y usas 47.5 galones de gasolina. ¿Cuál es el millaje en gasolina de tu auto (en millas por galón)?
3. Conduces 236 millas en 4.6 horas. A la misma velocidad, ¿cuánto te demorarás en conducir 450 millas?

4.1

Escribir ecuaciones en forma de pendiente e intersección

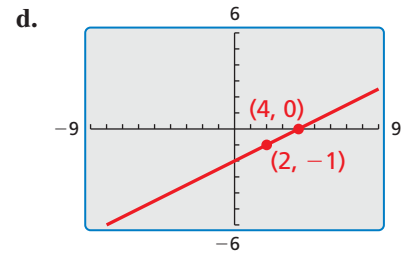
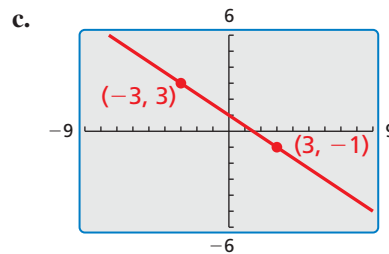
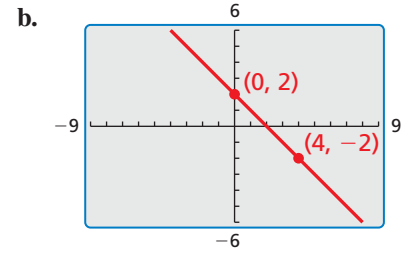
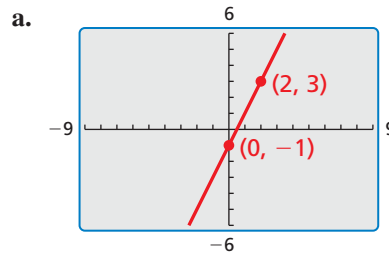
Pregunta esencial Dada la gráfica de una función lineal, ¿cómo puedes escribir una ecuación de la línea?

EXPLORACIÓN 1

Escribir ecuaciones en forma de pendiente e intersección

Trabaja con un compañero.

- Halla la pendiente y la intersección con el eje y de cada línea.
- Escribe una ecuación de cada línea en forma de pendiente e intersección.
- Usa una calculadora gráfica para verificar tu ecuación.



INTERPRETAR LOS RESULTADOS MATEMÁTICOS

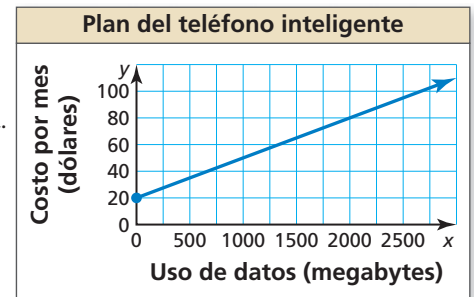
Para dominar las matemáticas, necesitas interpretar rutinariamente tus resultados dentro del contexto de la situación. El motivo por el cual uno estudia matemáticas es para representar y resolver problemas de la vida real.

EXPLORACIÓN 2

Representación matemática

Trabaja con un compañero. La gráfica muestra el costo de un plan del teléfono inteligente.

- ¿Cuál es la intersección con el eje y de la línea? Interpreta la intersección con el eje y dentro del contexto del problema.
- Aproxima la pendiente de la línea. Interpreta la pendiente dentro del contexto del problema.
- Escribe una ecuación que represente el costo como una función del uso de datos.



Comunicar tu respuesta

- Dada la gráfica de una función lineal, ¿cómo puedes escribir una ecuación de la línea?
- Da un ejemplo de una gráfica de una función lineal que sea diferente que las anteriores. Luego usa la gráfica para escribir una ecuación de la línea.

4.1 Lección

Vocabulario Esencial

modelo lineal, pág. 178

Anterior

forma de pendiente e intersección

función

tasa

Qué aprenderás

- ▶ Escribir ecuaciones en forma de pendiente e intersección.
- ▶ Usar ecuaciones lineales para resolver problemas de la vida real.

Escribir ecuaciones en forma de pendiente e intersección

EJEMPLO 1

Usar pendientes e intersecciones con el eje y para escribir ecuaciones

Escribe una ecuación de cada línea con la pendiente e intersección con el eje y dados.

- pendiente = -3 ; intersección con el eje y = $\frac{1}{2}$
- pendiente = 0 ; intersección con el eje y = -2

SOLUCIÓN

a. $y = mx + b$ Escribe la forma de pendiente e intersección.

$y = -3x + \frac{1}{2}$ Sustituye -3 por m y $\frac{1}{2}$ por b .

▶ Una ecuación es $y = -3x + \frac{1}{2}$.

b. $y = mx + b$ Escribe la forma de pendiente e intersección.

$y = 0x + (-2)$ Sustituye 0 por m y -2 por b .

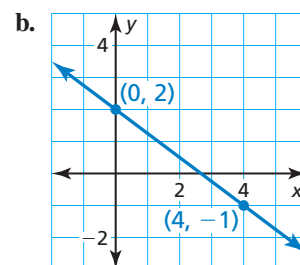
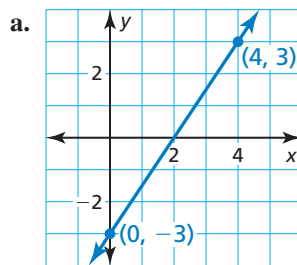
$y = -2$ Simplifica.

▶ Una ecuación es $y = -2$.

EJEMPLO 2

Usar gráficas para escribir ecuaciones

Escribe una ecuación de cada línea en forma de pendiente e intersección.



CONSEJO DE ESTUDIO

Puedes usar dos puntos cualquiera en una línea para hallar la pendiente.

SOLUCIÓN

a. Halla la pendiente y la intersección con el eje y.

Imagina que $(x_1, y_1) = (0, -3)$ y $(x_2, y_2) = (4, 3)$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - (-3)}{4 - 0} = \frac{6}{4}, \text{ o } \frac{3}{2}$$

Ya que la línea cruza el eje y en $(0, -3)$, la intersección con el eje y es -3 .

▶ Entonces, la ecuación es $y = \frac{3}{2}x - 3$.

b. Halla la pendiente y la intersección con el eje y.

Imagina que $(x_1, y_1) = (0, 2)$ y $(x_2, y_2) = (4, -1)$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 2}{4 - 0} = \frac{-3}{4}, \text{ o } -\frac{3}{4}$$

Ya que la línea cruza el eje y en $(0, 2)$, la intersección con el eje y es 2 .

▶ Entonces, la ecuación es $y = -\frac{3}{4}x + 2$.

CONSEJO DE ESTUDIO

Después de escribir una ecuación, verifica que los puntos dados sean soluciones de la ecuación.

EJEMPLO 3**Usar puntos para escribir ecuaciones**

Escribe una ecuación de cada línea que pasa a través de los puntos dados.

a. $(-3, 5), (0, -1)$

b. $(0, -5), (8, -5)$

SOLUCIÓN

a. Halla la pendiente y la intersección con el eje y.

$$m = \frac{-1 - 5}{0 - (-3)} = -2$$

Ya que la línea cruza el eje y en $(0, -1)$, la intersección con el eje y es -1 .

▶ Entonces, una ecuación es $y = -2x - 1$.

b. Halla la pendiente y la intersección con el eje y.

$$m = \frac{-5 - (-5)}{8 - 0} = 0$$

Ya que la línea cruza el eje y en $(0, -5)$, la intersección con el eje y es -5 .

▶ Entonces, una ecuación es $y = -5$.

RECUERDA

Si f es una función y x está en su dominio, entonces $f(x)$ representa la salida de f correspondiente a la entrada de x .

EJEMPLO 4**Escribir una función lineal**

Escribe una función lineal f con los valores $f(0) = 10$ y $f(6) = 34$.

SOLUCIÓN

Paso 1 Escribe $f(0) = 10$ como $(0, 10)$ y $f(6) = 34$ como $(6, 34)$.

Paso 2 Halla la pendiente de la línea que pasa a través de $(0, 10)$ y $(6, 34)$.

$$m = \frac{34 - 10}{6 - 0} = \frac{24}{6}, \text{ o } 4$$

Paso 3 Escribe una ecuación de la línea. Ya que la línea cruza el eje y en $(0, 10)$, la intersección con el eje y es 10 .

$$y = mx + b$$

Escribe la forma de pendiente e intersección.

$$y = 4x + 10$$

Sustituye 4 por m y 10 por b .

▶ Una función es $f(x) = 4x + 10$.

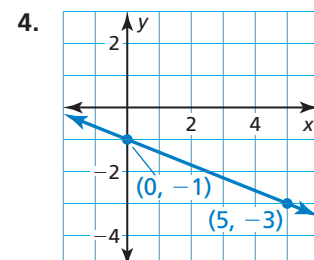
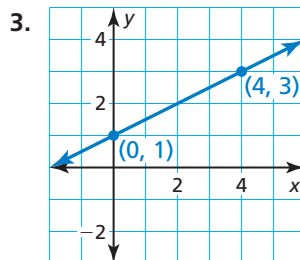
Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

Escribe una ecuación de la línea con la pendiente e intersección con el eje y dados.

- pendiente = 7; y-intersección con el eje y = 2
- pendiente = $\frac{1}{3}$; intersección con el eje y = -1

Escribe una ecuación de la línea en forma de pendiente e intersección.



- Escribe una ecuación de la línea que pasa a través de $(0, -2)$ y $(4, 10)$.
- Escribe una función lineal g con los valores $g(0) = 9$ y $g(8) = 7$.

Resolver problemas de la vida real

Un **modelo lineal** es una función lineal que representa una situación de la vida real. Cuando una cantidad y cambia a una tasa constante con respecto a una cantidad x , puedes usar la ecuación $y = mx + b$ para representar la relación. El valor de m es la tasa constante de cambio y el valor de b es el valor inicial o de arranque de y .

EJEMPLO 5 Representar con matemáticas



Excluyendo la hidrofuerza, las centrales eléctricas de los Estados Unidos usaban fuentes de energía renovables para generar 105 millones de horas de megawatts de electricidad en 2007. Para el año 2012, la cantidad de electricidad generada había aumentado a 219 millones de horas de megawatts. Escribe un modelo lineal que represente el número de horas de megawatts generadas por fuentes de energía renovables que no usan hidrofuerza como una función del número de años desde 2007. Usa el modelo para predecir el número de horas de megawatts que se generarán en 2017.

SOLUCIÓN

1. Comprende el problema Sabes las cantidades de electricidad generada en dos años distintos. Te piden escribir un modelo lineal que represente la cantidad de electricidad generada cada año desde 2007 y luego predecir una cantidad futura.

2. Haz un plan Desglosa el problema en partes y resuelve cada parte. Luego combina los resultados para ayudarte a resolver el problema original.

Parte 1 Define las variables. Halla el valor inicial y la tasa de cambio.

Parte 2 Escribe un modelo lineal y predice la cantidad en 2017.

3. Resuelve el problema

Parte 1 Imagina que x representa el tiempo (en años) desde 2007 e imagina que y representa el número de horas de megawatts (en millones). Ya que el tiempo x se define en años desde 2007, 2007 corresponde a $x = 0$ y 2012 corresponde a $x = 5$. Imagina que $(x_1, y_1) = (0, 105)$ y $(x_2, y_2) = (5, 219)$. El valor inicial es la intersección con el eje y , que es 105. La tasa de cambio es la pendiente m .

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{219 - 105}{5 - 0} = \frac{114}{5} = 22.8$$

Parte 2	Horas de megawatts (en millones)	=	Valor inicial	+	Tasa de cambio	•	Años desde 2007
	y	=	105	+	22.8	•	x

$$y = 105 + 22.8x \quad \text{Escribe la ecuación.}$$

2017 corresponde a $x = 10$. $\rightarrow y = 105 + 22.8(10) \quad \text{Sustituye 10 por } x.$

$$y = 333 \quad \text{Simplifica.}$$

► El modelo lineal es $y = 22.8x + 105$. El modelo predice que las fuentes de energía renovables que no usan hidrofuerza generarán 333 millones de horas de megawatts en 2017.

4. Verificalo Para verificar que tu modelo esté correcto, verifica que $(0, 105)$ y $(5, 219)$ son soluciones de la ecuación.

Monitoreo del progreso Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

7. Los datos correspondientes para la electricidad generada por hidrofuerza son 248 millones de horas de megawatts en 2007 y 277 millones de horas de megawatts en 2012. Escribe un modelo lineal que represente el número de horas de megawatts generadas por hidrofuerza como una función del número de años desde 2007.

4.1 Ejercicios

Verificación de vocabulario y concepto esencial

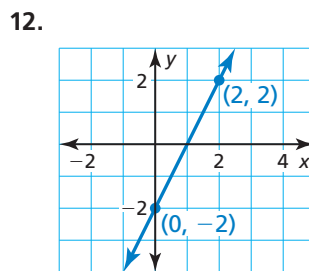
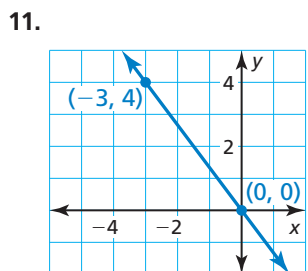
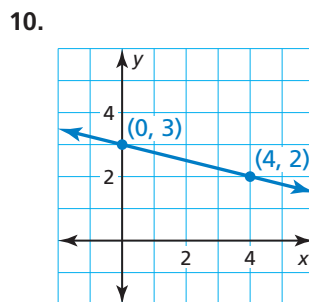
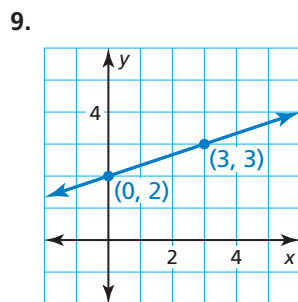
- COMPLETAR LA ORACIÓN** Una función lineal que representa una situación de la vida real se conoce como un (a)_____.
- ESCRIBIR** Explica cómo puedes usar la forma de pendiente e intersección para escribir una ecuación de una línea dada su pendiente y su intersección con el eje y.

Monitoreo del progreso y Representar con matemáticas

En los Ejercicios 3–8, escribe una ecuación de la línea con la pendiente e intersección con el eje y dados. (Consulta el Ejemplo 1).

- | | |
|--|---|
| 3. pendiente: 2
intersección con el eje y: 9 | 4. pendiente: 0
intersección con el eje y: 5 |
| 5. pendiente: -3
intersección con el eje y: 0 | 6. pendiente: -7
intersección con el eje y: 1 |
| 7. pendiente: $\frac{2}{3}$
intersección con el eje y: -8 | 8. pendiente: $-\frac{3}{4}$
intersección con el eje y: -6 |

En los Ejercicios 9–12, escribe una ecuación de la línea en forma de pendiente e intersección. (Consulta el Ejemplo 2).



En los Ejercicios 13–18, escribe una ecuación de la línea que pase a través de los puntos dados. (Consulta el Ejemplo 3).

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| 13. (3, 1), (0, 10) | 14. (2, 7), (0, -5) |
| 15. (2, -4), (0, -4) | 16. (-6, 0), (0, -24) |
| 17. (0, 5), (-1.5, 1) | 18. (0, 3), (-5, 2.5) |

En los Ejercicios 19–24, escribe una función lineal f con los valores dados. (Consulta el Ejemplo 4).

- | | |
|----------------------------|--------------------------|
| 19. $f(0) = 2, f(2) = 4$ | 20. $f(0) = 7, f(3) = 1$ |
| 21. $f(4) = -3, f(0) = -2$ | |
| 22. $f(5) = -1, f(0) = -5$ | |
| 23. $f(-2) = 6, f(0) = -4$ | |
| 24. $f(0) = 3, f(-6) = 3$ | |

En los Ejercicios 25 y 26, escribe una función lineal f con los valores dados.

25.

x	$f(x)$
1	-1
0	1
-1	3

26.

x	$f(x)$
-4	-2
-2	-1
0	0

27. **ANÁLISIS DE ERRORES** Describe y corrige el error cometido al escribir una ecuación de la línea con una pendiente de 2 y una intersección con el eje y de 7.

✗ $y = 7x + 2$

28. **ANÁLISIS DE ERRORES** Describe y corrige el error cometido al escribir una ecuación de la línea mostrada.

✗ $\text{pendiente} = \frac{1 - 4}{0 - 5} = \frac{-3}{-5} = \frac{3}{5}$

$y = \frac{3}{5}x + 4$

29. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** En 1960, el récord mundial para la carrera de la milla para hombres era de 3.91 minutos. En 1980, el tiempo récord era 3.81 minutos. (*Consulta el Ejemplo 5*).

- Escribe un modelo lineal que represente el récord mundial (en minutos) para la carrera de la milla para hombres como una función del número de años desde 1960.
- Usa el modelo para calcular el tiempo récord en 2000 y predecir el tiempo récord en 2020.

30. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** Un estudio de grabación cobra a los músicos una cuota inicial de \$50 para grabar un álbum. El tiempo en el estudio vale adicionalmente \$75 por hora.

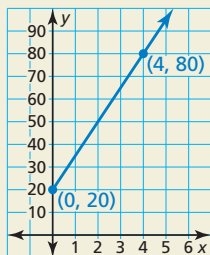
- Escribe un modelo lineal que represente el costo total de grabar un álbum como una función del tiempo en el estudio (en horas).
- ¿Es menos caro comprar 12 horas de tiempo de grabación en el estudio o un programa de software de música de \$750 que puedes usar para grabar en tu propia computadora? Explica.



31. **ESCRIBIR** Una línea pasa a través de los puntos $(0, -2)$ y $(0, 5)$. ¿Es posible escribir una ecuación de la línea en forma de pendiente e intersección? Justifica tu respuesta.

32. **ESTIMULAR EL PENSAMIENTO**

Describe una situación de la vida real que incluya una función lineal cuya gráfica pase a través de los puntos.

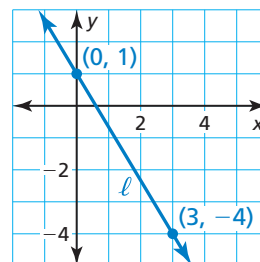


33. **RAZONAR** Recuerda que la forma estándar de una ecuación lineal es $Ax + By = C$. Reescribe esta ecuación en forma de pendiente e intersección. Usa tu respuesta para hallar la pendiente y la intersección con el eje y de la gráfica de la ecuación $-6x + 5y = 9$.

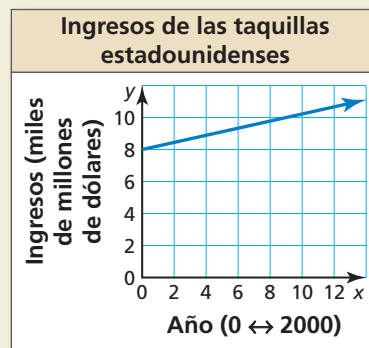
34. **ARGUMENTAR** Tu amigo afirma que dado $f(0)$ y cualquier otro valor de una función lineal f , puedes escribir una ecuación en forma de pendiente e intersección que represente la función. Su primo no está de acuerdo y asegura que los dos puntos podrían pertenecer a una línea vertical. ¿Quién tiene la razón? Explica.

35. **ANALIZAR UNA GRÁFICA**

La línea ℓ es una reflexión de la línea k en el eje x . Escribe una ecuación que represente la línea k .



36. **¿CÓMO LO VES?** La gráfica muestra los ingresos aproximados de las taquillas estadounidenses (en miles de millones de dólares) de 2000 a 2012, donde $x = 0$ representa el año 2000.



- Estima la pendiente y la intersección con el eje y de la gráfica.
- Interpreta tus respuestas de la parte (a) en el contexto del problema.
- ¿Cómo puedes usar tus respuestas de la parte (a) para predecir los ingresos de las taquillas estadounidenses en 2018?

37. **RAZANAMIENTO ABSTRACTO** Demuestra que la ecuación de la línea que pasa a través de los puntos $(0, b)$ y $(1, b + m)$ es $y = mx + b$. Explica cómo puedes estar seguro de que el punto $(-1, b - m)$ también pertenece a la línea.

Mantener el dominio de las matemáticas

Repasar lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Resuelve la ecuación. (*Sección 1.3*)

38. $3(x - 15) = x + 11$

39. $-4y - 10 = 4(y - 3)$

40. $2(3d + 3) = 7 + 6d$

41. $-5(4 - 3n) = 10(n - 2)$

Usa las intersecciones para hacer una gráfica de la ecuación lineal. (*Sección 3.4*)

42. $-4x + 2y = 16$

43. $3x + 5y = -15$

44. $x - 6y = 24$

45. $-7x - 2y = -21$

4.2 Escribir ecuaciones en forma de punto y pendiente

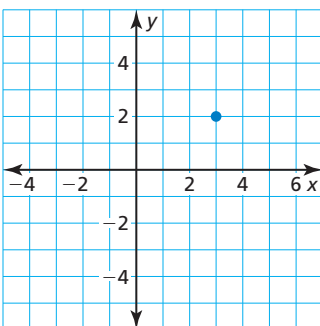
Pregunta esencial ¿Cómo puedes escribir una ecuación de una línea cuando te dan la pendiente y un punto de la línea?

EXPLORACIÓN 1 Escribir ecuaciones de líneas

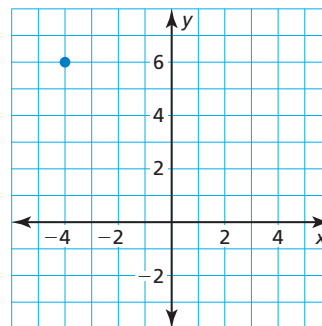
Trabaja con un compañero.

- Dibujar la línea que tiene la pendiente dada y que pasa a través del punto dado.
- Hallar la intersección con el eje y de la línea.
- Escribir una ecuación de la línea.

a. $m = \frac{1}{2}$



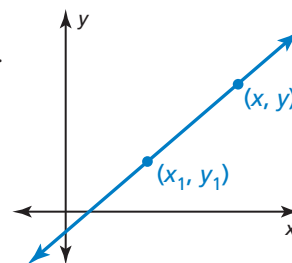
b. $m = -2$



EXPLORACIÓN 2 Escribir una fórmula

Trabaja con un compañero.

El punto (x_1, y_1) es un punto dado de una línea no vertical. El punto (x, y) es cualquier otro punto dado de la línea. Escribe una ecuación que represente la pendiente m de la línea. Luego reescribe esta ecuación multiplicando cada lado por la diferencia de las coordenadas x para obtener la **forma de punto y pendiente** de una ecuación lineal.



USAR UNA CALCULADORA GRÁFICA

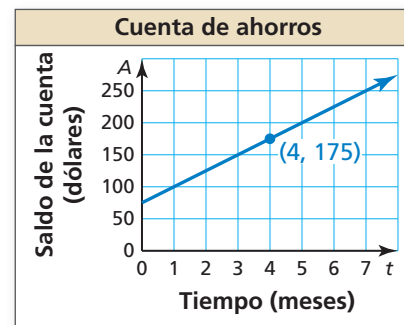
Para dominar las matemáticas, necesitas comprender la factibilidad, pertinencia y limitaciones de las herramientas tecnológicas a tu disposición. Por ejemplo, en situaciones de la vida real como la que se da en la Exploración 3, podría no ser factible usar una ventana de visualización en una calculadora gráfica.

EXPLORACIÓN 3 Escribir una ecuación

Trabaja con un compañero.

Por cuatro meses, has ahorrado \$25 al mes. Ahora tienes \$175 en tu cuenta de ahorros.

- Usa tu resultado de la Exploración 2 para escribir una ecuación que represente el saldo A después de t meses.
- Usa una calculadora gráfica para verificar tu ecuación.



Comunicar tu respuesta

- ¿Cómo puedes escribir una ecuación de una línea cuando te dan la pendiente y un punto de la línea?
- Da un ejemplo de cómo escribir una ecuación de una línea cuando te dan la pendiente y un punto de una línea. Tu ejemplo debe ser distinto a los anteriores.

4.2 Lección

Vocabulario Esencial

forma de punto y pendiente,
pág. 182

Anterior

forma de pendiente e intersección
función
modelo lineal
tasa

Qué aprenderás

- ▶ Escribir una ecuación de una línea cuando te dan la pendiente y un punto de la línea.
- ▶ Escribir una ecuación de una línea cuando te dan dos puntos de la línea.
- ▶ Usar ecuaciones lineales para resolver problemas de la vida real.

Escribir ecuaciones de líneas en forma de punto y pendiente

Dado un punto de una línea y la pendiente de la misma, puedes escribir una ecuación de la línea. Considera la línea que pasa a través de $(2, 3)$ y que tiene una pendiente de $\frac{1}{2}$. Imagina que (x, y) es otro punto de la línea donde $x \neq 2$. Puedes escribir una ecuación relacionando x con y usando la fórmula de la pendiente con $(x_1, y_1) = (2, 3)$ y $(x_2, y_2) = (x, y)$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Escribe la fórmula de pendiente.

$$\frac{1}{2} = \frac{y - 3}{x - 2}$$

Sustituye los valores.

$$\frac{1}{2}(x - 2) = y - 3$$

Multiplícala cada lado por $(x - 2)$.

La ecuación en forma de punto y pendiente es $y - 3 = \frac{1}{2}(x - 2)$.

Concepto Esencial

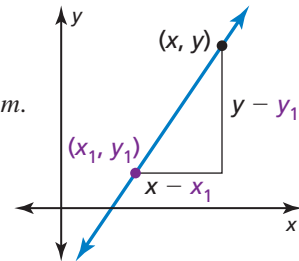
Forma de punto y pendiente

Palabras Una ecuación lineal escrita en la forma $y - y_1 = m(x - x_1)$ en **forma de punto y pendiente**. La línea pasa a través del punto (x_1, y_1) , y la pendiente de la línea es m .

Algebra $y - y_1 = m(x - x_1)$

pendiente

pasa a través (x_1, y_1)



EJEMPLO 1 Usar una pendiente y un punto para escribir una ecuación

Escribe una ecuación en forma de punto y pendiente de la línea que pasa a través del punto $(-8, 3)$ y tiene una pendiente de $\frac{1}{4}$.

SOLUCIÓN

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Escribe la forma de punto y pendiente.

$$y - 3 = \frac{1}{4}[x - (-8)]$$

Sustituye $\frac{1}{4}$ por m , -8 por x_1 , y 3 por y_1 .

$$y - 3 = \frac{1}{4}(x + 8)$$

Simplifica.

- ▶ La ecuación es $y - 3 = \frac{1}{4}(x + 8)$.

Monitoreo del progreso



Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

Escribe una ecuación en forma de punto y pendiente de la línea que pasa a través del punto dado y tiene la pendiente dada.

1. $(3, -1)$; $m = -2$

2. $(4, 0)$; $m = -\frac{2}{3}$

Verifica

$$y - 3 = \frac{1}{4}(x + 8)$$

$$3 - 3 \stackrel{?}{=} \frac{1}{4}(-8 + 8)$$

$$0 = 0 \quad \checkmark$$

Escribir ecuaciones de líneas dados dos puntos

Cuando te dan dos puntos de una línea, puedes escribir una ecuación de la línea usando los siguientes pasos.

Paso 1 Halla la pendiente de la línea.

Paso 2 Usa la pendiente y uno de los puntos para escribir una ecuación de la línea en forma de punto y pendiente.

OTRA MANERA

Puedes usar cualquiera de los puntos dados para escribir una ecuación de la línea.

Usa $m = -2$ y $(3, -2)$.

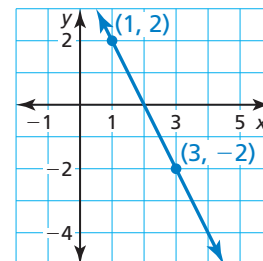
$$y - (-2) = -2(x - 3)$$

$$y + 2 = -2x + 6$$

$$y = -2x + 4$$

EJEMPLO 2 Usar dos puntos para escribir una ecuación

Escribe una ecuación en forma de punto y pendiente de la línea mostrada.



SOLUCIÓN

Paso 1 Halla la pendiente de la línea.

$$m = \frac{-2 - 2}{3 - 1} = \frac{-4}{2}, \text{ or } -2$$

Paso 2 Usa la pendiente $m = -2$ y el punto $(1, 2)$ para escribir una ecuación de la línea.

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Escribe la forma punto y pendiente.

$$y - 2 = -2(x - 1)$$

Sustituye -2 por m , 1 por x_1 , y 2 por y_1 .

$$y - 2 = -2x + 2$$

Propiedad distributiva

$$y = -2x + 4$$

Escribe en forma de pendiente e intersección.

► La ecuación es $y = -2x + 4$.

EJEMPLO 3 Escribir una función lineal

Escribe una ecuación lineal f con los valores $f(4) = -2$ y $f(8) = 4$.

SOLUCIÓN

Nota que puedes reescribir $f(4) = -2$ como $(4, -2)$ y $f(8) = 4$ como $(8, 4)$.

Paso 1 Halla la pendiente de la línea que pasa a través de $(4, -2)$ y $(8, 4)$.

$$m = \frac{4 - (-2)}{8 - 4} = \frac{6}{4}, \text{ or } 1.5$$

Paso 2 Usa la pendiente $m = 1.5$ y el punto $(8, 4)$ para escribir una ecuación de la línea.

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Escribe la forma punto y pendiente.

$$y - 4 = 1.5(x - 8)$$

Sustituye 1.5 por m , 8 por x_1 , y 4 por y_1 .

$$y - 4 = 1.5x - 12$$

Propiedad Distributiva

$$y = 1.5x - 8$$

Escribe en forma de pendiente e intersección.

► Una función es $f(x) = 1.5x - 8$.

Monitoreo del progreso



Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

Escribe una ecuación en forma de punto y pendiente de la línea que pasa a través de los puntos dados.

3. $(1, 4), (3, 10)$

4. $(-4, -1), (8, -4)$

5. Escribe una ecuación lineal g con los valores $g(2) = 3$ y $g(6) = 5$.

Resolver problemas de la vida real

EJEMPLO 4 Representar con matemáticas



El consejo estudiantil está considerando adquirir manos de espuma personalizadas para promover el espíritu escolar. La tabla muestra el costo de pedir números distintos de manos de espuma. ¿La situación puede representarse mediante una ecuación lineal? Explica. Si es posible, escribe un modelo lineal que represente el costo como una función del número de manos de espuma.

Número de manos de espuma	4	6	8	10	12
Costo (dólares)	34	46	58	70	82

SOLUCIÓN

1. Comprende el problema Conoces cinco pares de datos de la tabla. Te preguntan si los datos son lineales. Si es así, escribe un modelo lineal que represente el costo.

2. Haz un plan Halla la tasa de cambio para pares de datos consecutivos en la tabla. Si la tasa de cambio es constante, usa la forma de pendiente e intersección para escribir una ecuación. Reescribe la ecuación en forma de pendiente e intersección para que el costo sea una función del número de manos de espuma.

3. Resuelve el problema

Paso 1 Halla la tasa de cambio para pares de datos consecutivos en la tabla.

$$\frac{46 - 34}{6 - 4} = 6, \frac{58 - 46}{8 - 6} = 6, \frac{70 - 58}{10 - 8} = 6, \frac{82 - 70}{12 - 10} = 6$$

Ya que la tasa de cambio es constante, los datos son lineales. Entonces, usa la forma de punto y pendiente para escribir una ecuación que represente los datos.

Paso 2 Usa la tasa de cambio constante (pendiente) $m = 6$ y el par de datos $(4, 34)$ para escribir una ecuación. Imagina que C es el costo (en dólares) y n es el número de manos de espuma.

$$C - C_1 = m(n - n_1)$$

Escribe la forma punto y pendiente.

$$C - 34 = 6(n - 4)$$

Sustituye 6 por m , 4 por n_1 , y 34 por C_1 .

$$C - 34 = 6n - 24$$

Propiedad Distributiva

$$C = 6n + 10$$

Escribe en forma de pendiente e intersección.

▶ Ya que el costo aumenta a una tasa constante, la situación puede representarse mediante una ecuación lineal. El modelo lineal es $C = 6n + 10$.

4. Verificalo Para verificar que tu modelo está correcto, verifica que los otros pares de datos sean soluciones de la ecuación.

$$46 = 6(6) + 10 \quad \checkmark$$

$$58 = 6(8) + 10 \quad \checkmark$$

$$70 = 6(10) + 10 \quad \checkmark$$

$$82 = 6(12) + 10 \quad \checkmark$$

Número de meses	Costo total (dólares)
3	176
6	302
9	428
12	554

Monitoreo del progreso Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

6. Pagas un costo de instalación y un monto mensual por el servicio de Internet. La tabla muestra el costo total para números de meses distintos. ¿La situación puede representarse mediante una ecuación lineal? Explica. De ser posible, escribe un modelo lineal que represente el costo total como una función del número de meses.

4.2 Ejercicios

Verificación de vocabulario y concepto esencial

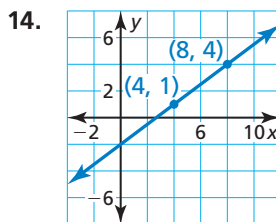
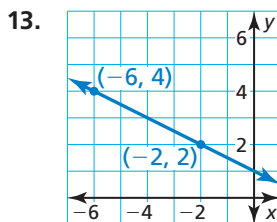
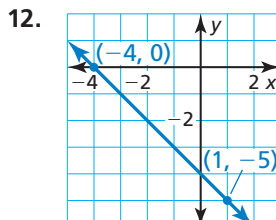
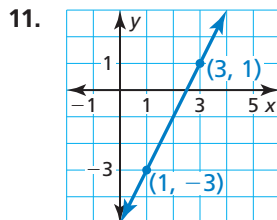
- USAR LA ESTRUCTURA** Sin simplificar, identifica la pendiente de la línea dada por la ecuación $y - 5 = -2(x + 5)$. Luego identifica un punto de la línea.
- ESCRIBIR** Explica cómo puedes usar la fórmula de la pendiente para escribir una ecuación de la línea que pasa a través de $(3, -2)$ y tiene una pendiente de 4.

Monitoreo del progreso y Representar con matemáticas

En los Ejercicios 3–10, escribe una ecuación en forma de punto y pendiente de la línea que pasa a través del punto dado y tiene la pendiente dada. (Consulta el Ejemplo 1).

- | | |
|-------------------------------|----------------------------------|
| 3. $(2, 1); m = 2$ | 4. $(3, 5); m = -1$ |
| 5. $(7, -4); m = -6$ | 6. $(-8, -2); m = 5$ |
| 7. $(9, 0); m = -3$ | 8. $(0, 2); m = 4$ |
| 9. $(-6, 6); m = \frac{3}{2}$ | 10. $(5, -12); m = -\frac{2}{5}$ |

En los Ejercicios 11–14, escribe una ecuación en forma de pendiente e intersección de la línea mostrada. (Consulta el Ejemplo 2).



En los Ejercicios 15–20, escribe una ecuación en forma de pendiente e intersección de la línea que pasa a través de los puntos dados.

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| 15. $(7, 2), (2, 12)$ | 16. $(6, -2), (12, 1)$ |
| 17. $(6, -1), (3, -7)$ | 18. $(-2, 5), (-4, -5)$ |
| 19. $(1, -9), (-3, -9)$ | 20. $(-5, 19), (5, 13)$ |

En los Ejercicios 21–26, escribe una función lineal f con los valores dados. (Consulta el Ejemplo 3).

- | | |
|----------------------------|------------------------------|
| 21. $f(2) = -2, f(1) = 1$ | 22. $f(5) = 7, f(-2) = 0$ |
| 23. $f(-4) = 2, f(6) = -3$ | 24. $f(-10) = 4, f(-2) = 4$ |
| 25. $f(-3) = 1, f(13) = 5$ | 26. $f(-9) = 10, f(-1) = -2$ |

En los Ejercicios 27–30, dí si los datos en la tabla pueden representarse mediante una ecuación lineal. Explica. De ser posible, escribe una ecuación lineal que represente como una función de x . (Consulta el Ejemplo 4).

27.

x	2	4	6	8	10
y	-1	5	15	29	47

28.

x	-3	-1	1	3	5
y	16	10	4	-2	-8

29.

x	y
0	1.2
1	1.4
2	1.6
4	2

30.

x	y
1	18
2	15
4	12
8	9

31. **ANÁLISIS DE ERRORES** Describe y corrige el error cometido al escribir una función lineal g como los valores $g(5) = 4$ y $g(3) = 10$.

X $m = \frac{10 - 4}{3 - 5} = \frac{6}{-2} = -3$ $y - y_1 = m(x - x_1)$
 $y - 4 = -3x - 5$
 $y = -3x - 1$

Una función es $g(x) = -3x - 1$.

32. **ANÁLISIS DE ERRORES** Describe y corrige el error cometido al escribir una ecuación de la línea que pasa a través de los puntos (1, 2) y (4, 3).



$$m = \frac{3 - 2}{4 - 1} = \frac{1}{3} \quad y - 2 = \frac{1}{3}(x - 4)$$

33. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** Estás diseñando un autoadhesivo para publicitar a tu banda. Una compañía cobra \$225 por los primeros 1000 autoadhesivos y \$80 por cada 1000 autoadhesivos adicionales.
- Escribe una ecuación que represente el costo total (en dólares) de los autoadhesivos como una función del número (en miles) de autoadhesivos pedidos.
 - Halla el costo total de 9000 autoadhesivos.

34. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** Pagas un monto por procesamiento y un monto diario para alquilar una casa de playa. La tabla muestra el costo total de alquilar la casa de playa por números de días distintos.

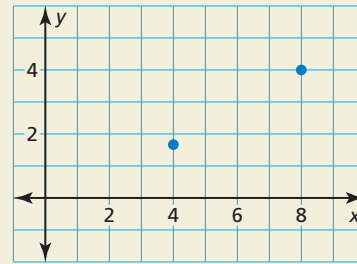
Días	2	4	6	8
Costo total (dólares)	246	450	654	858

- ¿La situación puede representarse mediante una ecuación lineal? Explica.
 - ¿Cuánto es el monto de procesamiento? ¿Y el monto diario?
 - Puedes gastar como máximo \$1200 en el alquiler de la casa de playa. ¿Cuál es el número máximo de días que puedes alquilar la casa de playa?
35. **ESCRIBIR** Describe dos maneras de hacer la gráfica de la ecuación $y - 1 = \frac{3}{2}(x - 4)$.

36. **ESTIMULAR EL PENSAMIENTO** La gráfica de una función lineal pasa a través del punto (12, -5) y tiene una pendiente de $\frac{2}{5}$. Representa esta función de otras dos maneras.

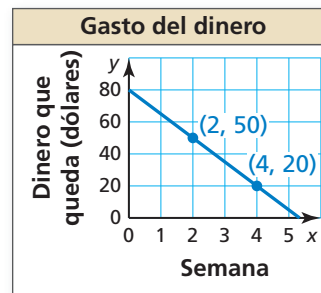
37. **RAZONAR** Estás escribiendo una ecuación de la línea que pasa a través de dos puntos que no están en el eje y. ¿Usarías la forma de pendiente e intersección o la forma de punto y pendiente para escribir la ecuación? Explica.

38. **¿CÓMO LO VES?** La gráfica muestra dos puntos que pertenecen a la gráfica de una función lineal.



- ¿La intersección con el eje y de la gráfica de la función lineal parece ser positiva o negativa? Explica.
 - Calcula las coordenadas de los dos puntos. ¿Cómo puedes usar tus cálculos para confirmar tu respuesta de la parte (a)?
39. **CONEXIONES CON LAS TRANSFORMACIONES** Compara la gráfica de $y = 2x$ con la gráfica de $y - 1 = 2(x + 3)$. Haz una conjetura sobre las gráficas de $y = mx$ y $y - k = m(x - h)$.

40. **COMPARAR FUNCIONES** Tres hermanos reciben dinero para unas vacaciones y lo gastan a una tasa semanal constante. La gráfica describe el gasto del hermano A, la tabla describe el gasto del hermano B y la ecuación $y = -22.5x + 90$ describe el gasto del hermano C. La variable y representa la cantidad de dinero que queda después de x semanas.



Semana, x	Dinero que queda, y
1	\$100
2	\$75
3	\$50
4	\$25

- ¿Cuál hermano recibió la mayor cantidad de dinero? ¿Y la menor cantidad?
- ¿Cuál hermano gasta el dinero más rápidamente? ¿Y más lentamente?
- ¿Cuál hermano se queda sin dinero primero? ¿Y último?

Mantener el dominio de las matemáticas

Reparar lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Escribe el recíproco del número. (*Manual de revisión de destrezas*)

41. 5

42. -8

43. $-\frac{2}{7}$

44. $\frac{3}{2}$

4.3 Escribir ecuaciones de líneas paralelas y perpendiculares

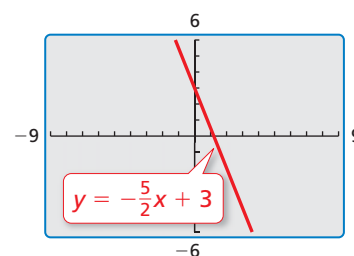
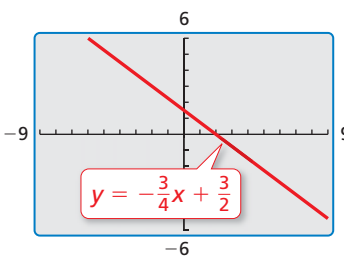
Pregunta esencial ¿Cómo puedes reconocer líneas que son paralelas o perpendiculares?

EXPLORACIÓN 1 Reconocer líneas paralelas

Trabaja con un compañero. Escribe cada ecuación lineal en forma de pendiente e intersección. Luego usa una calculadora gráfica para hacer una gráfica de las tres ecuaciones en la misma ventana de visualización cuadrada. (Se muestra la gráfica de la primera ecuación). ¿Qué dos líneas parecen paralelas? ¿Cómo puedes estar seguro?

a. $3x + 4y = 6$
 $3x + 4y = 12$
 $4x + 3y = 12$

b. $5x + 2y = 6$
 $2x + y = 3$
 $2.5x + y = 5$



USAR HERRAMIENTAS ESTRATÉGICAMENTE

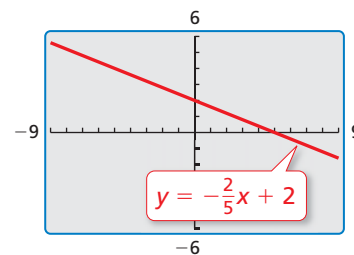
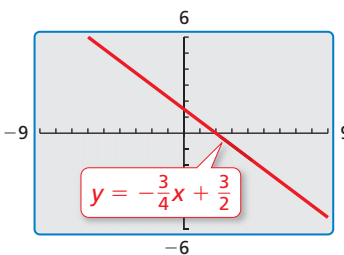
Para dominar las matemáticas, necesitas usar una calculadora gráfica u otras herramientas tecnológicas que sean apropiadas, para explorar relaciones y profundizar tu entendimiento de conceptos.

EXPLORACIÓN 2 Reconocer líneas perpendiculares

Trabaja con un compañero. Escribe cada ecuación lineal en forma de pendiente e intersección. Luego usa una calculadora gráfica para hacer una gráfica de las tres ecuaciones en la misma ventana de visualización cuadrada. (Se muestra la gráfica de la primera ecuación). ¿Qué dos líneas parecen perpendiculares? ¿Cómo puedes estar seguro?

a. $3x + 4y = 6$
 $3x - 4y = 12$
 $4x - 3y = 12$

b. $2x + 5y = 10$
 $-2x + y = 3$
 $2.5x - y = 5$



Comunicar tu respuesta

- ¿Cómo puedes reconocer las líneas que son paralelas o perpendiculares?
- Compara las pendientes de las líneas en la Exploración 1. ¿Cómo puedes usar una pendiente para determinar si dos líneas son paralelas? Explica tu razonamiento.
- Compara las pendientes de las líneas en la Exploración 2. ¿Cómo puedes usar una pendiente para determinar si dos líneas son perpendiculares? Explica tu razonamiento.

4.3 Lección

Vocabulario Esencial

líneas paralelas, pág. 188
líneas perpendiculares, pág. 189

Anterior
recíproco

LEER

La frase "A si y solo si B" es una manera de escribir dos enunciados condicionales a la vez. Significa que si A es verdadero, entonces B es verdadero. También significa que si B es verdadero, entonces A es verdadero.

Qué aprenderás

- ▶ Identificar y escribir ecuaciones de líneas paralelas.
- ▶ Identificar y escribir ecuaciones de líneas perpendiculares.
- ▶ Usar líneas paralelas y perpendiculares en problemas de la vida real.

Identificar y escribir ecuaciones de líneas paralelas

Concepto Esencial

Líneas paralelas y pendientes

Dos líneas en el mismo plano que nunca se intersecan son **líneas paralelas**. Dos líneas distintas no verticales son paralelas si y solo si tienen la misma pendiente.

Todas las líneas verticales son paralelas.

EJEMPLO 1 Identificar líneas paralelas

Determina cuáles de las líneas son paralelas.

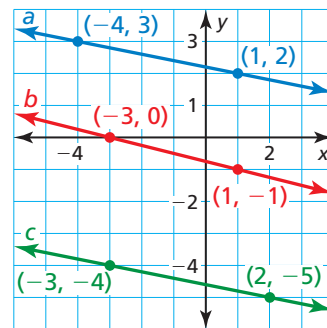
SOLUCIÓN

Halla la pendiente de cada línea.

$$\text{Línea } a: m = \frac{2 - 3}{1 - (-4)} = -\frac{1}{5}$$

$$\text{Línea } b: m = \frac{-1 - 0}{1 - (-3)} = -\frac{1}{4}$$

$$\text{Línea } c: m = \frac{-5 - (-4)}{2 - (-3)} = -\frac{1}{5}$$



- ▶ Las líneas a y c tienen la misma pendiente, entonces son paralelas.

EJEMPLO 2 Escribir una ecuación de una línea paralela

Escribe una ecuación de la línea que pasa a través de (5, -4) y que es paralela a la línea $y = 2x + 3$.

SOLUCIÓN

Paso 1 Halla la pendiente de la línea paralela. La gráfica de la ecuación dada tiene una pendiente de 2. Entonces, la línea paralela que pasa a través de (5, -4) también tiene una pendiente de 2.

Paso 2 Usa la forma de pendiente e intersección para hallar la intersección con el eje y de la línea paralela.

$$y = mx + b$$

Escribe la forma de pendiente e intersección.

$$-4 = 2(5) + b$$

Sustituye 2 por m, 5 por x, y -4 por y.

$$-14 = b$$

Resuelve para hallar b.

- ▶ Usando $m = 2$ y $b = -14$, una ecuación de la línea paralela es $y = 2x - 14$.

Monitoreo del progreso



Ayuda en inglés y español en [BigIdeasMath.com](https://www.BigIdeasMath.com)

1. La línea a pasa a través de (-5, 3) y (-6, -1). La línea b pasa a través de (3, -2) y (2, -7). ¿Las líneas son paralelas? Explica.
2. Escribe una ecuación de la línea que pasa a través de (-4, 2) y que es paralela a la línea $y = \frac{1}{4}x + 1$.

Identificar y escribir ecuaciones de líneas perpendiculares

RECUERDA

El producto de un número distinto de cero m y su recíproco negativo es -1 :

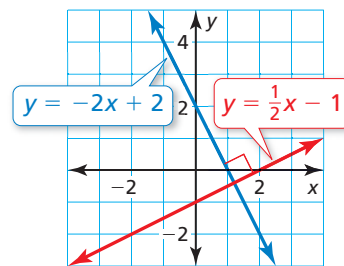
$$m\left(-\frac{1}{m}\right) = -1.$$

Concepto Esencial

Líneas perpendiculares y pendientes

Dos líneas en el mismo plano que se intersecan para formar ángulos rectos son **líneas perpendiculares**. Las líneas no verticales son perpendiculares si y solo si sus pendientes son recíprocos negativos.

Las líneas verticales son perpendiculares a las líneas horizontales.



EJEMPLO 3 Identificar líneas paralelas y perpendiculares

Determina cuáles de las líneas, si las hay, son paralelas o perpendiculares.

Línea a : $y = 4x + 2$ Línea b : $x + 4y = 3$ Línea c : $-8y - 2x = 16$

SOLUCIÓN

Escribe las ecuaciones en forma de pendiente e intersección. Luego compara las pendientes.

Línea a : $y = 4x + 2$ Línea b : $y = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$ Línea c : $y = -\frac{1}{4}x - 2$

- Las líneas b y c tienen pendientes de $-\frac{1}{4}$, entonces son paralelas. La línea a tiene una pendiente de 4 , el recíproco negativo de $-\frac{1}{4}$, entonces es perpendicular a las líneas b y c .

EJEMPLO 4 Escribir una ecuación de una línea perpendicular

Escribe una ecuación de la línea que pasa a través de $(-3, 1)$ y es perpendicular a la línea $y = \frac{1}{2}x + 3$.

SOLUCIÓN

Paso 1 Halla la pendiente de la línea perpendicular. La gráfica de la ecuación dada tiene una pendiente de $\frac{1}{2}$. Ya que las pendientes de las líneas perpendiculares son recíprocos negativos, la pendiente de la línea perpendicular que pasa a través de $(-3, 1)$ es -2 .

Paso 2 Usa la pendiente $m = -2$ y la forma de punto y pendiente para escribir una ecuación de la línea perpendicular que pasa a través de $(-3, 1)$.

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Escribe la forma punto y pendiente.

$$y - 1 = -2[x - (-3)]$$

Sustituye -2 por m , -3 por x_1 y 1 por y_1 .

$$y - 1 = -2x - 6$$

Simplifica.

$$y = -2x - 5$$

Escribe en forma de pendiente e intersección.

- Una ecuación de la línea perpendicular es $y = -2x - 5$.

OTRA MANERA

También puedes usar la pendiente $m = -2$ y la forma de pendiente e intersección para escribir una ecuación de la línea que pasa a través de $(-3, 1)$.

$$y = mx + b$$

$$1 = -2(-3) + b$$

$$-5 = b$$

Entonces, $y = -2x - 5$.

Monitoreo del progreso Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

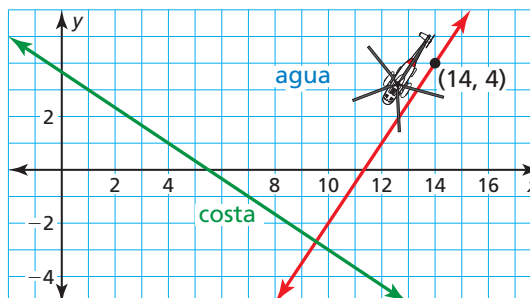
- Determina cuáles de las líneas, si las hay, son paralelas o perpendiculares. Explica.
Línea a : $2x + 6y = -3$ Línea b : $y = 3x - 8$ Línea c : $-6y + 18x = 9$
- Escribe una ecuación de la línea que pasa a través de $(-3, 5)$ y es perpendicular a la línea $y = -3x - 1$.

Escribir ecuaciones para resolver problemas de la vida real

EJEMPLO 5 Escribir una ecuación de una línea perpendicular



En la gráfica se muestra la posición de una tripulación de búsqueda y rescate en helicóptero. El recorrido aéreo más corto es uno que es perpendicular al de la línea costera. Escribe una ecuación que represente este recorrido.



SOLUCIÓN

- 1. Comprende el problema** Puedes ver la línea que representa la línea costera. Conoces las coordenadas del helicóptero. Te piden escribir una ecuación que represente el recorrido más corto a la línea costera.
- 2. Haz un plan** Halla la pendiente de la línea que representa la línea costera. Usa el recíproco negativo de esta pendiente, las coordenadas del helicóptero y la forma de punto y pendiente para escribir una ecuación.
- 3. Resuelve el problema**

Paso 1 Halla la pendiente de la línea que representa la línea costera. La línea pasa a través de los puntos (1, 3) y (4, 1). Entonces, la pendiente es

$$m = \frac{1 - 3}{4 - 1} = -\frac{2}{3}$$

Ya que la línea costera y el recorrido aéreo más corto son perpendiculares, las pendientes de sus respectivas gráficas son recíprocos negativos. Entonces, la pendiente de la gráfica del recorrido aéreo más corto es $\frac{3}{2}$.

Paso 2 Usa la pendiente $m = \frac{3}{2}$ y la forma de punto y pendiente para escribir una ecuación del recorrido aéreo más corto que pasa a través de (14, 4).

$$\begin{aligned} y - y_1 &= m(x - x_1) && \text{Escribe la forma punto y pendiente.} \\ y - 4 &= \frac{3}{2}(x - 14) && \text{Sustituye } \frac{3}{2} \text{ por } m, 14 \text{ por } x_1, \text{ y } 4 \text{ por } y_1. \\ y - 4 &= \frac{3}{2}x - 21 && \text{Propiedad Distributiva} \\ y &= \frac{3}{2}x - 17 && \text{Escribe en forma de pendiente e intersección.} \end{aligned}$$

► Una ecuación que representa el recorrido aéreo más corto es $y = \frac{3}{2}x - 17$.

- 4. Verificalo** Para verificar que tu respuesta sea correcta, verifica que (14, 4) sea una solución de la ecuación.

$$4 = \frac{3}{2}(14) - 17 \quad \checkmark$$

Monitoreo del progreso Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

- En el ejemplo 5, un bote está viajando de forma paralela a la línea costera y pasa a través de (9, 3). Escribe una ecuación que represente el recorrido del bote.

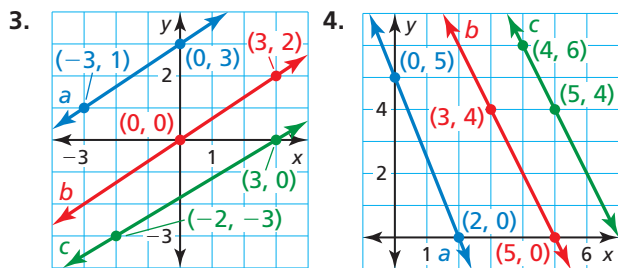
4.3 Ejercicios

Verificación de vocabulario y concepto esencial

- COMPLETA LA ORACIÓN** Dos líneas distintas no verticales que tienen la misma pendiente son _____.
- VOCABULARIO** Dos líneas son perpendiculares. La pendiente de una línea es $-\frac{5}{7}$. ¿Cuál es la pendiente de la otra línea? Justifica tu respuesta.

Monitoreo del progreso y Representar con matemáticas

En los Ejercicios 3–8, determina cuáles de las líneas, si las hay, son paralelas. Explica. (Consulta el Ejemplo 1).

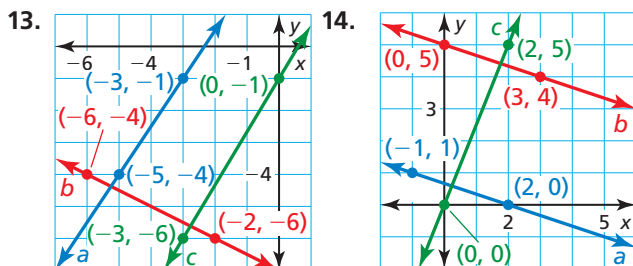


- La línea a pasa a través de $(-1, -2)$ y $(1, 0)$.
La línea b pasa a través de $(4, 2)$ y $(2, -2)$.
La línea c pasa a través de $(0, 2)$ y $(-1, 1)$.
- La línea a pasa a través de $(-1, 3)$ y $(1, 9)$.
La línea b pasa a través de $(-2, 12)$ y $(-1, 14)$.
La línea c pasa a través de $(3, 8)$ y $(6, 10)$.
- Línea a : $4y + x = 8$ 8. Línea a : $3y - x = 6$
Línea b : $2y + x = 4$ Línea b : $3y = x + 18$
Línea c : $2y = -3x + 6$ Línea c : $3y - 2x = 9$

En los Ejercicios 9–12, escribe una ecuación de la línea que pasa a través del punto dado y que es paralela a la línea dada. (Consulta el Ejemplo 2).

- $(-1, 3)$; $y = 2x + 2$ 10. $(1, 2)$; $y = -5x + 4$
- $(18, 2)$; $3y - x = -12$ 12. $(2, -5)$; $2y = 3x + 10$

En los Ejercicios 13–18, determina cuáles de las líneas, si las hay, son paralelas o perpendiculares. Explica. (Consulta el Ejemplo 3).

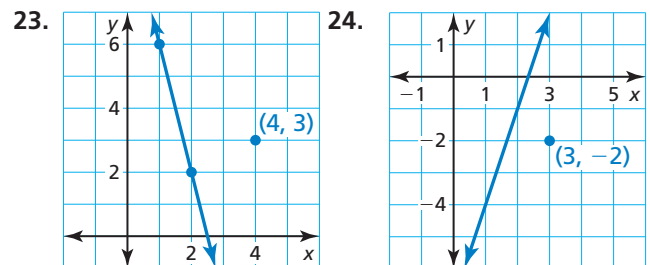


- La línea a pasa a través de $(-2, 1)$ y $(0, 3)$.
La línea b pasa a través de $(4, 1)$ y $(6, 4)$.
La línea c pasa a través de $(1, 3)$ y $(4, 1)$.
- La línea a pasa a través de $(2, 10)$ y $(4, 13)$.
La línea b pasa a través de $(4, 9)$ y $(6, 12)$.
La línea c pasa a través de $(2, 10)$ y $(4, 9)$.
- Línea a : $4x - 3y = 2$ 18. Línea a : $y = 6x - 2$
Línea b : $y = \frac{4}{3}x + 2$ Línea b : $6y = -x$
Línea c : $4y + 3x = 4$ Línea c : $y + 6x = 1$

En los Ejercicios 19–22, escribe una ecuación de la línea que pasa a través del punto dado y que es perpendicular a la línea dada. (Consulta el Ejemplo 4).

- $(7, 10)$; $y = \frac{1}{2}x - 9$ 20. $(-4, -1)$; $y = \frac{4}{3}x + 6$
- $(-3, 3)$; $2y = 8x - 6$ 22. $(8, 1)$; $2y + 4x = 12$

En los Ejercicios 23 y 24, escribe una ecuación de la línea que pasa a través del punto dado y que es (a) paralela y (b) perpendicular a la línea dada.



- ANÁLISIS DE ERRORES** Describe y corrige el error cometido al escribir una ecuación de la línea que pasa a través de $(1, 3)$ y que es paralela a la línea $y = \frac{1}{4}x + 2$.

X

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 3 = -4(x - 1)$$

$$y - 3 = -4x + 4$$

$$y = -4x + 7$$

26. **ANÁLISIS DE ERRORES** Describe y corrige el error cometido al escribir una ecuación de la línea que pasa a través de $(4, -5)$ y que es perpendicular a la línea $y = \frac{1}{3}x + 5$.

X

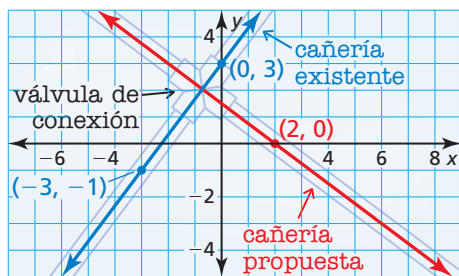
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - (-5) = 3(x - 4)$$

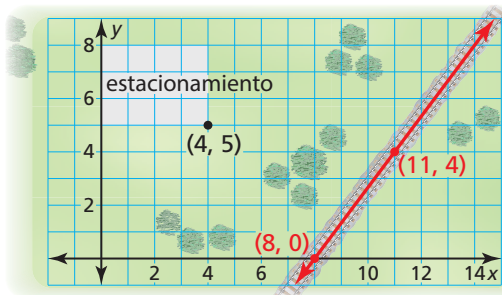
$$y + 5 = 3x - 12$$

$$y = 3x - 17$$

27. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** El departamento de agua de una ciudad está proponiendo la construcción de una nueva cañería de agua, como se muestra. La nueva cañería será perpendicular a la antigua cañería. Escribe una ecuación que represente la nueva cañería. (*Consulta el Ejemplo 5*).

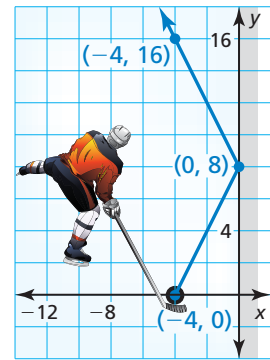


28. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** El departamento de parques y recreación está construyendo una nueva ciclovia. La ciclovia será paralela a la vía férrea mostrada y pasa a través del estacionamiento en el punto $(4, 5)$. Escribe una ecuación que represente el recorrido.

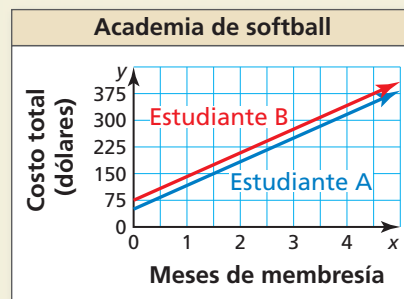


29. **CONEXIONES MATEMÁTICAS** Los vértices de un cuadrilátero son $A(2, 2)$, $B(6, 4)$, $C(8, 10)$ y $D(4, 8)$.
- ¿El cuadrilátero $ABCD$ es un paralelogramo? Explica.
 - ¿El cuadrilátero $ABCD$ es un rectángulo? Explica.
30. **USAR LA ESTRUCTURA** ¿Para qué valor de a son las gráficas de $6y = -2x + 4$ y $2y = ax - 5$ paralelas? ¿Y perpendiculares?

31. **ARGUMENTAR** Un disco de hockey sale de la cuchilla de un palo de hockey, rebota en una pared y viaja en una nueva dirección, como se muestra. Tu amigo afirma que el recorrido del disco forma un ángulo recto. ¿Tiene razón tu amigo? Explica.



32. **¿CÓMO LO VES?** Una academia de softball cobra a los estudiantes un monto de inscripción inicial más una cantidad mensual. La gráfica muestra las cantidades totales pagadas por dos alumnos a lo largo de un período de 4 meses. Las líneas son paralelas.



- ¿Alguno de los estudiantes pagó un mayor monto de inscripción? Explica.
- ¿Alguno de los estudiantes pagó un mayor monto mensual? Explica.

RAZONAR Los Ejercicios 33–35, determinasi el enunciado es verdadero *siempre*, *a veces* o *nunca*. Explica.

- Dos líneas con pendientes positivas son perpendiculares.
- Una línea vertical es paralela al eje y .
- Dos líneas con la misma intersección con el eje y son perpendiculares.

36. **ESTIMULAR EL PENSAMIENTO** Estás diseñando un nuevo logo para tu club de matemáticas. Tu profesor te pide incluir al menos un par de líneas paralelas y al menos un par de líneas perpendiculares. Dibuja tu logo en un plano de coordenadas. Escribe las ecuaciones de las líneas paralelas y perpendiculares.

Mantener el dominio de las matemáticas

Repasar lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Determina si la relación es una función. Explica. (*Sección 3.1*)

37. $(3, 6), (4, 8), (5, 10), (6, 9), (7, 14)$

38. $(-1, 6), (1, 4), (-1, 2), (1, 6), (-1, 5)$

4.1–4.3 ¿Qué aprendiste?

Vocabulario Esencial

modelo lineal, *pág. 178* líneas paralelas, *pág. 188*
forma de punto y pendiente, *pág. 182* líneas perpendiculares, *pág. 189*

Conceptos Esenciales

Sección 4.1

Usar la forma de pendiente e intersección, *pág. 176*

Sección 4.2

Usar la forma de punto y pendiente, *pág. 182*

Sección 4.3

Líneas paralelas y pendientes, *pág. 188*
Líneas perpendiculares y pendientes, *pág. 189*

Prácticas matemáticas

1. ¿Cómo puedes explicarte a ti mismo el significado de la gráfica del Ejercicio 36 de la página 180?
2. ¿Cómo usaste la estructura de las ecuaciones del Ejercicio 39 de la página 186 para hacer una conjetura?
3. ¿Cómo usaste el diagrama del Ejercicio 31 de la página 192 para determinar si tu amigo tenía razón?

Destrezas de estudio

Participar activamente en clase

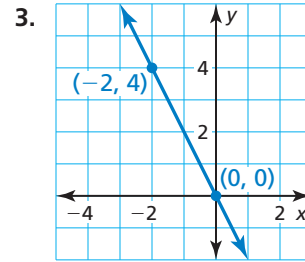
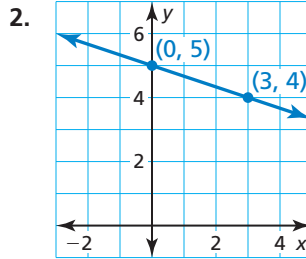
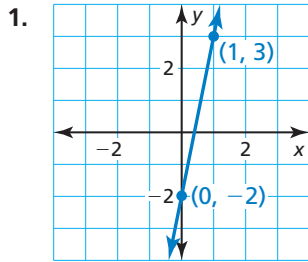
Si no comprendes algo y ni siquiera sabes cómo parafrasear una pregunta, sólo pide una aclaración. Podrías decir algo, como: "¿Podría explicarme los pasos de este problema una vez más?".

Si tu profesor le pide a alguien que se acerque a la pizarra, ofrécete como voluntario. El alumno de la pizarra generalmente recibe más atención e instrucción para completar el problema.



4.1–4.3 Prueba

Escribe una ecuación de la línea en forma de pendiente e intersección. (Sección 4.1)



Escribe una ecuación en forma de punto y pendiente de la línea que pasa a través de los puntos dados. (Sección 4.2)

4. $(-2, 5), (1, -1)$

5. $(-3, -2), (2, -1)$

6. $(1, 0), (4, 4)$

Escribe una función lineal f con los valores dados. (Sección 4.3 y Sección 4.2)

7. $f(0) = 2, f(5) = -3$

8. $f(-1) = -6, f(4) = -6$

9. $f(-3) = -2, f(-2) = 3$

Determina cuál de las líneas, si las hay, son paralelas o perpendiculares. Explica. (Sección 4.3)

10. La línea a pasa a través de $(-2, 2)$ y $(2, 1)$.

11. Línea $a: 2x + 6y = -12$

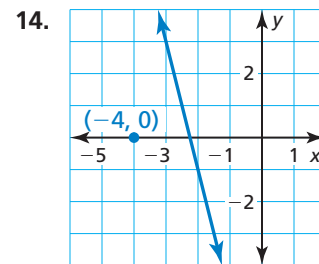
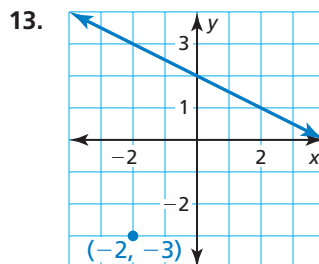
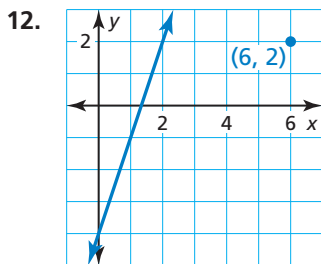
La línea b pasa a través de $(1, -8)$ y $(3, 0)$.

Línea $b: y = \frac{3}{2}x - 5$

La línea c pasa a través de $(-4, -3)$ y $(0, -2)$.

Línea $c: 3x - 2y = -4$

Escribe una ecuación de la línea que pasa a través del punto dado y que es (a) paralela y (b) perpendicular a la línea dada. (Sección 4.3)



15. Una compañía de administración de sitios web cobra un monto inicial de \$48 para instalar un sitio web. La compañía cobra \$44 al mes por mantener el sitio web. (Sección 4.1)

a. Escribe un modelo lineal que represente el costo total de instalar y mantener un sitio web como una función del número de meses que se mantiene.

b. Halla el costo total de instalar un sitio web y mantenerlo por 6 meses.

c. Un compañía de administración de sitios web distinta cobra \$62 al mes para mantener un sitio web, pero no hay un cobro por instalación inicial. Tienes \$620. ¿Con cuál compañía podrías instalar y mantener un sitio web por la mayor cantidad de tiempo? Explica.

16. La tabla muestra la cantidad de agua restante en un tanque de agua a medida que se drena. ¿La situación puede representarse mediante una ecuación lineal? Explica. De ser posible, escribe un modelo lineal que represente la cantidad de agua restante en el tanque como una función del tiempo. (Sección 4.2)

Tiempo (minutos)	8	10	12	14	16
Agua (galones)	155	150	145	140	135

4.4 Diagramas de dispersión y líneas de ajuste

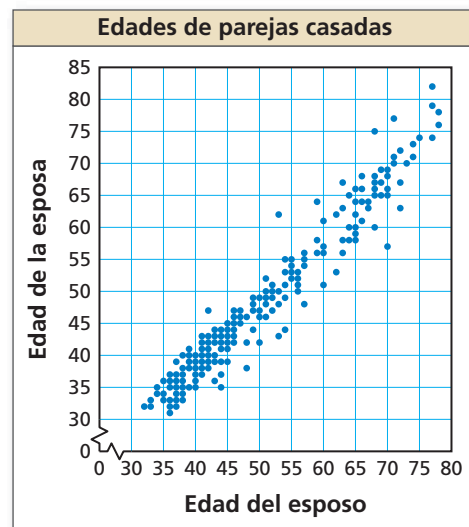
Pregunta esencial ¿Cómo puedes usar un diagrama de dispersión y una línea de ajuste para sacar conclusiones de los datos?

Un **diagrama de dispersión** es una gráfica que muestra la relación entre dos conjuntos de datos. Se hace una gráfica de los dos conjuntos de datos como pares ordenados en un plano de coordenadas.

EXPLORACIÓN 1 Hallar una línea de ajuste

Trabaja con un compañero. Se hizo una encuesta a 179 parejas casadas. A cada persona se le preguntó su edad. El diagrama de dispersión muestra los resultados.

- Dibuja una línea que aproxime los datos. Escribe una ecuación de la línea. Explica el método que usaste.
- ¿Qué conclusiones puedes hacer a partir de la ecuación que escribiste? Explica tu razonamiento.



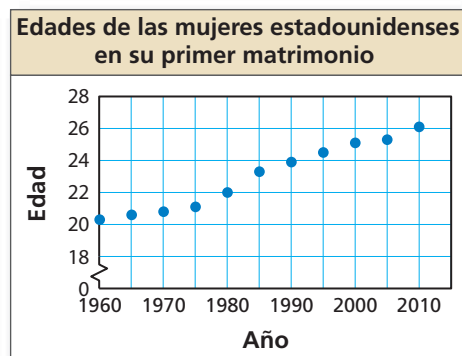
RAZONAR CUANTITATIVAMENTE

Para dominar las matemáticas, necesitas tener idea de las cantidades y sus relaciones en situaciones donde hay problemas.

EXPLORACIÓN 2 Hallar una línea de ajuste

Trabaja con un compañero. El diagrama de dispersión muestra las edades promedio de las mujeres estadounidenses en su primer matrimonio para los años seleccionados que van de 1960 a 2010.

- Dibuja una línea que aproxime los datos. Escribe una ecuación de la línea. Imagina que x representa el número de años desde 1960. Explica el método que usaste.
- ¿Qué conclusiones puedes sacar a partir de la ecuación que escribiste?
- Usa tu ecuación para predecir la edad promedio de la mujer estadounidense en su primer matrimonio en el año 2020.



Comunicar tu respuesta

- ¿Cómo puedes usar un diagrama de dispersión y una línea de ajuste para sacar conclusiones acerca de los datos?
- Usa el Internet u otro tipo de referencia para hallar un diagrama de dispersión con datos de la vida real que sea diferente a los dados anteriormente. Luego dibuja una línea que aproxime los datos y escribe una ecuación de la línea. Explica el método que usaste.

4.4 Lección

Vocabulario Esencial

diagrama de dispersión, pág. 196

correlación, pág. 197

línea de ajuste, pág. 198

Qué aprenderás

- ▶ Interpretar diagramas de dispersión.
- ▶ Identificar correlaciones entre los conjuntos de datos.
- ▶ Usar líneas de ajuste para representar los datos.

Interpretar diagramas de dispersión

Concepto Esencial

Diagrama de dispersión

Un **diagrama de dispersión** es una gráfica que muestra la relación entre dos conjuntos de datos. Se hace una gráfica de los dos conjuntos de datos como pares ordenados en un plano de coordenadas. Los diagramas de dispersión pueden mostrar tendencias en los datos.

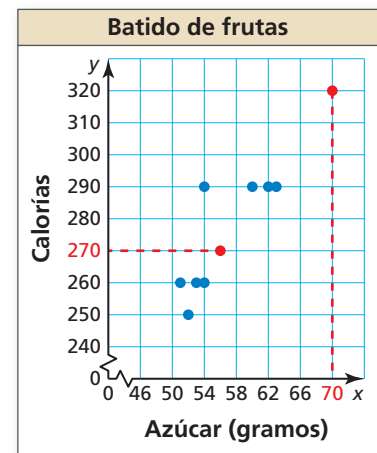
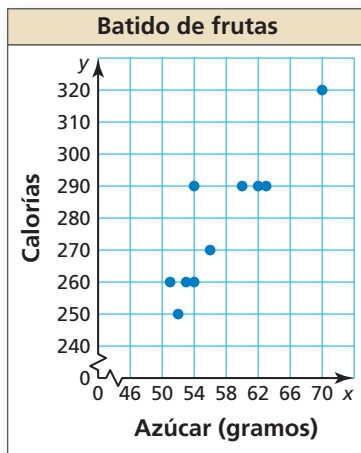
EJEMPLO 1 Interpretar un diagrama de dispersión

El diagrama de dispersión muestra las cantidades x (en gramos) de azúcar y los números y de calorías en 10 batidos de frutas.

- ¿Cuántas calorías hay en el batido de frutas que contiene 56 gramos de azúcar?
- ¿Cuántos gramos de azúcar hay en el batido de frutas que contiene 320 calorías?
- ¿Qué suele suceder con el número de calorías a medida que los gramos de azúcar aumentan?

SOLUCIÓN

- Dibuja una línea horizontal desde el punto que tiene un valor x de 56. Cruza el eje y en 270.
 - ▶ Entonces, el batido de frutas tiene 270 calorías.
- Dibuja una línea vertical desde el punto que tiene un valor y de 320. Cruza el eje x en 70.
 - ▶ Entonces, el batido de frutas tiene 70 gramos de azúcar.
- Observando la gráfica, los puntos marcados van de izquierda a derecha.
 - ▶ Entonces, a medida que el número de gramos de azúcar aumenta, el número de calorías también aumenta.



Monitoreo del progreso Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

- ¿Cuántas calorías hay en el batido de frutas que contiene 51 gramos de azúcar?
- ¿Cuántos gramos de azúcar hay en el batido de frutas que contiene 250 calorías?

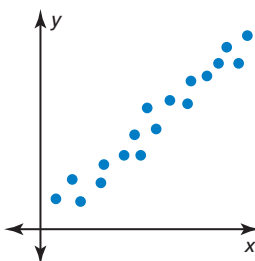
CONSEJO DE ESTUDIO

Puedes pensar en una correlación positiva como si fuera una pendiente positiva y en una correlación negativa como si fuera una pendiente negativa.

Identificar correlaciones entre los conjuntos de datos

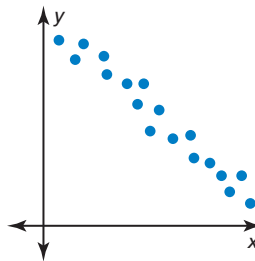
Una **correlación** es una relación entre conjuntos de datos. Puedes usar un diagrama de dispersión para describir la correlación entre los datos.

Correlación positiva



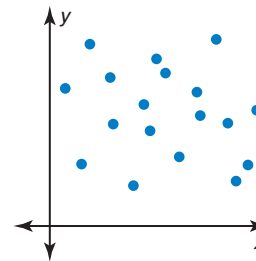
A medida que x aumenta, y aumenta.

Correlación negativa



A medida que x aumenta, y disminuye.

Ninguna correlación



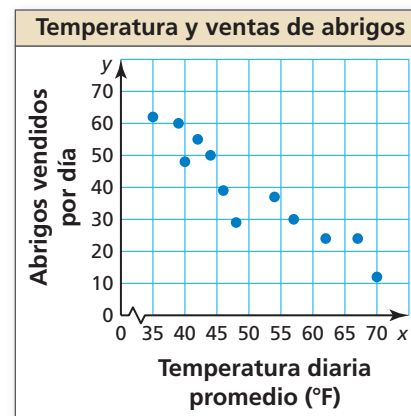
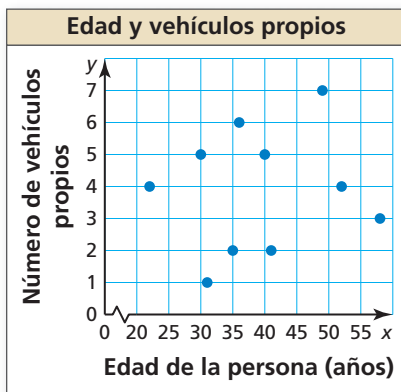
Los puntos no muestran ningún patrón.

EJEMPLO 2 Identificar correlaciones

Dí si los datos muestran una correlación *positiva*, *negativa* o *ninguna correlación*.

a. edad y vehículos propios

b. temperatura y ventas de abrigo en una tienda



SOLUCIÓN

a. Los puntos no muestran ningún patrón. El número de vehículos propios no depende de la edad de una persona.

▶ Entonces, el diagrama de dispersión no muestra ninguna correlación.

b. A medida que la temperatura promedio aumenta, el número de abrigo vendidos disminuye.

▶ Entonces, el diagrama de dispersión muestra una correlación negativa.

Monitoreo del progreso Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

Haz un diagrama de dispersión de los datos. Dí si los datos muestran una correlación *positiva*, *negativa* o *ninguna correlación*.

3.

Temperatura (°F), x	82	78	68	87	75	71	92	84
Asistentes (miles), y	4.5	4.0	1.7	5.5	3.8	2.9	4.7	5.3

4.

Antigüedad del auto (años), x	1	2	3	4	5	6	7	8
Valor (miles), y	\$24	\$21	\$19	\$18	\$15	\$12	\$8	\$7

CONSEJO DE ESTUDIO

Una línea de ajuste también se conoce como una *línea de tendencia*.

Usar líneas de ajuste para representar datos

Cuando los datos muestran una correlación positiva o negativa, puedes representar la tendencia en los datos usando una línea de ajuste. Una **línea de ajuste** es una línea dibujada en un diagrama de dispersión que está cerca a la mayoría de los puntos de datos.

Conceptos Esenciales

Usar una línea de ajuste para representar datos

Paso 1 Haz un diagrama de dispersión de los datos.

Paso 2 Decide si los datos pueden representarse mediante una línea.

Paso 3 Dibuja una línea que parezca ajustarse de cerca a los datos. Debería haber aproximadamente tantos puntos por encima de la línea como por debajo de ella.

Paso 4 Escribe una ecuación usando dos puntos de la línea. Los puntos no tienen que representar pares de datos reales, sino que deben pertenecer a la línea de ajuste.

EJEMPLO 3

Hallar una línea de ajuste

La tabla muestra las ventas semanales de un DVD y el número de semanas desde su lanzamiento. Escribe una ecuación que represente las ventas del DVD como una función del número de semanas desde su lanzamiento. Interpreta la pendiente y la intersección con el eje y de la línea de ajuste.

Semana, x	1	2	3	4	5	6	7	8
Ventas (millones), y	\$19	\$15	\$13	\$11	\$10	\$8	\$7	\$5

SOLUCIÓN

Paso 1 Haz un diagrama de dispersión de los datos.

Paso 2 Decide si los datos pueden representarse mediante una línea. Ya que el diagrama de dispersión muestra una correlación negativa, puedes ajustar una línea a los datos.

Paso 3 Dibuja una línea que parezca ajustarse de cerca a los datos.

Paso 4 Escribe una ecuación usando dos puntos de la línea. Usa $(5, 10)$ y $(6, 8)$.

$$\text{La pendiente de la línea es } m = \frac{8 - 10}{6 - 5} = -2.$$

Usa la pendiente $m = -2$ y el punto $(6, 8)$ para escribir una ecuación de la línea.

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Escribe la forma punto y pendiente.

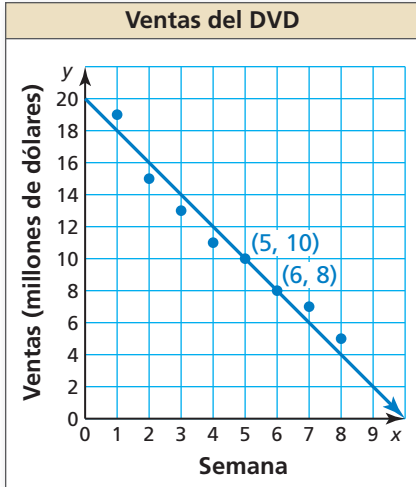
$$y - 8 = -2(x - 6)$$

Sustituye -2 por m , 6 por x_1 , y 8 por y_1 .

$$y = -2x + 20$$

Resuelve para hallar y .

► Una ecuación de la línea de ajuste es $y = -2x + 20$. La pendiente de la línea es -2 . Esto quiere decir que las ventas están disminuyendo en unos \$2 millones cada semana. La intersección con el eje y es 20. La intersección con el eje x no tiene significado en este contexto porque no hay ventas en la semana 0.



Monitoreo del progreso



Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

5. Los siguientes pares de datos muestran el ingreso mensual x (en dólares) y el pago mensual del auto y (en dólares) de seis personas: $(2100, 410)$, $(1650, 315)$, $(1950, 405)$, $(1500, 295)$, $(2250, 440)$, y $(1800, 375)$. Escribe una ecuación que represente el pago mensual del auto como una función del ingreso mensual. Interpreta la pendiente y la intersección con el eje y de la línea de ajuste.

4.4 Ejercicios

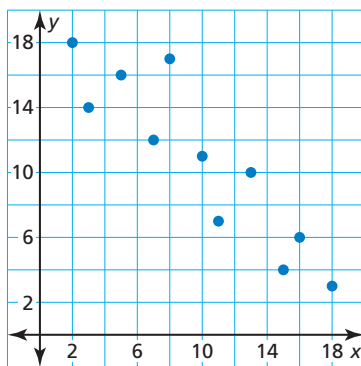
Verificación de vocabulario y concepto esencial

- COMPLETAR LA ORACIÓN** Cuando los datos muestran una correlación positiva, la variable dependiente tiende a _____ a medida que la variable independiente aumenta.
- VOCABULARIO** ¿Qué es una línea de ajuste?

Monitoreo del progreso y Representar con matemáticas

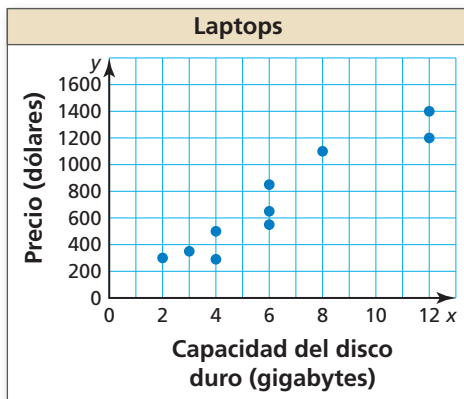
En los Ejercicios 3–6, usa el diagrama de dispersión para llenar la coordenada faltante del par ordenado.

- (16,)
- (3,)
- (, 12)
- (, 17)



7. INTERPRETAR UN DIAGRAMA DE DISPERSIÓN

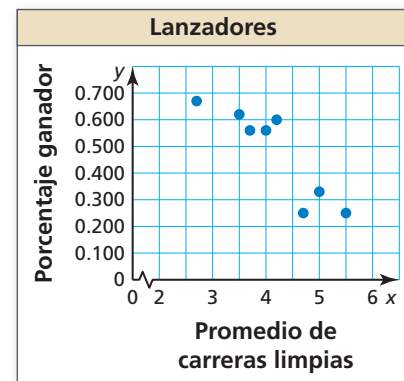
El diagrama de dispersión muestra las capacidades del disco duro (en gigabytes) y los precios (en dólares) de 10 laptops. (Consulta el Ejemplo 1).



- ¿Cuál es el precio de la laptop con una capacidad de disco duro de 8 gigabytes?
- ¿Cuál es la capacidad del disco duro de la laptop de \$1200?
- ¿Qué tiende a suceder con el precio a medida que aumenta la capacidad del disco duro?

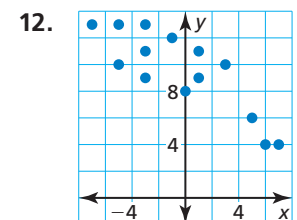
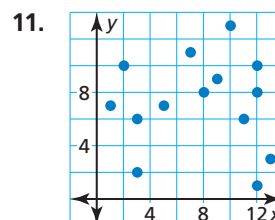
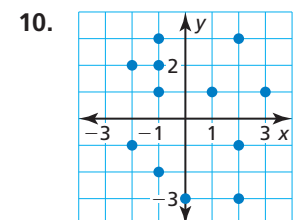
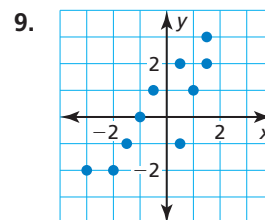
8. INTERPRETAR UN DIAGRAMA DE DISPERSIÓN

El diagrama de dispersión muestra los promedios de carreras limpias y los porcentajes ganadores de ocho lanzadores en un equipo de béisbol.



- ¿Cuál es el porcentaje ganador del lanzador con un promedio de carreras limpias de 4.2?
- ¿Cuál es el promedio de carreras limpias del lanzador con un porcentaje ganador de 0.33?
- ¿Qué tiende a suceder con el porcentaje ganador a medida que aumenta el promedio de carreras limpias?

En los Ejercicios 9 a 12, dí si x y y muestran una correlación *positiva*, *negativa* o *ninguna correlación*. (Consulta el Ejemplo 2).



En los Ejercicios 13 y 14, haz un diagrama de dispersión de los datos. Dí si x y y muestran una correlación positiva, negativa o ninguna correlación.

13.

x	3.1	2.2	2.5	3.7	3.9	1.5	2.7	2.0
y	1	0	1	2	0	2	3	2

14.

x	3	4	5	6	7	8	9	10
y	67	67	50	33	25	21	19	4

15. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** La tabla muestra las tasas de nacimientos a nivel mundial y (en número de nacimientos por cada 1000 personas) x años desde 1960. (Consulta el Ejemplo 3).

x	0	10	20	30	40	50
y	35.4	33.6	28.3	27.0	22.4	20.0

- Escribe una ecuación que represente la tasa de nacimientos como una función del número de años desde 1960.
- Interpreta la pendiente y la intersección con el eje y de la línea de ajuste.

16. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** La tabla muestra las ganancias totales y (en dólares) de un mesero que trabaja x horas.

x	0	1	2	3	4	5	6
y	0	18	40	62	77	85	113

- Escribe una ecuación que represente las ganancias del mesero como una función del número de horas que éste trabaja.
- Interpreta la pendiente y la intersección con el eje y de la línea de ajuste.

17. **FINAL ABIERTO** Da un ejemplo de un conjunto de datos de la vida real que muestre una correlación negativa.

18. **ARGUMENTAR** Tu amigo dice que los datos de la tabla muestran una correlación negativa porque la variable dependiente y está disminuyendo. ¿Tiene razón tu amigo? Explica.

x	14	12	10	8	6	4	2
y	4	1	0	-1	-2	-4	-5

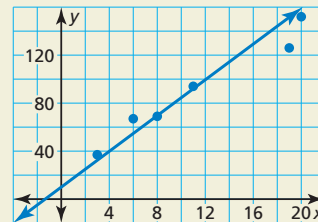
19. **USAR HERRAMIENTAS** Usa una regla o una vara de yardas para hallar las alturas y las extensiones de los brazos de cinco personas.

- Haz un diagrama de dispersión usando los datos que has recogido. Luego dibuja una línea de ajuste para los datos.
- Interpreta la pendiente y la intersección con el eje y de la línea de ajuste.

20. **ESTIMULAR EL PENSAMIENTO** Una línea de ajuste para un diagrama de dispersión está dada por la ecuación $y = 5x + 20$. Describe un conjunto de datos de la vida real que podría representarse mediante el diagrama de dispersión.

21. **ESCRIBIR** ¿Cuándo se muestran mejor los datos en un diagrama de dispersión, más que en otro tipo de gráfica, como una gráfica de barras o una gráfica circular?

22. **¿CÓMO LO VES?** El diagrama de dispersión muestra parte de un conjunto de datos y una línea de ajuste para el conjunto de datos. Faltan cuatro puntos de datos. Elige posibles coordenadas para esos puntos de datos.



23. **RAZONAR** Un conjunto de datos no tiene ninguna correlación. ¿Es posible hallar una línea de ajuste para los datos? Explica.

24. **ANALIZAR RELACIONES** Haz un diagrama de dispersión de los datos en las tablas. Describe la relación entre las variables. ¿Es posible ajustar una línea a los datos? Si es así, escribe una ecuación de la línea. Si no, explica por qué.

x	-12	-9	-7	-4	-3	-1
y	150	76	50	15	10	1

x	2	5	6	7	9	15
y	5	22	37	52	90	226

Mantener el dominio de las matemáticas

Repasar lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Evalúa la función cuando $x = -3, 0$ y 4 . (Sección 3.3)

25. $g(x) = 6x$

26. $h(x) = -10x$

27. $f(x) = 5x - 8$

28. $v(x) = 14 - 3x$

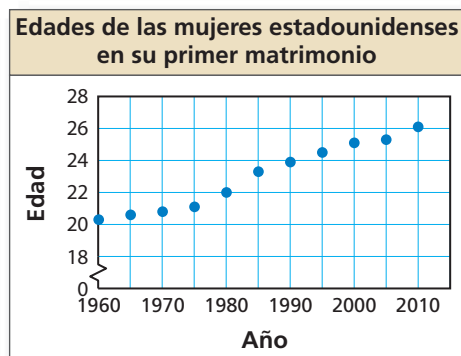
4.5 Analizar líneas de ajuste

Pregunta esencial ¿Cómo puedes hallar *analíticamente* una línea de mejor ajuste para un diagrama de dispersión?

EXPLORACIÓN 1 Hallar una línea de mejor ajuste

Trabaja con un compañero.

El diagrama de dispersión muestra las edades promedio de las mujeres estadounidenses en su primer matrimonio para los años seleccionados que van de 1960 a 2010. En la Exploración 2 en la sección 4.4, aproximaste una línea de ajuste de forma gráfica. Para hallar la línea de *mejor* ajuste, puedes usar una computadora, hoja de cálculo o calculadora gráfica que tiene un atributo de *regresión lineal*.



- En la tabla se muestran los datos del diagrama de dispersión. Nota que 0, 5, 10, etc. representan los números de años desde 1960. ¿Qué representa el par ordenado (25, 23.3)?
- Usa el atributo de *regresión lineal* para hallar una ecuación de la línea de mejor ajuste. Debes obtener resultados como los que se muestran a continuación.

L1	L2	L3
0	20.3	
5	20.6	
10	20.8	
15	21.1	
20	22	
25	23.3	
30	23.9	
35	24.5	
40	25.1	
45	25.3	
50	26.1	
L1(55)=		

Regresión Lineal
 $y=ax+b$
 $a=.1261818182$
 $b=19.84545455$
 $r^2=.9738676804$
 $r=.986847344$

- Escribe una ecuación de la línea de mejor ajuste. Compara tu resultado con la ecuación que obtuviste en la Exploración 2 en la sección 4.4.

CONSTRUIR ARGUMENTOS VIABLES

Para dominar las matemáticas, necesitas razonar de forma inductiva acerca de los datos.

Comunicar tu respuesta

- ¿Cómo puedes hallar *analíticamente* una línea de mejor ajuste para un diagrama de dispersión?
- El conjunto de datos relaciona el número de chirridos por segundo de los grillos rayados y la temperatura externa en grados Fahrenheit. Haz un diagrama de dispersión de los datos. Luego halla una ecuación de la línea de mejor ajuste. Usa tu resultado para calcular la temperatura externa cuando hay 19 chirridos por segundo.

Chirridos por segundo	20.0	16.0	19.8	18.4	17.1
Temperatura (°F)	88.6	71.6	93.3	84.3	80.6

Chirridos por segundo	14.7	15.4	16.2	15.0	14.4
Temperatura (°F)	69.7	69.4	83.3	79.6	76.3

4.5 Lección

Vocabulario Esencial

- residuo, pág. 202
- regresión lineal, pág. 203
- línea de mejor ajuste, pág. 203
- coeficiente de correlación, pág. 203
- interpolación, pág. 205
- extrapolación, pág. 205
- causalidad, pág. 205

Qué aprenderás

- ▶ Usar residuos para determinar qué tan bien las líneas de ajuste representan los datos.
- ▶ Usar la tecnología para hallar las líneas de mejor ajuste.
- ▶ Distinguir entre correlación y causalidad.

Analizar residuos

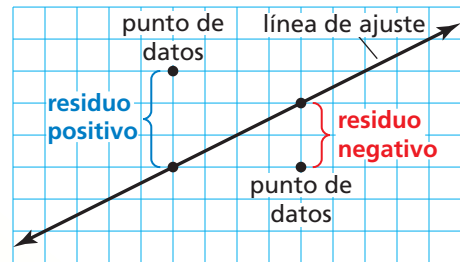
Una manera de determinar qué tan bien una línea de ajuste representa un conjunto de datos es *analizando los residuos*.

Concepto Esencial

Residuos

Un **residuo** es la diferencia del valor y de un punto de datos y el valor y correspondiente hallado usando la línea de ajuste. Un residuo puede ser positivo, negativo o cero.

Un diagrama de dispersión de los residuos muestra qué tan bien se ajusta un modelo a un conjunto de datos. Si el modelo es un buen ajuste, entonces los valores absolutos de los residuos son relativamente pequeños y los puntos residuales estarán más o menos dispersos alrededor del eje horizontal. Si el modelo no es un buen ajuste, entonces los puntos residuales formarán algún tipo de patrón que sugiere que los datos no son lineales. Los puntos residuales extremadamente dispersos sugieren que los datos pueden no tener ninguna correlación.



EJEMPLO 1 Usar residuos

En el Ejemplo 3 en la sección 4.4, la ecuación $y = -2x + 20$ representa los datos en la tabla mostrada. ¿El modelo es un buen ajuste?

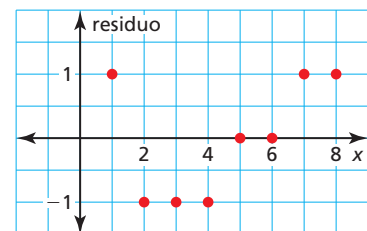
SOLUCIÓN

Paso 1 Calcula los residuos. Organiza tus resultados en una tabla.

Paso 2 Usa los puntos $(x, \text{residuo})$ para hacer un diagrama de dispersión.

Semana, x	Ventas (millones), y
1	\$19
2	\$15
3	\$13
4	\$11
5	\$10
6	\$8
7	\$7
8	\$5

x	y	Valor de y del modelo	Residuo
1	19	18	$19 - 18 = 1$
2	15	16	$15 - 16 = -1$
3	13	14	$13 - 14 = -1$
4	11	12	$11 - 12 = -1$
5	10	10	$10 - 10 = 0$
6	8	8	$8 - 8 = 0$
7	7	6	$7 - 6 = 1$
8	5	4	$5 - 4 = 1$



- ▶ Los puntos están dispersos uniformemente alrededor del eje horizontal. Entonces, la ecuación $y = -2x + 20$ es un buen ajuste.

EJEMPLO 2 Usar residuos

La tabla muestra las edades x y los salarios y (en miles de dólares) de ocho empleados de una compañía. La ecuación $y = 0.2x + 38$ representa los datos. ¿El modelo es un buen ajuste?

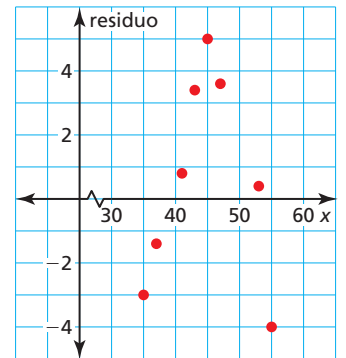
Edad, x	35	37	41	43	45	47	53	55
Salario, y	42	44	47	50	52	51	49	45

SOLUCIÓN

Paso 1 Calcula los residuos. Organiza tus resultados en una tabla.

Paso 2 Usa los puntos $(x, \text{residuo})$ para hacer un diagrama de dispersión.

x	y	Valor de y del modelo	Residuo
35	42	45.0	$42 - 45.0 = -3.0$
37	44	45.4	$44 - 45.4 = -1.4$
41	47	46.2	$47 - 46.2 = 0.8$
43	50	46.6	$50 - 46.6 = 3.4$
45	52	47.0	$52 - 47.0 = 5.0$
47	51	47.4	$51 - 47.4 = 3.6$
53	49	48.6	$49 - 48.6 = 0.4$
55	45	49.0	$45 - 49.0 = -4.0$



► Los puntos residuales forman un patrón en forma de \cap , lo que sugiere que los datos no son lineales. Entonces, la ecuación $y = 0.2x + 38$ no representa bien los datos.

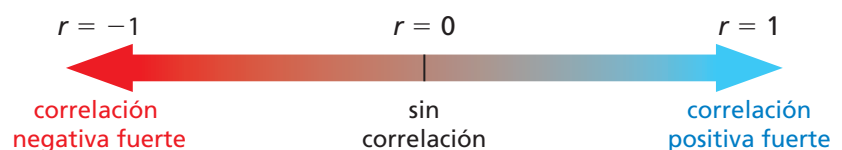
Monitoreo del progreso Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

- La tabla muestra las asistencias y (en miles) a un parque de diversiones de 2005 a 2014, donde $x = 0$ representa el año 2005. La ecuación $y = -9.8x + 850$ representa los datos. ¿El modelo es un buen ajuste?

Año, x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Asistencia, y	850	845	828	798	800	792	785	781	775	760

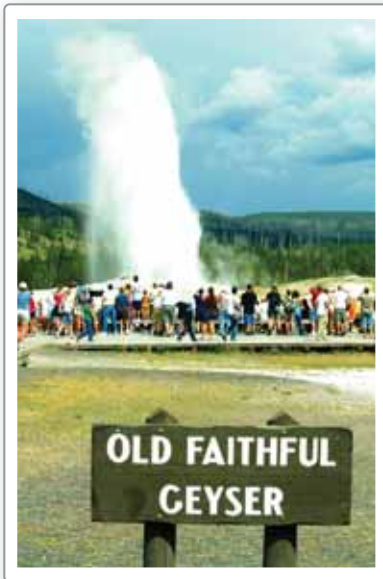
Hallar líneas de mejor ajuste

Las calculadoras gráficas usan un método llamado **regresión lineal** para hallar una línea de ajuste precisa que se conoce como una **línea de mejor ajuste**. Esta línea representa mejor un conjunto de datos. Una calculadora a menudo nos da un valor r , llamado el **coeficiente de correlación**. Este valor nos dice si la correlación es positiva o negativa y cuán fielmente representa la ecuación los datos. Los valores de r van de -1 a 1 . Cuando r está cerca de 1 o -1 , hay una fuerte correlación entre las variables. A medida que r se acerca a 0 , la correlación se hace más débil.



CONSEJO DE ESTUDIO

Sabes cómo usar dos puntos para hallar una ecuación de una línea de ajuste. Cuando halles una ecuación de la línea de mejor ajustes, se usa cada punto del conjunto de datos.



EJEMPLO 3

Hallar una línea de mejor ajuste usando la tecnología

La tabla muestra las duraciones x (en minutos) de varias erupciones del géiser Old Faithful y las veces y (en minutos) hasta la próxima erupción. (a) Usa una calculadora gráfica para hallar una ecuación de la línea de mejor ajuste. Luego marca los datos y haz una gráfica de la ecuación en la misma ventana de visualización. (b) Identifica e interpreta el coeficiente de correlación. (c) Interpreta la pendiente y la intersección con el eje y de la línea de mejor ajuste.

Duración, x	2.0	3.7	4.2	1.9	3.1	2.5	4.4	3.9
Tiempo, y	60	83	84	58	72	62	85	85

SOLUCIÓN

a. Paso 1 Ingresar los datos de la tabla en dos listas.

L1	L2	L3	1
2	60		
3.7	83		
4.2	84		
1.9	58		
3.1	72		
2.5	62		
4.4	85		
L1(1)=2			

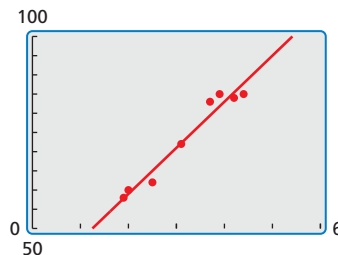
Paso 2 Usa el atributo de la *regresión lineal*. Los valores en la ecuación pueden redondearse para obtener $y = 12.0x + 35$.

Regresión Lineal	
$y = ax + b$	
$a = 11.99008629$	← pendiente
$b = 35.10684781$	← intersección con el eje y
$r^2 = .9578868934$	
$r = .9787169629$	← coeficiente de correlación

PRECISIÓN

Asegúrate de analizar los valores de los datos para seleccionar una ventana de visualización apropiada para tu gráfica.

Paso 3 Ingresar la ecuación $y = 12.0x + 35$ en la calculadora. Luego marca los datos y haz una gráfica de la ecuación en la misma ventana de visualización.



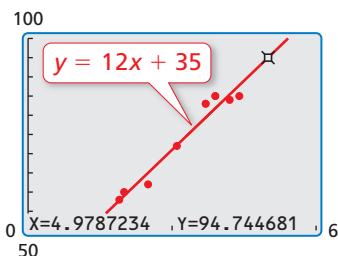
- El coeficiente de correlación es de alrededor de 0.979. Esto significa que la relación entre las duraciones y los tiempos hasta la próxima erupción tiene una fuerte correlación positiva y la ecuación representa de cerca los datos, como se muestra en la gráfica.
- La pendiente de la línea es 12. Esto quiere decir que el tiempo hasta la próxima erupción aumenta aproximadamente en 12 minutos por cada minuto que la duración aumenta. La intersección con el eje y es 35, pero no tiene significado en este contexto porque la duración no puede ser 0 minutos.

Monitoreo del progreso Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

- Usa los datos en el Monitoreo del progreso pregunta 1. (a) Usa una calculadora gráfica para hallar una ecuación de la línea de mejor ajuste. Luego marca los datos y haz una gráfica de la ecuación en la misma ventana de visualización. (b) Identifica e interpreta el coeficiente de correlación. (c) Interpreta la pendiente y la intersección con el eje y de la línea de mejor ajuste.

CONSEJO DE ESTUDIO

Para aproximar o predecir un valor desconocido, puedes evaluar el modelo de forma algebraica o hacer una gráfica del modelo con una calculadora gráfica y usar la función de *trazado*.



LEER

Una relación causal existe cuando una variable provoca un cambio en otra variable.

Usar una gráfica o su ecuación para *aproximar* un valor entre dos valores conocidos se conoce como **interpolación**. Usar una gráfica o su ecuación para *predecir* un valor fuera del rango de valores conocidos se conoce como **extrapolación**. En general, mientras más lejos se retira un valor de los valores conocidos, menos confianza tienes en la precisión de la predicción.

EJEMPLO 4 Interpoler y extrapolar datos

Consulta el Ejemplo 3. Usa la ecuación de la línea de mejor ajuste.

- Aproxima la duración antes de un tiempo de 77 minutos.
- Predice el tiempo después de una erupción que dure 5.0 minutos.

SOLUCIÓN

a. $y = 12.0x + 35$ **Escribe la ecuación.**

$77 = 12.0x + 35$ **Sustituye 77 por y.**

$3.5 = x$ **Resuelve para hallar x.**

▶ Una erupción dura unos 3.5 minutos antes de un tiempo de 77 minutos.

- Usa una calculadora gráfica para hacer una gráfica de la ecuación. Usa la función de *trazado* para hallar el valor de y cuando $x \approx 5.0$, como se muestra.

▶ Un tiempo aproximado de 95 minutos seguirá a una erupción de 5.0 minutos.

Monitoreo del progreso Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

- Consulta en el Monitoreo del progreso, pregunta 2. Usa la ecuación de la línea de mejor ajuste para predecir la asistencia al parque de diversiones en 2017.

Correlación y causalidad

Cuando un cambio en una variable provoca un cambio en otra variable, se llama **causalidad**. La causalidad produce una fuerte correlación entre las dos variables. El recíproco *no* es verdadero. En otras palabras, la correlación no implica causalidad.

EJEMPLO 5 Identificar la correlación y la causalidad

Dí si es probable una correlación en la situación. Si es así, dí si hay una relación de causalidad. Explica tu razonamiento.

- tiempo dedicado a hacer ejercicios y el número de calorías quemadas
- el número de bancos y la población de una ciudad

SOLUCIÓN

- Hay una correlación positiva y una relación causal porque mientras más tiempo dedicas a ejercitarte, más calorías quemas.
- Podría haber una correlación positiva pero no una relación causal. Construir más bancos no hará que la población aumente.

Monitoreo del progreso Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

- ¿Existe una correlación entre el tiempo dedicado a jugar videojuegos y el promedio de materias aprobadas? Si es así, ¿hay una relación de causalidad? Explica tu razonamiento.

Verificación de vocabulario y concepto esencial

- VOCABULARIO** ¿Cuándo es positivo un residuo? ¿Cuándo es negativo?
- ESCRIBIR** Explica cómo puedes usar residuos para determinar qué tan bien una línea de ajuste representa un conjunto de datos.
- VOCABULARIO** Compara la interpolación con la extrapolación.
- ¿CUÁL NO CORRESPONDE?** ¿Cuál de los siguientes coeficientes de correlación *no* corresponde al grupo de las otras tres? Explica tu razonamiento.

$$r = -0.98$$

$$r = 0.96$$

$$r = -0.09$$

$$r = 0.97$$

Monitoreo del progreso y Representar con matemáticas

En los Ejercicios 5 a 8, usa residuos para determinar si el modelo es un buen ajuste para los datos de la tabla. Explica. (Consulta los Ejemplos 1 y 2).

5. $y = 4x - 5$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-18	-13	-10	-7	-2	0	6	10	15

6. $y = 6x + 4$

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	13	14	23	26	31	42	45	52	62

7. $y = -1.3x + 1$

x	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8
y	9	10	5	8	-1	1	-4	-12	-7

8. $y = -0.5x - 2$

x	4	6	8	10	12	14	16	18	20
y	-1	-3	-6	-8	-10	-10	-10	-9	-9

9. **ANALIZAR RESIDUOS** La tabla muestra el crecimiento y (en pulgadas) de las astas de un alce durante la semana x . La ecuación $y = -0.7x + 6.8$ representa los datos. ¿El modelo es un buen ajuste? Explica.

Semana, x	1	2	3	4	5
Crecimiento, y	6.0	5.5	4.7	3.9	3.3

10. **ANALIZAR RESIDUOS**

La tabla muestra los números aproximados y (en miles) de boletos de películas vendidos de enero a junio para un cine. En la tabla, $x = 1$ representa enero. La ecuación $y = 1.3x + 27$ representa los datos. ¿El modelo es un buen ajuste? Explica.

Mes, x	Ventas de boletos, y
1	27
2	28
3	36
4	28
5	32
6	35

En los Ejercicios 11 a 14, usa una calculadora gráfica para hallar una ecuación de la línea de mejor ajuste para los datos. Identifica e interpreta el coeficiente de correlación.

11.

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y	-8	-5	-2	-1	-1	2	5	8

12.

x	-4	-2	0	2	4	6	8	10
y	17	7	8	1	5	-2	2	-8

13.

x	-15	-10	-5	0	5	10	15	20
y	-4	2	7	16	22	30	37	43


14.


x	5	6	7	8	9	10	11	12
y	12	-2	8	3	-1	-4	6	0

ANÁLISIS DE ERRORES En los Ejercicios 15 y 16, describe y corrige el error cometido al interpretar la pantalla de la calculadora gráfica.

```

Regresión Lineal
y=ax+b
a=-4.47
b=23.16
r2=.9989451055
r=-.9994724136
    
```

15.  Una ecuación de la línea de mejor ajuste es $y = 23.16x - 4.47$.

16.  Los datos tienen una fuerte correlación positiva.

17. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** La tabla muestra los números totales y de personas que reportaron un terremoto x minutos después que había terminado. (Consulta el Ejemplo 3).

a. Usa una calculadora gráfica para hallar una ecuación de la línea de mejor ajuste. Luego marca los datos y haz una gráfica de la ecuación en la misma ventana de visualización.

Minutos, x	Personas, y
1	10
2	100
3	400
4	900
5	1400
6	1800
7	2100

b. Identifica e interpreta el coeficiente de correlación.

c. Interpreta la pendiente y la intersección con el eje y de la línea de mejor ajuste.

18. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** La tabla muestra los números y de personas que trabajan como voluntarios en un refugio animal cada día x .

Día, x	1	2	3	4	5	6	7	8
Personas, y	9	5	13	11	10	11	19	12

a. Usa una calculadora gráfica para hallar una ecuación de la línea de mejor ajuste. Luego marca los datos y haz una gráfica de la ecuación en la misma ventana de visualización.

b. Identifica e interpreta el coeficiente de correlación.

c. Interpreta la pendiente y la intersección con el eje y de la línea de mejor ajuste.

19. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** La tabla muestra las millas x (en miles de millas) y los precios de venta y (en miles de dólares) de varios automóviles usados del mismo año y modelo. (Consulta el Ejemplo 4).

Millas, x	22	14	18	30	8	24
Precio, y	16	17	17	14	18	15

a. Usa una calculadora gráfica para hallar una ecuación de la línea de mejor ajuste.

b. Identifica e interpreta el coeficiente de correlación.



c. Interpreta la pendiente y la intersección con el eje y de la línea de mejor ajuste.

d. Aproxima el millaje de un automóvil que cuesta \$15,500.

e. Predice el precio de un automóvil con 6000 millas.

20. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** La tabla muestra las longitudes x y los costos y de diversos veleros.

a. Usa una calculadora gráfica para hallar una ecuación de la línea de mejor ajuste.

Longitud (pies), x	Costo (miles de dólares), y
27	94
18	56
25	58
32	123
18	60
26	87
36	145

b. Identifica e interpreta el coeficiente de correlación.

c. Interpreta la pendiente y la intersección con el eje y de la línea de mejor ajuste.

d. Aproxima el costo de un velero de 20 pies de largo.

e. Predice la longitud de un velero que cuesta \$147,000.

En los Ejercicios 21–24, dí si es probable una correlación en la situación. Si es así, dí si hay una relación causal. Explica tu razonamiento. (Consulta el Ejemplo 5).

21. la cantidad de tiempo dedicado a hablar en celular y la duración restante de la batería

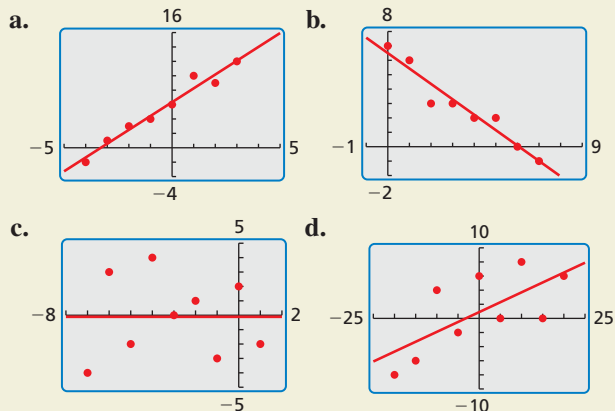
22. la altura de un niño y el tamaño de su vocabulario

23. el número de sombreros que posees y el tamaño de tu cabeza

24. el peso de un perro y la longitud de su cola

25. **FINAL ABIERTO** Describe un conjunto de datos que tiene una fuerte correlación pero no tiene una relación causal.

26. **¿CÓMO LO VES?** Une cada gráfica con su coeficiente de correlación. Explica tu razonamiento.



- A. $r = 0$ B. $r = 0.98$
 C. $r = -0.97$ D. $r = 0.69$

27. **ANALIZAR RELACIONES** La tabla muestra los promedios de materias aprobadas y de varios alumnos y los números x de horas que dedican a ver televisión cada semana.

a. Usa una calculadora gráfica para hallar una ecuación de la línea de mejor ajuste. Identifica e interpreta el coeficiente de correlación.

b. Interpreta la pendiente y la intersección con el eje y de la línea de mejor ajuste.

c. Otro alumno mira unas 14 horas de televisión cada semana. Aproxima el promedio de materias aprobadas del alumno.

d. ¿Crees que existe una relación causal entre el tiempo dedicado a ver televisión y el promedio de materias aprobadas? Explica.

Horas, x	Promedio de materias aprobadas, y
10	3.0
5	3.4
3	3.5
12	2.7
20	2.1
15	2.8
8	3.0
4	3.7
16	2.5

28. **ARGUMENTAR** Un alumno dedica 2 horas a ver televisión cada semana y tiene un promedio de materias aprobadas de 2.4. Tu amigo dice que incluir esta información en el conjunto de datos del Ejercicio 27 debilitará la correlación. ¿Tiene razón tu amigo? Explica.

29. **USAR MODELOS** Consulta el Ejercicio 17.

- a. Predice los números totales de personas que reportaron un terremoto 9 minutos y 15 minutos después que había terminado.
- b. La tabla muestra los datos reales. Describe la exactitud de tus extrapolaciones de la parte (a).

Minutos, x	9	15
Personas, y	2750	3200

30. **ESTIMULAR EL PENSAMIENTO** Un conjunto de datos consiste en los números x de personas de la Playa 1 y los números y de personas en la Playa 2 registradas a diario durante 1 semana. Dibuja una posible gráfica del conjunto de datos. Describe la situación mostrada en la gráfica y da un posible coeficiente de correlación. Determina si hay una relación causal. Explica.

31. **COMPARAR MÉTODOS** La tabla muestra los números y (en miles de millones) de mensajes de texto enviados cada año en un período de cinco años, donde $x = 1$ representa el primer año del período de cinco años.

Año, x	1	2	3	4	5
Mensajes de texto (miles de millones), y	241	601	1360	1806	2206

- a. Usa una calculadora gráfica para hallar una ecuación de la línea de mejor ajuste. Identifica e interpreta el coeficiente de correlación.
- b. ¿Existe una relación causal? Explica tu razonamiento.
- c. Calcula los residuos. Luego haz un diagrama de dispersión de los residuos e interpreta los resultados.
- d. Compara los métodos que usaste en las partes (a) y (c) para determinar si el modelo es un buen ajuste. ¿Cuál método prefieres? Explica.

Mantener el dominio de las matemáticas

Repasar lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Determina si la tabla representa una función *lineal* o *no lineal*. Explica. (Sección 3.2)

32.

x	5	6	7	8
y	-4	4	-4	4

33.

x	2	4	6	8
y	13	8	3	-2

4.6 Secuencias aritméticas

Pregunta esencial ¿Cómo puedes usar una secuencia aritmética para describir un patrón?

Una **secuencia aritmética** es una lista ordenada de números en donde la diferencia entre cada par de **términos**, consecutivos, o números de la lista, es la misma.

EXPLORACIÓN 1 Describir un patrón

Trabaja con un compañero. Usa las figuras para completar la tabla. Marca los puntos dados en tu tabla llenada. Describe el patrón de los valores de y .

BUSCAR UN PATRÓN

Para dominar las matemáticas, necesitas observar de cerca para discernir los patrones y la estructura.

a. $n = 1$ $n = 2$ $n = 3$ $n = 4$ $n = 5$

Número de estrellas, n	1	2	3	4	5
Número de lados, y					

b. $n = 1$ $n = 2$ $n = 3$ $n = 4$ $n = 5$

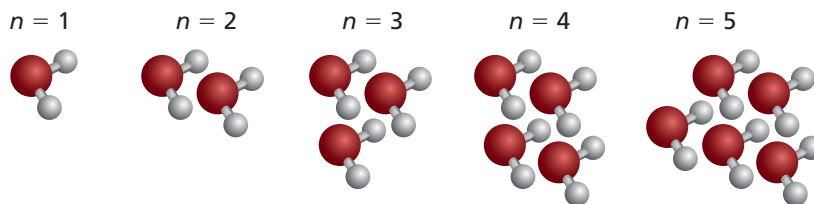
n	1	2	3	4	5
Número de círculos, y					

c. $n = 1$ $n = 2$ $n = 3$ $n = 4$ $n = 5$

Número de filas, n	1	2	3	4	5
Número de puntos, y					

Comunicar tu respuesta

- ¿Cómo puedes usar una secuencia aritmética para describir un patrón? Da un ejemplo de la vida real.
- En química, el agua se conoce como H_2O porque cada molécula de agua tiene dos átomos de hidrógeno y un átomo de oxígeno. Describe el patrón mostrado a continuación. Usa el patrón para determinar el número de átomos en 23 moléculas.



4.6 Lección

Vocabulario Esencial

secuencia, pág. 210
 término, pág. 210
 secuencia aritmética, pág. 210
 diferencia común, pág. 210

Anterior

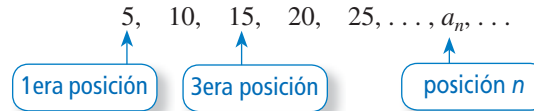
forma de punto y pendiente
 notación de función

Qué aprenderás

- ▶ Escribir los términos de secuencias aritméticas.
- ▶ Hacer una gráfica de las secuencias aritméticas.
- ▶ Escribir las secuencias aritméticas como funciones.

Escribir los términos de secuencias aritméticas

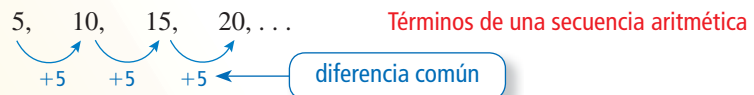
Una **secuencia** es una lista ordenada de números. Cada número en una secuencia se conoce como un **término**. Cada término a_n tiene una posición específica n en la secuencia.



Concepto Esencial

Secuencia aritmética

En una **secuencia aritmética**, la diferencia entre cada par de términos consecutivos es la misma. Esta diferencia se llama **diferencia común**. Cada término se halla sumando la diferencia común al término anterior.



LEER

Una elipsis (...) es una serie de puntos que indica una omisión intencional de información. En matemáticas, la notación ... significa "y lo que sigue". La elipsis indica que hay más términos en la secuencia que no se están mostrando.

EJEMPLO 1 Extender una secuencia aritmética

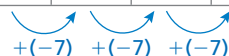
Escribe los siguientes tres términos de la secuencia aritmética.

$$-7, -14, -21, -28, \dots$$

SOLUCIÓN

Usa una tabla para organizar los términos y hallar el patrón.

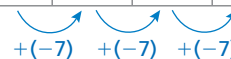
Posición	1	2	3	4
Término	-7	-14	-21	-28



Cada término es 7 menos que el término anterior. Entonces, la diferencia común es -7 .

Suma -7 a un término para hallar el siguiente término.

Posición	1	2	3	4	5	6	7
Término	-7	-14	-21	-28	-35	-42	-49



- ▶ Los siguientes tres términos son -35 , -42 y -49 .

Monitoreo del progreso Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

Escribe los siguientes tres términos de la secuencia aritmética.

- $-12, 0, 12, 24, \dots$
- $0.2, 0.6, 1, 1.4, \dots$
- $4, 3\frac{3}{4}, 3\frac{1}{2}, 3\frac{1}{4}, \dots$

Hacer una gráfica de las secuencias aritméticas

Para hacer una gráfica de una secuencia, imagina que el número de posición de un término n en la secuencia es el valor de x . El término a_n es el valor de y correspondiente. Marca los pares ordenados (n, a_n) .

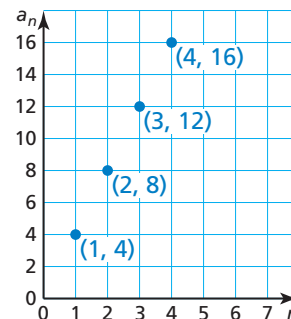
EJEMPLO 2 Hacer una gráfica de las secuencias aritméticas

Haz una gráfica de la secuencia aritmética 4, 8, 12, 16, ... ¿Qué notas?

SOLUCIÓN

Haz una tabla. Luego marca los pares ordenados (n, a_n) .

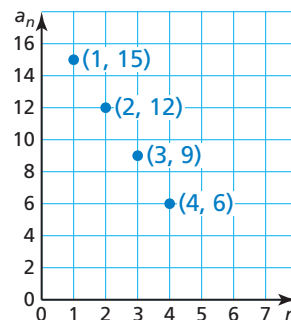
Posición, n	Término, a_n
1	4
2	8
3	12
4	16



► Los puntos pertenecen a una recta.

EJEMPLO 3 Identificar una secuencia aritmética de una gráfica

¿La gráfica representa una secuencia aritmética? Explica.



SOLUCIÓN

Haz una tabla para organizar los pares ordenados. Luego determina si hay una diferencia común.

Posición, n	1	2	3	4
Término, a_n	15	12	9	6

$$+(-3) \quad +(-3) \quad +(-3)$$

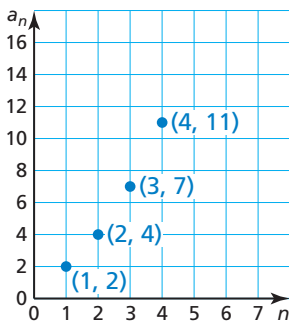
Cada término es 3 menos que el término anterior. Entonces, la diferencia común es -3 .

► Los términos consecutivos tienen una diferencia común de -3 . Entonces, la gráfica representa la secuencia aritmética 15, 12, 9, 6, ...

Monitoreo del progreso Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

Haz una gráfica de la secuencia. ¿Qué notas?

- 3, 6, 9, 12, ...
- 4, 2, 0, -2, ...
- 1, 0.8, 0.6, 0.4, ...
- ¿La gráfica mostrada representa una secuencia aritmética? Explica.



Escribir secuencias aritméticas como funciones

Ya que los términos consecutivos de una secuencia aritmética tienen una diferencia común, la secuencia tiene una tasa constante de cambio. Entonces, los puntos representados por cualquier secuencia pertenecen a una línea. Puedes usar el primer término y la diferencia común para escribir una función lineal que describa una secuencia aritmética. Imagina que $a_1 = 4$ y $d = 3$.

OTRA MANERA

Una *secuencia aritmética* es una función lineal cuyo dominio es el conjunto de enteros positivos. Puedes considerar a d como la pendiente y a $(1, a_1)$ como un punto de la gráfica de la función. Una ecuación en forma de punto y pendiente para la función es

$$a_n - a_1 = d(n - 1).$$

Esta ecuación puede reescribirse como

$$a_n = a_1 + (n - 1)d.$$

Posición, n	Término, a_n	Escrito usando a_1 y d	Números
1	primer término, a_1	a_1	4
2	segundo término, a_2	$a_1 + d$	$4 + 3 = 7$
3	tercer término, a_3	$a_1 + 2d$	$4 + 2(3) = 10$
4	cuarto término, a_4	$a_1 + 3d$	$4 + 3(3) = 13$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
n	término n , a_n	$a_1 + (n - 1)d$	$4 + (n - 1)(3)$

Concepto Esencial

Ecuación para una secuencia aritmética

Imagina que a_n es el término n de una secuencia aritmética con primer término a_1 y diferencia común d . El término n está dado por

$$a_n = a_1 + (n - 1)d.$$

EJEMPLO 4

Hallar el término n de una secuencia aritmética

Escribe una ecuación para el término n de la secuencia aritmética 14, 11, 8, 5, ... Luego halla a_{50} .

SOLUCIÓN

El primer término es 14 y la diferencia común es -3 .

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

Ecuación para una secuencia aritmética

$$a_n = 14 + (n - 1)(-3)$$

Sustituye 14 por a_1 y -3 por d .

$$a_n = -3n + 17$$

Simplifica.

Usa la ecuación para hallar el término 50.

$$a_n = -3n + 17$$

Escribe la ecuación.

$$a_{50} = -3(50) + 17$$

Sustituye 50 por n .

$$= -133$$

Simplifica.

▶ El término 50 de la secuencia aritmética es -133 .

CONSEJO DE ESTUDIO

Nota que la ecuación en el Ejemplo 4 es de la forma $y = mx + b$, donde y es reemplazado por a_n y x es reemplazado por n .

Monitoreo del progreso



Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

Escribe una ecuación para el término n de la secuencia aritmética. Luego halla a_{25} .

8. 4, 5, 6, 7, ...

9. 8, 16, 24, 32, ...

10. 1, 0, -1 , -2 , ...

Puedes reescribir la ecuación para una secuencia aritmética con primer término a_1 y diferencia común d en notación de función reemplazando a_n por $f(n)$.

$$f(n) = a_1 + (n - 1)d$$

El dominio de la función es el conjunto de enteros positivos.

EJEMPLO 5 Escribir funciones de la vida real

Una apuesta virtual para una cartera aumenta en \$5 por cada oferta después de la oferta inicial de \$60.00.

Número de la oferta	1	2	3	4
Cantidad de la oferta	\$60	\$65	\$70	\$75

- Escribe una función que represente la secuencia aritmética.
- Haz una gráfica de la función.
- La oferta ganadora es \$105. ¿Cuántas ofertas había?

SOLUCIÓN

- El primer término es 60 y la diferencia común es 5.

$$f(n) = a_1 + (n - 1)d \quad \text{Función de una secuencia aritmética}$$

$$f(n) = 60 + (n - 1)5 \quad \text{Sustituye 60 por } a_1 \text{ y 5 por } d.$$

$$f(n) = 5n + 55 \quad \text{Simplifica.}$$

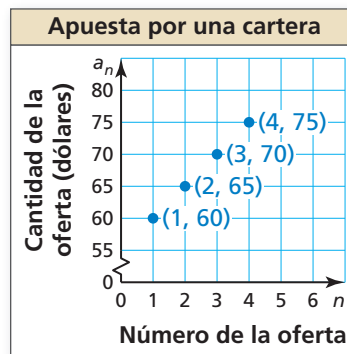
► La función $f(n) = 5n + 55$ representa la secuencia aritmética.

- Haz una tabla. Luego marca los pares ordenados (n, a_n) .

RECUERDA

El dominio es el conjunto de enteros positivos.

Número de la oferta, n	Cantidad de la oferta, a_n
1	60
2	65
3	70
4	75



- Usa la función para hallar el valor de n para el cual $f(n) = 105$.

$$f(n) = 5n + 55 \quad \text{Escribe la función.}$$

$$105 = 5n + 55 \quad \text{Sustituye 105 por } f(n).$$

$$10 = n \quad \text{Resuelve para hallar } n.$$

► Hubo 10 ofertas.

Juegos	Costo total
1	\$7
2	\$9
3	\$11
4	\$13

Monitoreo del progreso Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

- Un carnaval cobra \$2 por cada juego después que pagas una entrada de \$5.
 - Escribe una función que represente la secuencia aritmética.
 - Haz una gráfica de la función.
 - ¿Cuántos juegos puedes jugar cuando llevas \$29 al carnaval?

Verificación de vocabulario y concepto esencial

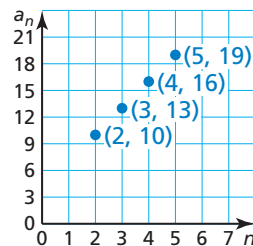
- ESCRIBIR** Describe la gráfica de una secuencia aritmética.
- DISTINTAS PALABRAS, LA MISMA PREGUNTA** Considera la secuencia aritmética representada por la gráfica. ¿Cuál es diferente? Halla “ambas” respuestas.

Halla la pendiente de la función lineal.

Halla la diferencia entre términos consecutivos de la secuencia aritmética.

Halla la diferencia entre los términos a_2 y a_4 .

Halla la diferencia común de la secuencia aritmética.



Monitoreo del progreso y Representar con matemáticas

En los Ejercicios 3 y 4, escribe los siguientes tres términos de la secuencia aritmética.

- Primer término: 2
Diferencia común: 13
- Primer término: 18
Diferencia común: -6

En los Ejercicios 5–10, halla la diferencia común de la secuencia aritmética.

- 13, 18, 23, 28, ...
- 175, 150, 125, 100, ...
- 16, -12, -8, -4, ...
- $4, 3\frac{2}{3}, 3\frac{1}{3}, 3, \dots$
- 6.5, 5, 3.5, 2, ...
- 16, -7, 2, 11, ...

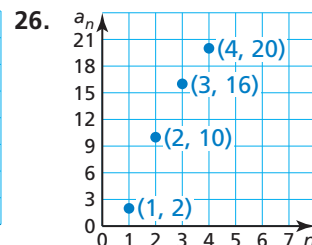
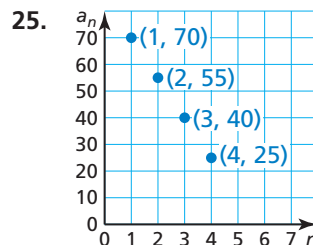
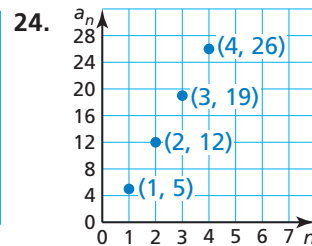
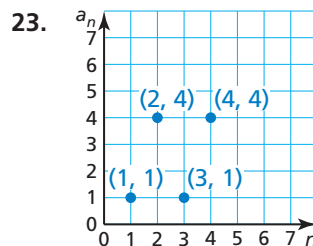
En los Ejercicios 11–16, escribe los siguientes tres términos de la secuencia aritmética. (Consulta el Ejemplo 1).

- 19, 22, 25, 28, ...
- 1, 12, 23, 34, ...
- 16, 21, 26, 31, ...
- 60, 30, 0, -30, ...
- 1.3, 1, 0.7, 0.4, ...
- $\frac{5}{6}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots$

En los Ejercicios 17–22, haz una gráfica de la secuencia aritmética. (Consulta el Ejemplo 2).

- 4, 12, 20, 28, ...
- 15, 0, 15, 30, ...
- 1, -3, -5, -7, ...
- 2, 19, 36, 53, ...
- $0, 4\frac{1}{2}, 9, 13\frac{1}{2}, \dots$
- 6, 5.25, 4.5, 3.75, ...

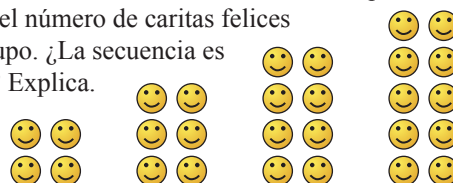
En los Ejercicios 23–26, determina si la gráfica representa una secuencia aritmética. Explica. (Consulta el Ejemplo 3).



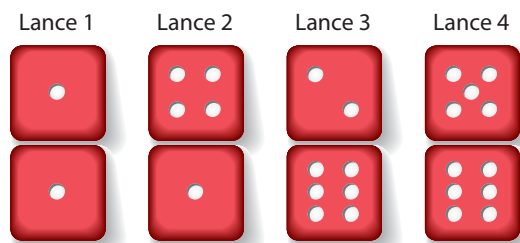
En los Ejercicios 27–30, determina si la secuencia es aritmética. Si es así, halla la diferencia común.

- 13, 26, 39, 52, ...
- 5, 9, 14, 20, ...
- 48, 24, 12, 6, ...
- 87, 81, 75, 69, ...

31. **HALLAR UN PATRÓN** Escribe una secuencia que represente el número de caritas felices de cada grupo. ¿La secuencia es aritmética? Explica.



32. **HALLAR UN PATRÓN** Escribe una secuencia que represente la suma de los números de cada lance de dados. ¿La secuencia es aritmética? Explica.



En los Ejercicios 33–38, escribe una ecuación para el término n de la secuencia aritmética. Luego halla a_{10} . (Consulta el Ejemplo 4).

33. $-5, -4, -3, -2, \dots$ 34. $-6, -9, -12, -15, \dots$

35. $\frac{1}{2}, 1, 1\frac{1}{2}, 2, \dots$ 36. $100, 110, 120, 130, \dots$

37. $10, 0, -10, -20, \dots$ 38. $\frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}, \dots$

39. **ANÁLISIS DE ERRORES** Describe y corrige el error cometido al hallar la diferencia común de la secuencia aritmética.

X $2, 1, 0, -1, \dots$
 $-1 \quad -1 \quad -1$
 La diferencia común es 1.

40. **ANÁLISIS DE ERRORES** Describe y corrige el error cometido al escribir una ecuación para el término n de la secuencia aritmética.

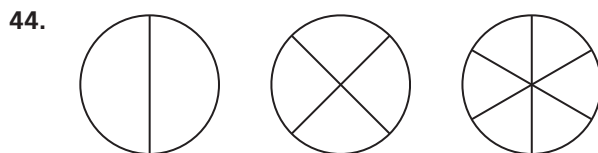
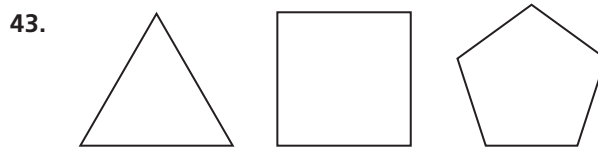
X $14, 22, 30, 38, \dots$
 $a_n = a_1 + nd$
 $a_n = 14 + 8n$

41. **SENTIDO NUMÉRICO** El primer término de una secuencia aritmética es 3. La diferencia común de la secuencia es 1.5 veces el primer término. Escribe los próximos tres términos de la secuencia. Luego haz una gráfica de la secuencia.

42. **SENTIDO NUMÉRICO** La primera fila de una presentación de dominós tiene 10 dominós. Cada fila después de la primera tiene dos dominós más que la fila anterior a ella. Escribe los primeros cinco términos de la secuencia que representa el número de dominós de cada fila. Luego haz una gráfica de la secuencia.



- RAZONAMIENTO REPETIDO** En los Ejercicios 43 y 44, (a) dibuja las siguientes tres figuras de la secuencia y (b) describe la figura número 20 de la secuencia.

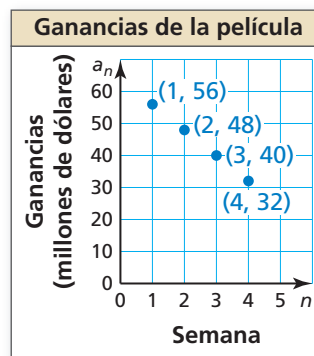


45. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** El número total de bebés nacidos en un país cada minuto después de la medianoche del 1° de enero puede calcularse mediante la secuencia mostrada en la tabla. (Consulta el Ejemplo 5).

Minutos después de la medianoche 1° de enero	1	2	3	4
Total de nacimientos	5	10	15	20

- Escribe una función que represente la secuencia aritmética.
- Haz una gráfica de la función.
- Calcula cuántos minutos después de la medianoche del 1° de enero puede tomar para que 100 bebés nazcan.

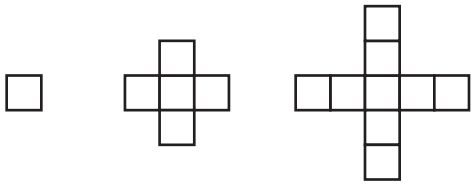
46. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** La cantidad de dinero que una película gana por semana después de su lanzamiento puede aproximarse mediante la secuencia mostrada en la gráfica.



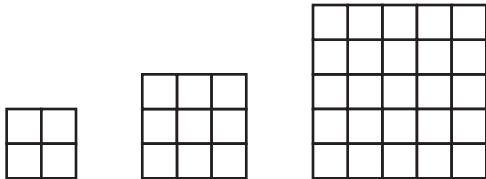
- Escribe una función que represente la secuencia aritmética.
- ¿En qué semana ganó la película \$16 millones?
- ¿Cuánto dinero más gana la película en general?

CONEXIONES MATEMÁTICAS En los Ejercicios 47 y 48, cada cuadrado pequeño representa 1 pulgada cuadrada. Determina si las áreas de las figuras forman una secuencia aritmética. Si es así, escribe una función f que represente la secuencia aritmética y halla $f(30)$.

47.



48.



49. **RAZONAR** ¿El dominio de una secuencia aritmética es discreto o continuo? ¿El rango de una secuencia aritmética es discreto o continuo?

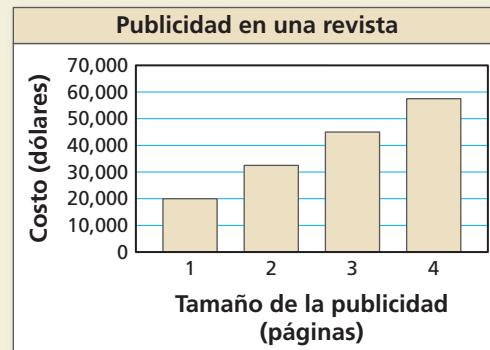
50. **ARGUMENTAR** Tu amigo dice que el rango de una función que representa una secuencia aritmética siempre contiene solo números positivos o solo números negativos. Tu amigo afirma que esto es verdadero porque el dominio es el conjunto de enteros positivos y los valores de salida ya sea aumentan constantemente o disminuyen constantemente. ¿Tiene razón tu amigo? Explica.

51. **FINAL ABIERTO** Escribe los primeros cuatro términos de dos secuencias aritméticas diferentes con una diferencia común de -3 . Escribe una ecuación para el término n de cada secuencia.

52. **ESTIMULAR EL PENSAMIENTO** Describe una secuencia aritmética que represente las cantidades de personas en una situación de la vida real.

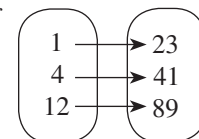
53. **RAZONAMIENTO REPETIDO** Hay leños de madera amontonados en una pila. La fila inferior tiene 20 troncos y la fila superior tiene 14 troncos. Cada fila tiene un tronco más que la fila encima de ella. ¿Cuántos troncos hay en la pila?

54. **¿CÓMO LO VES?** La gráfica de barras muestra los costos de publicidad en una revista.



- ¿La gráfica representa una secuencia aritmética? Explica.
- Explica cómo calcularías el costo de una publicidad de seis páginas en la revista.

55. **RAZONAR** Escribe una función f que represente la secuencia aritmética mostrada en el diagrama de relación.



56. **RESOLVER PROBLEMAS** Un tren se detiene en una estación cada 12 minutos empezando a las 6:00 A.M. Llegas a la estación a las 7:29 A.M. ¿Cuánto tienes que esperar hasta que llegue el tren?

57. **RAZONAMIENTO ABSTRACTO** Imagina que x es una constante. Determina si cada secuencia es una secuencia aritmética. Explica.

- $x + 6, 3x + 6, 5x + 6, 7x + 6, \dots$
- $x + 1, 3x + 1, 9x + 1, 27x + 1, \dots$

Mantener el dominio de las matemáticas Repasar lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Resuelve la desigualdad. Haz una gráfica de la solución. (Sección 2.2)

58. $x + 8 \geq -9$ 59. $15 < b - 4$ 60. $t - 21 < -12$ 61. $7 + y \leq 3$

Haz una gráfica de la función. Compara la gráfica con la gráfica de $f(x) = |x|$. Describe el dominio y el rango. (Sección 3.7)

62. $h(x) = 3|x|$ 63. $v(x) = |x - 5|$
 64. $g(x) = |x| + 1$ 65. $r(x) = -2|x|$

4.7 Funciones a trozos

Pregunta esencial ¿Cómo puedes describir una función que es representada por más de una ecuación?

EXPLORACIÓN 1 Escribir ecuaciones para una función

Trabaja con un compañero.

a. ¿La gráfica representa y como una función de x ? Justifica tu conclusión.

b. ¿Cuál es el valor de la función cuando $x = 0$? ¿Cómo puedes saberlo?

c. Escribe una ecuación que represente los valores de la función cuando $x \leq 0$.

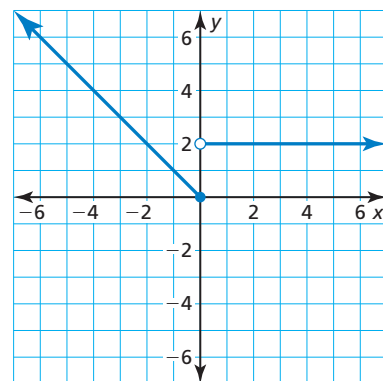
$$f(x) = \text{[]}, \text{ si } x \leq 0$$

d. Escribe una ecuación que represente los valores de la función cuando $x > 0$.

$$f(x) = \text{[]}, \text{ si } x > 0$$

e. Combina los resultados de las artes (c) y (d) para escribir una sola descripción de la función.

$$f(x) = \begin{cases} \text{[]}, & \text{si } x \leq 0 \\ \text{[]}, & \text{si } x > 0 \end{cases}$$



CONSTRUIR ARGUMENTOS VIABLES

Para dominar las matemáticas, necesitas justificar tus conclusiones y comunicárselas a los demás.

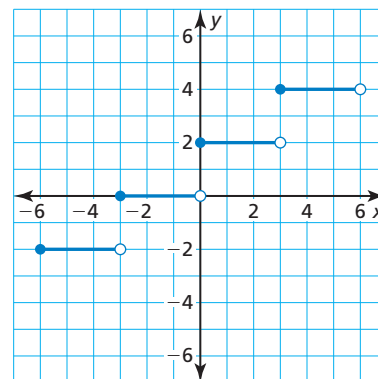
EXPLORACIÓN 2 Escribir ecuaciones para una función

Trabaja con un compañero.

a. ¿La gráfica representa y como una función de x ? Justifica tu conclusión.

b. Describe los valores de la función para los siguientes intervalos.

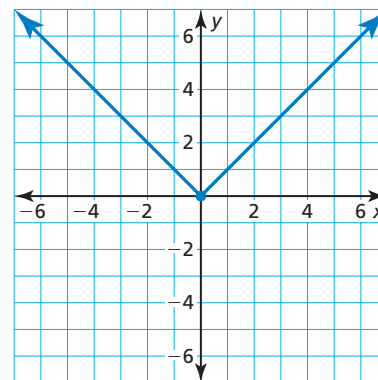
$$f(x) = \begin{cases} \text{[]}, & \text{si } -6 \leq x < -3 \\ \text{[]}, & \text{si } -3 \leq x < 0 \\ \text{[]}, & \text{si } 0 \leq x < 3 \\ \text{[]}, & \text{si } 3 \leq x < 6 \end{cases}$$



Comunicar tu respuesta

3. ¿Cómo puedes describir una función que se representa por más de una ecuación?

4. Usa dos ecuaciones para describir la función representada por la gráfica.



4.7 Lección

Vocabulario Esencial

función a trozos, pág. 218
función de pasos, pág. 220

Anterior

función de valor absoluto
forma en vértice
vértice

Qué aprenderás

- ▶ Evaluar las funciones a trozos.
- ▶ Hacer una gráfica y escribir funciones a trozos.
- ▶ Hacer una gráfica y escribir funciones de pasos.
- ▶ Escribir funciones de valor absoluto.

Evaluar las funciones a trozos

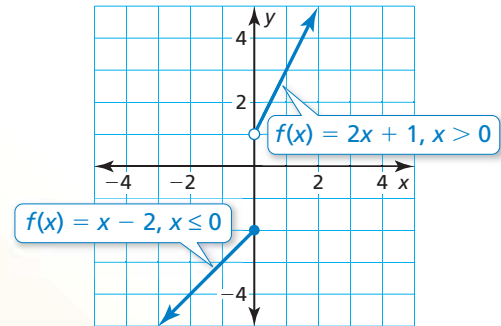
Concepto Esencial

Función a trozos

Una **función a trozos** es una función definida por dos o más ecuaciones. Cada “trozo” de la función se aplica a una parte distinta de su dominio. A continuación se muestra un ejemplo.

$$f(x) = \begin{cases} x - 2, & \text{si } x \leq 0 \\ 2x + 1, & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

- La expresión $x - 2$ representa el valor de f cuando x es menor que o igual a 0.
- La expresión $2x + 1$ representa el valor de f cuando x es mayor que 0.



EJEMPLO 1

Evaluar una función a trozos

Evalúa la función de f arriba cuando (a) $x = 0$ y (b) $x = 4$.

SOLUCIÓN

a. $f(x) = x - 2$ Como $0 \leq 0$, usa la primera ecuación.

$$f(0) = 0 - 2 \quad \text{Sustituye 0 por } x.$$

$$f(0) = -2 \quad \text{Simplifica.}$$

▶ El valor de f es -2 cuando $x = 0$.

b. $f(x) = 2x + 1$ Como $4 > 0$, usa la segunda ecuación.

$$f(4) = 2(4) + 1 \quad \text{Sustituye 4 por } x.$$

$$f(4) = 9 \quad \text{Simplifica.}$$

▶ El valor de f es 9 cuando $x = 4$.

Monitoreo del progreso



Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

Evalúa la función.

$$f(x) = \begin{cases} 3, & \text{si } x < -2 \\ x + 2, & \text{si } -2 \leq x \leq 5 \\ 4x, & \text{si } x > 5 \end{cases}$$

1. $f(-8)$

2. $f(-2)$

3. $f(0)$

4. $f(3)$

5. $f(5)$

6. $f(10)$

Hacer una gráfica y escribir funciones a trozos

EJEMPLO 2 Hacer una gráfica de una función a trozos

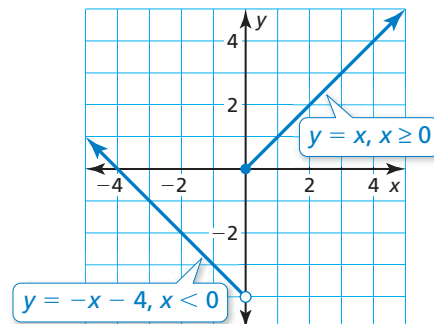
Haz una gráfica $y = \begin{cases} -x - 4, & \text{si } x < 0 \\ x, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$. Describe el dominio y el rango.

SOLUCIÓN

Paso 1 Haz una gráfica de $y = -x - 4$, para $x < 0$. Ya que x no es igual a 0, usa un círculo vacío en $(0, -4)$.

Paso 2 Haz una gráfica de $y = x$ para $x \geq 0$. Ya que x es mayor que o igual a 0, usa un círculo lleno en $(0, 0)$.

► El dominio es todos los números reales. El rango es $y > -4$.



Monitoreo del progreso Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

Haz una gráfica de la función. Describe el dominio y el rango.

7. $y = \begin{cases} x + 1, & \text{si } x \leq 0 \\ -x, & \text{si } x > 0 \end{cases}$

8. $y = \begin{cases} x - 2, & \text{si } x < 0 \\ 4x, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

EJEMPLO 3 Escribir una función a trozos

Escribe una función a trozos para la gráfica.

SOLUCIÓN

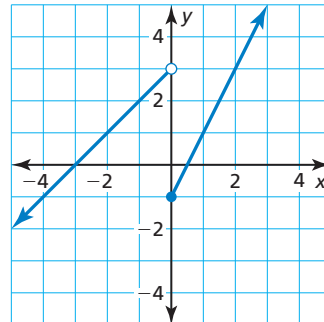
Cada “trozo” de la función es lineal.

Trozo izquierdo Cuando $x < 0$, la gráfica es la línea dada por $y = x + 3$.

Trozo derecho Cuando $x \geq 0$, la gráfica es la línea dada por $y = 2x - 1$.

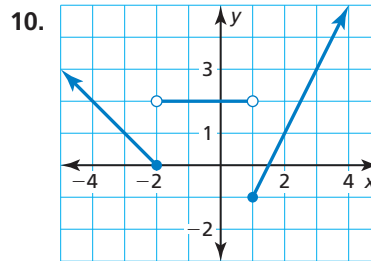
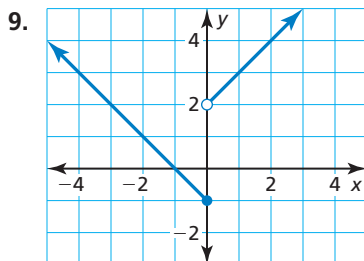
► Entonces, una función a trozos para la gráfica es

$$f(x) = \begin{cases} x + 3, & \text{si } x < 0 \\ 2x - 1, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$



Monitoreo del progreso Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

Escribe una función a trozos para la gráfica.



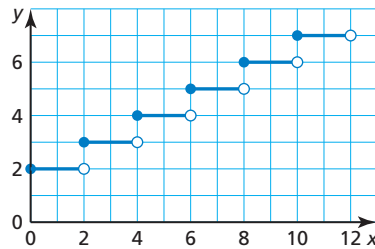
CONSEJO DE ESTUDIO

La gráfica de una función de pasos se asemeja a una escalera.



Hacer una gráfica y escribir funciones de pasos

Una **función de pasos** es una función a trozos definida por un valor constante sobre cada parte de su dominio. La gráfica de una función constante consiste en una serie de segmentos de recta.



$$f(x) = \begin{cases} 2, & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ 3, & \text{si } 2 \leq x < 4 \\ 4, & \text{si } 4 \leq x < 6 \\ 5, & \text{si } 6 \leq x < 8 \\ 6, & \text{si } 8 \leq x < 10 \\ 7, & \text{si } 10 \leq x < 12 \end{cases}$$

EJEMPLO 4

Hacer una gráfica y escribir una función de pasos

Alquilas una máquina de karaoke por 5 días. La compañía de alquiler cobra \$50 por el primer día y \$25 por cada día adicional. Escribe y haz una gráfica de una función de pasos que represente la relación entre el número x de días y el costo total y (en dólares) de alquilar la máquina de karaoke.



SOLUCIÓN

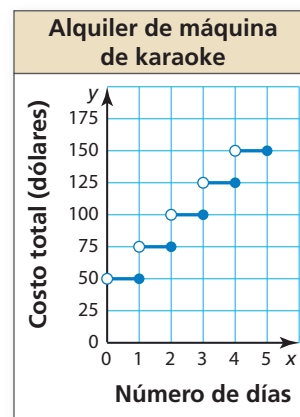
Paso 1 Usa una tabla para organizar la información.

Número de días	Costo total (dólares)
$0 < x \leq 1$	50
$1 < x \leq 2$	75
$2 < x \leq 3$	100
$3 < x \leq 4$	125
$4 < x \leq 5$	150

Paso 2 Escribe la función de pasos.

$$f(x) = \begin{cases} 50, & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ 75, & \text{si } 1 < x \leq 2 \\ 100, & \text{si } 2 < x \leq 3 \\ 125, & \text{si } 3 < x \leq 4 \\ 150, & \text{si } 4 < x \leq 5 \end{cases}$$

Paso 3 Haz una gráfica de la función de pasos.



Monitoreo del progreso



Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

11. Un paisajista alquila una astilladora por 4 días. La compañía de alquiler cobra \$100 por el primer día y \$50 por cada día adicional. Escribe y haz una gráfica de una función de pasos que represente la relación entre el número x de días y el costo total y (en dólares) de alquilar la astilladora.

Escribir funciones de valor absoluto

La función de valor absoluto $f(x) = |x|$ puede escribirse como una función a trozos.

$$f(x) = \begin{cases} -x, & \text{si } x < 0 \\ x, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

Similarmente, la forma en vértice de una función de valor absoluto $g(x) = a|x - h| + k$ puede escribirse como una función a trozos.

$$g(x) = \begin{cases} a[-(x - h)] + k, & \text{si } x - h < 0 \\ a(x - h) + k, & \text{si } x - h \geq 0 \end{cases}$$

RECUERDA

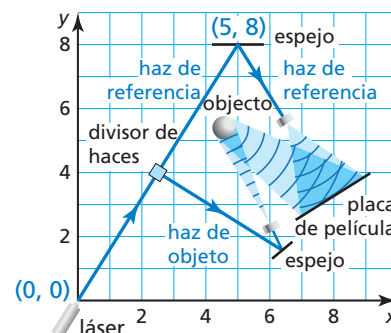
La forma en vértice de una función de valor absoluto es $g(x) = a|x - h| + k$, donde $a \neq 0$. El vértice de la gráfica de g es (h, k) .

EJEMPLO 5

Escribir una función de valor absoluto

En holografía, la luz de un haz de láser se divide en dos haces, un haz de referencia y un haz de objeto. La luz del haz de objeto refleja un objeto y se recombina con el haz de referencia para formar imágenes sobre películas que pueden usarse para crear imágenes tridimensionales.

- Escribe una función de valor absoluto que represente el recorrido del haz de referencia.
- Escribe la función de la parte (a) como una función a trozos.



SOLUCIÓN

- El vértice del recorrido del haz de referencia es $(5, 8)$. Entonces, la función tiene la forma $g(x) = a|x - 5| + 8$. Sustituye las coordenadas del punto $(0, 0)$ en la ecuación y resuelve para hallar a .

$$g(x) = a|x - 5| + 8 \quad \text{Forma en vértice de la función}$$

$$0 = a|0 - 5| + 8 \quad \text{Sustituye 0 por } x \text{ y 0 por } g(x).$$

$$-1.6 = a \quad \text{Resuelve para hallar } a.$$

- Entonces, la función $g(x) = -1.6|x - 5| + 8$ representa el recorrido del haz de referencia.

- Escribe $g(x) = -1.6|x - 5| + 8$ como una función a trozos.

$$g(x) = \begin{cases} -1.6[-(x - 5)] + 8, & \text{si } x - 5 < 0 \\ -1.6(x - 5) + 8, & \text{si } x - 5 \geq 0 \end{cases}$$

Simplifica la expresión dada y resuelve las desigualdades.

- Entonces, una función a trozos para $g(x) = -1.6|x - 5| + 8$ es

$$g(x) = \begin{cases} 1.6x, & \text{si } x < 5 \\ -1.6x + 16, & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$$

CONSEJO DE ESTUDIO

Recuerda que la gráfica de una función de valor absoluto es simétrica con respecto a la línea $x = h$. Entonces, tiene sentido que la definición de 'a trozos' divida la función en $x = 5$.

Monitoreo del progreso



Ayuda en inglés y español en BigIdeasMath.com

- ¿QUÉ PASA SI?** El haz de referencia se origina en $(3, 0)$ y se refleja en un espejo en $(5, 4)$.
 - Escribe una función de valor absoluto que represente el recorrido del haz de referencia.
 - Escribe la función de la parte (a) como una función a trozos.

Verificación de vocabulario y concepto esencial

- VOCABULARIO** Compara las funciones a trozos y las funciones de pasos.
- ESCRIBIR** Usa una gráfica para explicar por qué puedes escribir una función de valor absoluto $y = |x|$ como una función a trozos.

Monitoreo del progreso y Representar con matemáticas

En los Ejercicios 3–12, evalúa la función. (Consulta el Ejemplo 1).

$$f(x) = \begin{cases} 5x - 1, & \text{si } x < -2 \\ x + 3, & \text{si } x \geq -2 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} -x + 4, & \text{si } x \leq -1 \\ 3, & \text{si } -1 < x < 2 \\ 2x - 5, & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

- $f(-3)$
- $f(0)$
- $g(-4)$
- $g(0)$
- $g(2)$
- $f(-2)$
- $f(5)$
- $g(-1)$
- $g(1)$
- $g(5)$

13. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** En un viaje, la distancia total (en millas) que viajas en x horas está representada por la función a trozos.

$$d(x) = \begin{cases} 55x, & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ 65x - 20, & \text{si } 2 < x \leq 5 \end{cases}$$

¿Cuán lejos viajas en 4 horas?

14. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** El costo total (en dólares) de pedir x camisetas personalizadas está representado por la función a trozos.

$$c(x) = \begin{cases} 17x + 20, & \text{si } 0 \leq x < 25 \\ 15.80x + 20, & \text{si } 25 \leq x < 50 \\ 14x + 20, & \text{si } x \geq 50 \end{cases}$$

Determina el costo total de pedir 26 camisetas.

CAMISETAS PERSONALIZADAS

Cantidad	Precio/Camiseta
0-24	\$17 ⁰⁰
25-49	\$15 ⁸⁰
50+	\$14 ⁰⁰

más un \$20 de tarifa de procesamiento en todos los pedidos

En los Ejercicios 15–20, haz una gráfica de la función. Describe el dominio y el rango. (Consulta el Ejemplo 2).

- $y = \begin{cases} -x, & \text{si } x < 2 \\ x - 6, & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$
- $y = \begin{cases} 2x, & \text{si } x \leq -3 \\ -2x, & \text{si } x > -3 \end{cases}$
- $y = \begin{cases} -3x - 2, & \text{si } x \leq -1 \\ x + 2, & \text{si } x > -1 \end{cases}$
- $y = \begin{cases} x + 8, & \text{si } x < 4 \\ 4x - 4, & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$
- $y = \begin{cases} 1, & \text{si } x < -3 \\ x - 1, & \text{si } -3 \leq x \leq 3 \\ -2x + 4, & \text{si } x > 3 \end{cases}$
- $y = \begin{cases} 2x + 1, & \text{si } x \leq -1 \\ -x + 2, & \text{si } -1 < x < 2 \\ -3, & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

21. **ANÁLISIS DE ERRORES** Describe y corrige el error cometido al hallar $f(5)$ cuando

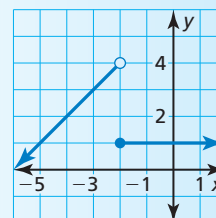
$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3, & \text{si } x < 5 \\ x + 8, & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$$



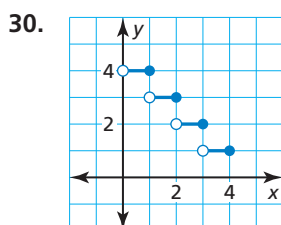
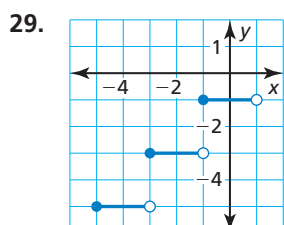
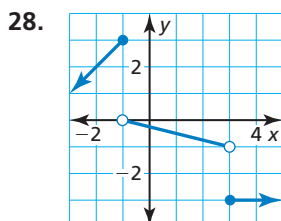
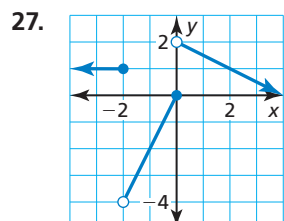
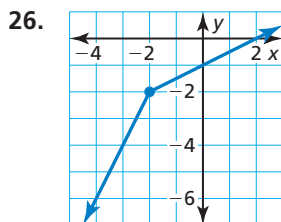
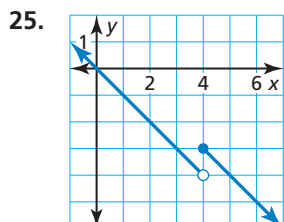
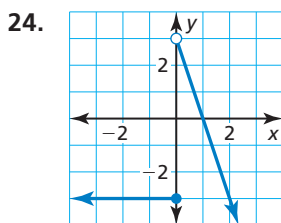
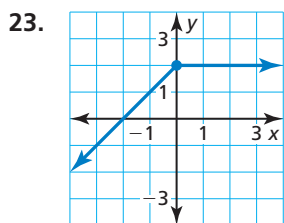
$$f(5) = 2(5) - 3 = 7$$

22. **ANÁLISIS DE ERRORES** Describe y corrige el error cometido al hacer la gráfica de

$$y = \begin{cases} x + 6, & \text{si } x \leq -2 \\ 1, & \text{si } x > -2 \end{cases}$$



En los Ejercicios 23–30, escribe una función a trozos para la gráfica. (Consulta el Ejemplo 3).



En los Ejercicios 31–34, haz una gráfica de la función a trozos. Describe el dominio y el rango.

$$31. f(x) = \begin{cases} 3, & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ 4, & \text{si } 2 \leq x < 4 \\ 5, & \text{si } 4 \leq x < 6 \\ 6, & \text{si } 6 \leq x < 8 \end{cases}$$

$$32. f(x) = \begin{cases} -4, & \text{si } 1 < x \leq 2 \\ -6, & \text{si } 2 < x \leq 3 \\ -8, & \text{si } 3 < x \leq 4 \\ -10, & \text{si } 4 < x \leq 5 \end{cases}$$

$$33. f(x) = \begin{cases} 9, & \text{si } 1 < x \leq 2 \\ 6, & \text{si } 2 < x \leq 4 \\ 5, & \text{si } 4 < x \leq 9 \\ 1, & \text{si } 9 < x \leq 12 \end{cases}$$

$$34. f(x) = \begin{cases} -2, & \text{si } -6 \leq x < -5 \\ -1, & \text{si } -5 \leq x < -3 \\ 0, & \text{si } -3 \leq x < -2 \\ 1, & \text{si } -2 \leq x < 0 \end{cases}$$

35. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** El costo de unirse a una liga deportiva interna es de \$180 por equipo e incluye a los primeros cinco miembros del equipo. Para cada miembro adicional del equipo, hay un monto de \$30. Planeas tener nueve personas en tu equipo. Escribe y haz una gráfica de una función de pasos que represente la relación entre el número p de personas en tu equipo y el costo total de unirse a la liga. (Consulta el Ejemplo 4).

36. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** Se muestran los precios de un estacionamiento. Escribe y haz una gráfica de una función de pasos que represente la relación entre el número x de horas que un auto está estacionado y el costo total de estacionamiento por 1 día.

Estacionamiento diario
Precios
\$4 por hora
\$15 Máximo diario

En los Ejercicios 37–46, escribe una función de valor absoluto como una función a trozos.

37. $y = |x| + 1$

38. $y = |x| - 3$

39. $y = |x - 2|$

40. $y = |x + 5|$

41. $y = 2|x + 3|$

42. $y = 4|x - 1|$

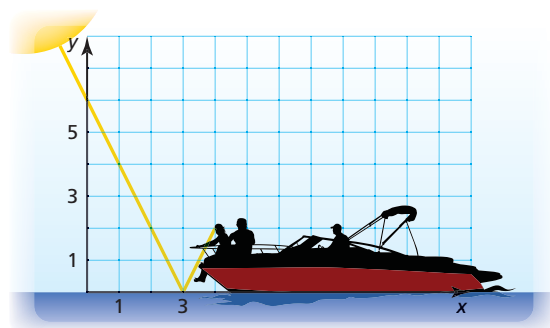
43. $y = -5|x - 8|$

44. $y = -3|x + 6|$

45. $y = -|x - 3| + 2$

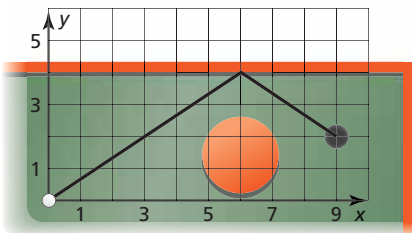
46. $y = 7|x + 1| - 5$

47. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** Estás sentado en un bote en un lago. Puedes quemarte con la luz solar que se refleja directamente sobre ti y también con la luz solar que se refleja del agua. (Consulta el Ejemplo 5).

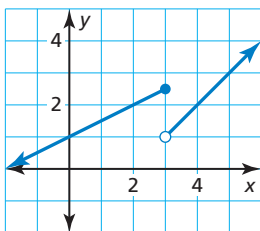


- Escribe una función de valor absoluto que represente el recorrido de la luz solar que se refleja del agua.
- Escribe la función de la parte (a) como una función a trozos.

48. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** Estás tratando de hacer un hoyo en uno en el golf en miniatura.



- a. Escribe una función de valor absoluto que represente el recorrido de la pelota de golf.
 b. Escribe la función de la parte (a) como una función a trozos.
49. **RAZONAR** La función a trozos f consiste en dos “trozos” lineales. A continuación se muestra la gráfica de f .



- a. ¿Cuál es el valor de $f(-10)$?
 b. ¿Cuál es el valor de $f(8)$?
50. **PENSAMIENTO CRÍTICO** Describe cómo cada gráfica de cada función a trozos cambia cuando $<$ es reemplazado con \leq y \geq es reemplazado con $>$. ¿El dominio y el rango cambian? Explica.

a. $f(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{si } x < 2 \\ -x - 1, & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

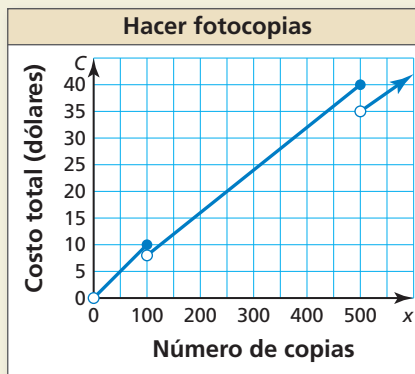
b. $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}, & \text{si } x < 1 \\ -x + 3, & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

51. **USAR LA ESTRUCTURA** Haz una gráfica de

$$y = \begin{cases} -x + 2, & \text{si } x \leq -2 \\ |x|, & \text{si } x > -2 \end{cases}$$

Describe el dominio y el rango.

52. **¿CÓMO LO VES?** La gráfica muestra el costo total C de hacer x fotocopias en una tienda de copias.



- a. ¿Cuesta más dinero hacer 100 fotocopias o 101 fotocopias? Explica.
 b. Tienes \$40 para hacer fotocopias. ¿Puedes comprar más de 500 fotocopias? Explica.
53. **USAR LA ESTRUCTURA** La salida y de la función máximo entero es el mayor entero menor que o igual al valor de entrada x . Esta función está escrita como $f(x) = \lfloor x \rfloor$. Haz una gráfica de la función para $-4 \leq x < 4$. ¿Es una función a trozos? ¿Una función a pasos? Explica.

54. **ESTIMULAR EL PENSAMIENTO** Explica por qué

$$y = \begin{cases} 2x - 2, & \text{si } x \leq 3 \\ -3, & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

no representa una función. ¿Cómo puedes redefinir y para que represente una función?

55. **ARGUMENTAR** Durante una tormenta de nieve de 9 horas, nieva a una tasa de 1 pulgada por hora por las 2 primeras horas, 2 pulgadas por hora por las próximas 6 horas y 1 pulgada por hora la última hora.
- a. Escribe y haz una gráfica de una función a trozos que represente la profundidad de la nieve durante la tormenta de nieve.
 b. Tu amigo dice que se han acumulado 12 pulgadas de nieve durante la tormenta. ¿Tiene razón tu amigo? Explica.

Mantener el dominio de las matemáticas

Repasar lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Escribe la oración como una desigualdad. Haz una gráfica de la desigualdad. (Sección 2.5)

56. Un número r es mayor que -12 pero no mayor que 13 .

57. Un número t es menor que o igual a 4 pero no menor que 18 .

Haz una gráfica de f y h . Describe las transformaciones desde la gráfica de f hacia la gráfica de h . (Sección 3.6)

58. $f(x) = x; h(x) = 4x + 3$

59. $f(x) = x; h(x) = -x - 8$

60. $f(x) = x; h(x) = -\frac{1}{2}x + 5$

4.4–4.7 ¿Qué aprendiste?

Vocabulario Esencial

diagrama de dispersión, *pág. 196*
correlación, *pág. 197*
línea de ajuste, *pág. 198*
residuo, *pág. 202*
regresión lineal, *pág. 203*
línea de mejor ajuste, *pág. 203*

coeficiente de correlación, *pág. 203*
interpolación, *pág. 205*
extrapolación, *pág. 205*
causalidad, *pág. 205*
secuencia, *pág. 210*

término, *pág. 210*
secuencia aritmética, *pág. 210*
diferencia común, *pág. 210*
función a trozos, *pág. 218*
función de pasos, *pág. 220*

Conceptos Esenciales

Sección 4.4

Diagrama de dispersión, *pág. 196*
Identificar correlaciones, *pág. 197*

Usar una línea de ajuste para representar datos, *pág. 198*

Sección 4.5

Residuos, *pág. 202*
Líneas de mejor ajuste, *pág. 203*

Correlación y causalidad, *pág. 205*

Sección 4.6

Secuencia aritmética, *pág. 210*

Ecuación para una secuencia aritmética, *pág. 212*

Sección 4.7

Función a trozos, *pág. 218*
Función de pasos, *pág. 220*

Escribir funciones de valor absoluto, *pág. 221*

Prácticas matemáticas

1. ¿Qué recursos puedes usar para ayudarte a responder el Ejercicio 17 de la página 200?
2. ¿Qué cálculos se repiten en los Ejercicios 11–16 de la página 214? Cuando hallas un término como a_{50} , ¿existe un método general o atajo que puedes usar en vez de cálculos repetidos?
3. Describe las definiciones que usaste cuando explicaste tu respuesta en el Ejercicio 53 de la página 224.

Tarea de desempeño

Cualquier comienzo

Con tantas maneras de representar una relación lineal, ¿dónde empiezas? Usa lo que sabes para utilizar ecuaciones, gráficas, tablas y contextos.

Para explorar las respuestas a esta pregunta y más, visita BigIdeasMath.com.

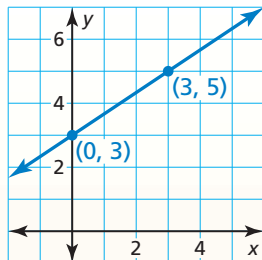


4 Repaso del capítulo

Soluciones dinámicas disponibles
en BigIdeasMath.com

4.1 Escribir ecuaciones en forma de pendiente e intersección (págs. 175–180)

Escribe una ecuación de la línea en forma de pendiente e intersección.



Halla la pendiente y la intersección con el eje y.

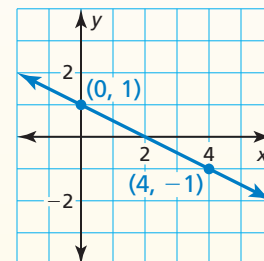
Imagina que $(x_1, y_1) = (0, 3)$ y $(x_2, y_2) = (3, 5)$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 3}{3 - 0} = \frac{2}{3}$$

Ya que la línea cruza el eje y en $(0, 3)$, la intersección con el eje y es 3.

▶ Entonces, la ecuación es $y = \frac{2}{3}x + 3$.

1. Escribe una ecuación de la línea en forma de pendiente e intersección.



4.2 Escribir ecuaciones en forma de punto y pendiente (págs. 181–186)

Escribe una ecuación de la línea en forma de punto y pendiente de la línea que pasa a través del punto $(-1, -8)$ y tiene una pendiente de 3.

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad \text{Escribe la forma de punto y pendiente.}$$

$$y - (-8) = 3[x - (-1)] \quad \text{Sustituye 3 por } m, -1 \text{ por } x_1 \text{ y } -8 \text{ por } y_1.$$

$$y + 8 = 3(x + 1) \quad \text{Simplifica.}$$

▶ La ecuación es $y + 8 = 3(x + 1)$.

2. Escribe una ecuación en forma de punto y pendiente de la línea que pasa a través del punto $(4, 7)$ y que tiene una pendiente de -1 .

Escribe una función lineal f con los valores dados.

3. $f(10) = 5, f(2) = -3$

4. $f(3) = -4, f(5) = -4$

5. $f(6) = 8, f(9) = 3$

4.3 Escribir ecuaciones de líneas paralelas y perpendiculares (págs. 187–192)

Determina cuáles de las líneas, de haberlas, son paralelas o perpendiculares.

Línea a : $y = 2x + 3$ Línea b : $2y + x = 5$ Línea c : $4y - 8x = -4$

Escribe las ecuaciones en forma de pendiente e intersección. Luego compara las pendientes.

Línea a : $y = 2x + 3$ Línea b : $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ Línea c : $y = 2x - 1$

▶ Las líneas a y c tienen pendientes de 2, entonces son paralelas. La línea b tiene una pendiente de $-\frac{1}{2}$, el recíproco negativo de 2, entonces es perpendicular a las líneas a y c .

Determina cuáles de las líneas, si las hay, son paralelas o perpendiculares. Explica

6. La línea a pasa a través de $(0, 4)$ y $(4, 3)$.
 La línea b pasa a través de $(0, 1)$ y $(4, 0)$.
 La línea c pasa a través de $(2, 0)$ y $(4, 4)$.
7. Línea $a: 2x - 7y = 14$
 Línea $b: y = \frac{7}{2}x - 8$
 Línea $c: 2x + 7y = -21$
8. Escribe una ecuación de la línea que pasa a través de $(1, 5)$ y es paralela a la línea $y = -4x + 2$.
9. Escribe una ecuación de la línea que pasa a través de $(2, -3)$ y es perpendicular a la línea $y = -2x - 3$.

4.4 Diagramas de dispersión y líneas de ajuste (págs. 195–200)

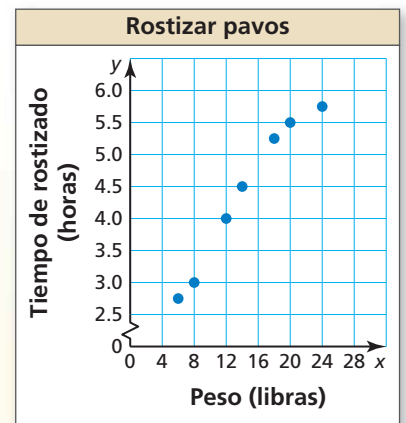
El diagrama de dispersión muestra los tiempos de rostizado (en horas) y los pesos (en libras) de siete pavos. Dí si los datos muestran una correlación *positiva*, *negativa* o *ninguna* correlación.

A medida que aumenta el peso del pavo, aumenta el tiempo de rostizado.

- ▶ Entonces, el diagrama de dispersión muestra una correlación positiva.

Usa el diagrama de dispersión del ejemplo.

10. ¿Cuál es el tiempo de rostizado para un pavo de 12 libras?
11. Escribe una ecuación que represente el tiempo de rostizado como una función del peso de un pavo. Interpreta la pendiente y la intersección con el eje y de la línea de ajuste.



4.5 Analizar líneas de ajuste (págs. 201–208)

La tabla muestra las alturas x (en pulgadas) y las tallas de zapatos y de varios alumnos. Usa una calculadora gráfica para hallar una ecuación de la línea de mejor ajuste. Identifica e interpreta el coeficiente de correlación.

Paso 1 Ingresar los datos desde la tabla en dos listas.

Paso 2 Usa el atributo de *regresión lineal*.

Registro Lineal
 $y = ax + b$
 $a = .4989919355$
 $b = -23.4828629$
 $r^2 = .9477256904$
 $r = .9735120392$

- ▶ Una ecuación de la línea de mejor ajuste es $y = 0.50x - 23.5$. El coeficiente de correlación es aproximadamente 0.974. Esto significa que la relación entre las alturas y las tallas de zapatos tienen una fuerte correlación positiva y que la ecuación representa de cerca los datos.

12. Haz un diagrama de dispersión de los residuos para verificar que el modelo del ejemplo sea un buen ajuste.
13. Usa los datos del ejemplo. (a) Aproxima la altura de un alumno cuya talla de zapato es 9. (b) Predice la talla de zapato de un alumno cuya altura es 60 pulgadas.
14. ¿Existe una relación causal en los datos del ejemplo? Explica.

Altura, x	Talla de zapato, y
64	9
62	7
70	12
63	8
72	13
68	9.5
66	9
74	13.5
68	10
59	6.5

4.6 Secuencias aritméticas (págs. 209–216)

Escribe una ecuación para el término n de la secuencia aritmética $-3, -5, -7, -9, \dots$.
Luego halla a_{20} .

El primer término es -3 y la diferencia común es -2 .

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \quad \text{Ecuación para una secuencia aritmética}$$

$$a_n = -3 + (n - 1)(-2) \quad \text{Sustituye } -3 \text{ por } a_1 \text{ y } -2 \text{ por } d.$$

$$a_n = -2n - 1 \quad \text{Simplifica.}$$

Usa la ecuación para hallar el término 20.

$$a_{20} = -2(20) - 1 \quad \text{Sustituye } 20 \text{ por } n.$$

$$= -41 \quad \text{Simplifica.}$$

► El término 20 de la secuencia aritmética es -41 .

Escribe una ecuación para el término n de la secuencia aritmética. Luego halla a_{30} .

15. $11, 10, 9, 8, \dots$

16. $6, 12, 18, 24, \dots$

17. $-9, -6, -3, 0, \dots$

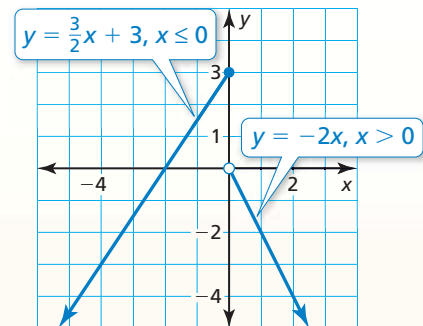
4.7 Funciones a trozos (págs. 217–224)

Haz una gráfica de $y = \begin{cases} \frac{3}{2}x + 3, & \text{si } x \leq 0 \\ -2x, & \text{si } x > 0 \end{cases}$. Describe el dominio y rango.

Paso 1 Haz una gráfica de $y = \frac{3}{2}x + 3$ para $x \leq 0$. Ya que x es menor que o igual a 0, usa un círculo lleno en $(0, 3)$.

Paso 2 Haz una gráfica de $y = -2x$ para $x > 0$. Ya que x no es igual a 0, usa un círculo vacío en $(0, 0)$.

► El dominio es todos los números reales. El rango es $y \leq 3$.



18. Evalúa la función en el ejemplo cuando (a) $x = 0$
y (b) $x = 5$.

Haz una gráfica de la función. Describe el dominio y rango.

19. $y = \begin{cases} x + 6, & \text{si } x \leq 0 \\ -3x, & \text{si } x > 0 \end{cases}$

20. $y = \begin{cases} 4x + 2, & \text{si } x < -4 \\ 2x - 6, & \text{si } x \geq -4 \end{cases}$

Escribe la función de valor absoluto como una función a trozos.

21. $y = |x| + 15$

22. $y = 4|x + 5|$

23. $y = 2|x + 2| - 3$

24. Estás organizando una feria escolar y alquilas una máquina para hacer palomitas de maíz por 3 días. La compañía de alquiler cobra \$65 por el primer día y \$35 por cada día adicional. Escribe y haz una gráfica de una función de pasos que represente la relación entre el número x de días y el costo total y (en dólares) de alquilar la máquina para hacer palomitas.

4 Prueba del capítulo

Haz una gráfica de la función. Describe el dominio y el rango.

$$1. y = \begin{cases} 2x + 4, & \text{si } x \leq -1 \\ \frac{1}{3}x - 1, & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

$$2. y = \begin{cases} 1, & \text{si } 0 \leq x < 3 \\ 0, & \text{si } 3 \leq x < 6 \\ -1, & \text{si } 6 \leq x < 9 \\ -2, & \text{si } 9 \leq x < 12 \end{cases}$$

Escribe una ecuación en forma de pendiente e intersección de la línea con las características dadas.

- pendiente = $\frac{2}{5}$; intersección con el eje $y = -7$
- pasa a través de $(0, 6)$ y $(3, -3)$
- es paralela a la línea $y = 3x - 1$; pasa a través de $(-2, -8)$
- es perpendicular a la línea $y = \frac{1}{4}x - 9$; pasa a través de $(1, 1)$

Escribe una ecuación en forma de punto y pendiente con las características dadas.

- pendiente = 10; pasa a través de $(6, 2)$
- pasa a través de $(-3, 2)$ y $(6, -1)$
- La primera fila de un auditorio tiene 42 asientos. Cada fila después de la primera tiene tres asientos más que la fila anterior a ella.
 - Halla el número de asientos de la Fila 25.
 - ¿Qué fila tiene 90 asientos?

- La tabla muestra la cantidad x (en dólares) gastados en publicidad para un festival vecinal y la asistencia y al festival durante varios años.
 - Haz un diagrama de dispersión de los datos. Describe la correlación.
 - Escribe una ecuación que represente la asistencia como una función del monto gastado en publicidad.
 - Interpreta la pendiente y la intersección con el eje y de la línea de ajuste.

Publicidad (dólares), x	Asistencia anual, y
500	400
1000	550
1500	550
2000	800
2500	650
3000	800
3500	1050
4000	1100

- Considera los datos de la tabla del ejercicio 10.
 - Usa una calculadora gráfica para hallar una ecuación de la línea de mejor ajuste.
 - Identifica e interpreta el coeficiente de correlación.
 - ¿Cómo esperarías que se viera el diagrama de dispersión de los residuos?
 - ¿Existe una relación causal en los datos? Explica tu razonamiento.
 - Predice el monto que se debe gastar en publicidad para hacer que 2000 personas asistan al festival.

- Imagina que a , b , c y d son constantes. Determina cuáles de las líneas, de haberlas, son paralelas o perpendiculares. Explica.

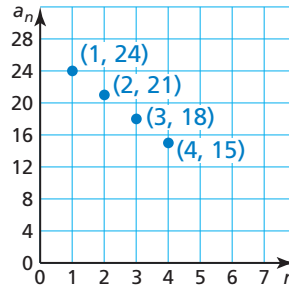
$$\text{Línea 1: } y - c = ax \quad \text{Línea 2: } ay = -x - b \quad \text{Línea 3: } ax + y = d$$

- Escribe una función a trozos definida por tres ecuaciones que tenga de dominio a todos los números reales y un rango de $-3 < y \leq 1$.

4 Evaluación acumulativa

1. ¿Qué función representa la secuencia aritmética mostrada en la gráfica?

- (A) $f(n) = 15 + 3n$
- (B) $f(n) = 4 - 3n$
- (C) $f(n) = 27 - 3n$
- (D) $f(n) = 24 - 3n$



2. ¿Cuáles de las desigualdades son equivalentes?

$$3x + 6 \leq 8 + 2x$$

$$5x - 5 \geq 7x - 9$$

$$12 - 3x \leq 18$$

$$-2 - \frac{3}{2}x \geq -3 - x$$

3. Completa la tabla para las cuatro situaciones a continuación. Explica tu razonamiento.

- a. el precio de un par de pantalones y el número vendido
- b. el número de celulares y el número de taxis en una ciudad
- c. el coeficiente intelectual de una persona y el tiempo que ésta se demora en correr 50 metros
- d. la cantidad de tiempo dedicado a estudiar y el puntaje obtenido

Situación	Correlación		Causalidad	
	Sí	No	Sí	No
a.				
b.				
c.				
d.				

4. Considera la función $f(x) = x - 1$. Selecciona las funciones que se muestran en la gráfica. Explica tu razonamiento.

$$g(x) = f(x + 2)$$

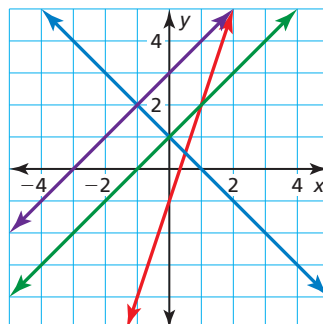
$$h(x) = f(3x)$$

$$k(x) = f(x) + 4$$

$$p(x) = f(-x)$$

$$r(x) = 3f(x)$$

$$q(x) = -f(x)$$

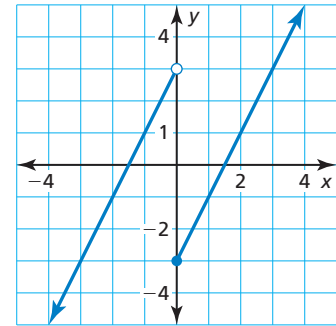


5. Usa los números para llenar valores para m y b en la ecuación $y = mx + b$ para que su gráfica pase a través de los puntos $(6, 1)$ y $(-2, -3)$.

-5 -2 -1 $-\frac{1}{2}$ 0 $\frac{1}{2}$ 1 2 5

6. Completa la función a trozos con $-$, $+$, $<$, \leq , $>$ o \geq para que la función quede representada por la gráfica.

$$y = \begin{cases} 2x \quad \square \quad 3, & \text{si } x \quad \square \quad 0 \\ 2x \quad \square \quad 3, & \text{si } x \quad \square \quad 0 \end{cases}$$



7. Afirmas que puedes crear una relación que es una función y tu amiga afirma que ella puede crear una relación que no es una función. Usando los números dados, crea una relación de cinco pares ordenados que respalden tu afirmación. ¿Qué relación de cinco pares ordenados puede usar tu amiga para respaldar su afirmación?

-4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4

8. Tienes dos cupones que puedes usar en un restaurante. Escribe y resuelve una ecuación para determinar cuánto debe ser tu cuenta total, para que ambos cupones te ahorren la misma cantidad de dinero.



9. La tabla muestra las temperaturas altas diarias x (en grados Fahrenheit) y los números y de barras de fruta heladas vendidas en ocho días seleccionados al azar. La ecuación $y = 3x - 50$ representa los datos.

Temperatura ($^{\circ}\text{F}$), x	54	60	68	72	78	84	92	98
Barras de fruta helada, y	40	120	180	260	280	260	220	180

- a. Selecciona los puntos que aparecen en un diagrama de dispersión de los residuos.

(92, -6) (78, 96) (60, -10) (84, 58) (98, -64)
 (72, 94) (54, -72) (96, 78) (60, 10) (68, 26)

- b. Determina si el modelo es un buen ajuste para los datos. Explica tu razonamiento.