3 Hacer gráficas de funciones lineales

Sumergible *(pág. 140)*

Básquetbol *(pág. 134)*

Velocidad de la luz *(pág. 125)*

Monedas *(pág. 116)*

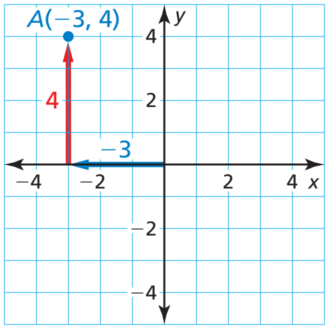
Viaje en taxi *(pág. 109)*

Mantener el dominio de las matemáticas

Marcar puntos

Ejemplo 1 **Marca el punto $A\,(-3, 4)$ en un plano de coordenadas. Describe la ubicación del punto.**

Comienza en el origen. Mueve 3 unidades hacia la izquierda y 4 unidades hacia arriba. Luego, marca el punto. El punto está en el cuadrante II.



Marca el punto en un plano de coordenadas. Describe la ubicación del punto.

1. $A(3, 2)$ **2.** $B(-5, 1)$ **3.** $C(0, 3)$

4. $D(-1, -4)$ **5.** $E(-3, 0)$ **6.** $F(2, -1)$

Evaluar expresiones

Ejemplo 2 **Evalúa $4x - 5$ si $x = 3$.**

$4x - 5 = 4(3) - 5$ Sustituye 3 por x.

$= 12 - 5$ Multiplica.

$= 7$ Resta.

Ejemplo 3 **Evalúa $-2x + 9$ si $x = -8$.**

$-2x + 9 = -2(-8) + 9$ Sustituye -8 por x.

$= 16 + 9$ Multiplica.

$= 25$ Suma.

Evalúa la expresión para el valor dado de *x*.

7. $3x - 4;\ x = 7$ **8.** $-5x + 8;\ x = 3$ **9.** $10x + 18;\ x = 5$

10. $-9x - 2;\ x = -4$ **11.** $24 - 8x;\ x = -2$ **12.** $15x + 9;\ x = -1$

13. **RAZONAMIENTO ABSTRACTO** Sean a y b números reales positivos. Describe cómo marcar (a, b), $(-a, b)$, $(a, -b)$ y $(-a, -b)$.

Prácticas matemáticas

Los estudiantes que dominan las matemáticas usan herramientas tecnológicas para explorar conceptos.

Usar una calculadora gráfica

Concepto Esencial

Ventana de visualización estándar y cuadrada

La pantalla de una calculadora gráfica típica tiene una razón de altura a ancho de 2 a 3. Esto significa que cuando usas la *ventana de visualización estándar* de −10 a 10 (en cada eje), la gráfica no estará en su perspectiva real.

```
VENTANA
Xmin=-10
Xmax=10
Xscl=1
Ymin=-10
Ymax=10
Yscl=1
```

Esta es la ventana de visualización estándar.

Para ver una gráfica en su perspectiva real, necesitas usar una *ventana de visualización cuadrada*, donde las marcas en el eje x tienen el mismo espaciado que las marcas en el eje y.

```
VENTANA
Xmin=-9
Xmax=9
Xscl=1
Ymin=-6
Ymax=6
Yscl=1
```

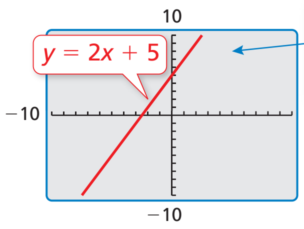
Esta es una ventana de visualización cuadrada.

EJEMPLO 1 **Usar una calculadora gráfica**

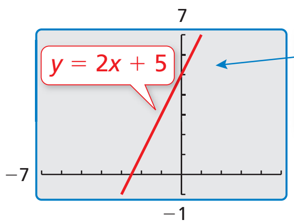
Usa una calculadora gráfica para hacer una gráfica de $y = 2x + 5$.

SOLUCIÓN

Escribe la ecuación $y = 2x + 5$ en tu calculadora. Luego, haz una gráfica de la ecuación. La ventana de visualización estándar no muestra la gráfica en su perspectiva real. Fíjate que las marcas en el eje y están más cerca entre sí que las marcas del eje x. Para ver la gráfica en su perspectiva real, usa una ventana de visualización cuadrada.



Esta es la gráfica en la ventana de visualización estándar.



Esta es la gráfica en la ventana de visualización cuadrada.

Monitoreo del progreso

Determina si la ventana de visualización es cuadrada. Explica.

1. $-8 \le x \le 7,\ -3 \le y \le 7$ **2.** $-6 \le x \le 6,\ -9 \le y \le 9$ **3.** $-18 \le x \le 18,\ -12 \le y \le 12$

Usa una calculadora gráfica para hacer una gráfica de la ecuación. Usa una ventana de visualización cuadrada.

4. $y = x + 3$ **5.** $y = -x - 2$ **6.** $y = 2x - 1$

7. $y = -2x + 1$ **8.** $y = -\frac{1}{3}x - 4$ **9.** $y = \frac{1}{2}x + 2$

10. ¿Cómo cambia la apariencia de la pendiente de una recta entre una ventana de visualización estándar y una ventana de visualización cuadrada?

3.1 Funciones

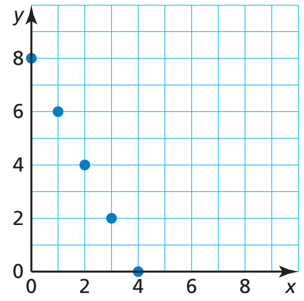
Pregunta esencial ¿Qué es una función?

Una **relación** une las entradas con las salidas. Cuando una relación se da en forma de pares ordenados, las coordenadas x son las entradas y las coordenadas y son las salidas. Una relación que une cada entrada con *exactamente una* salida es una **función**.

EXPLORACIÓN 1 Describir una función

Trabaja con un compañero. Las funciones pueden describirse de muchas maneras.

- por una ecuación
- por una tabla de entrada y salida
- usando palabras
- por una gráfica
- por un conjunto de pares ordenados



a. Explica por qué la gráfica que se muestra representa una función.

b. Describe la función de dos otras maneras.

ANALIZAR RELACIONES

Para dominar las matemáticas, necesitas analizar las relaciones desde un punto de vista matemático para sacar conclusiones.

EXPLORACIÓN 2 Identificar funciones

Trabaja con un compañero. Determina si cada relación representa una función. Explica tu razonamiento.

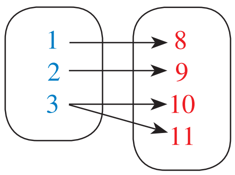
a.

Entrada, x	0	1	2	3	4
Salida, y	8	8	8	8	8

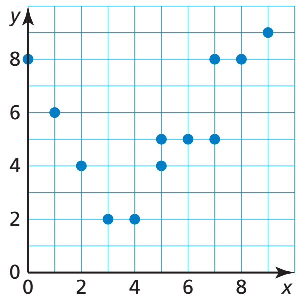
b.

Entrada, x	8	8	8	8	8
Salida, y	0	1	2	3	4

c. Entrada, x Salida, y



d.



e. $(-2, 5), (-1, 8), (0, 6), (1, 6), (2, 7)$

f. $(-2, 0), (-1, 0), (-1, 1), (0, 1), (1, 2), (2, 2)$

g. Cada frecuencia de radio x en un área auditiva tiene exactamente una estación de radio y.

h. La misma estación de televisión x puede hallarse en más de un canal y.

i. $x = 2$

j. $y = 2x + 3$

Comunicar tu respuesta

3. ¿Qué es una función? Da ejemplos de relaciones, diferentes a los ejemplos de las exploraciones 1 y 2, que (a) sean funciones y (b) no sean funciones.

3.1 Lección

Qué aprenderás

- Determinar si las relaciones son funciones.
- Hallar el dominio y el rango de una función.
- Identificar las variables independientes y dependientes de las funciones.

Vocabulario Esencial

relación, *pág. 104*
función, *pág. 104*
dominio, *pág. 106*
rango, *pág. 106*
variable independiente, *pág. 107*
variable dependiente, *pág. 107*

Anterior
par ordenado
diagrama de relación

Determinar si las relaciones son funciones

Una **relación** une las entradas con las salidas. Cuando una relación se da en forma de pares ordenados, las coordenadas x son las entradas y las coordenadas y son las salidas. Una relación que une cada entrada con *exactamente* una salida es una **función**.

EJEMPLO 1 Determinar si las relaciones son funciones

Determina si cada relación es una función. Explica.

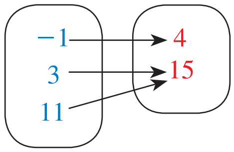
a. $(-2, 2), (-1, 2), (0, 2), (1, 0), (2, 0)$

b. $(4, 0), (8, 7), (6, 4), (4, 3), (5, 2)$

c.

Entrada, *x*	-2	-1	0	0	1	2
Salida, *y*	3	4	5	6	7	8

d. **Entrada, *x*** **Salida, *y***



RECUERDA
Una relación puede representarse con un diagrama de relación.

SOLUCIÓN

a. Cada entrada tiene exactamente una salida.

- Entonces, la relación es una función.

b. La entrada 4 tiene dos salidas, 0 y 3.

- Entonces, la relación *no* es una función.

c. La entrada 0 tiene dos salidas, 5 y 6.

- Entonces, la relación *no* es una función.

d. Cada entrada tiene exactamente una salida.

- Entonces, la relación es una función.

Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

Determina si la relación es una función. Explica.

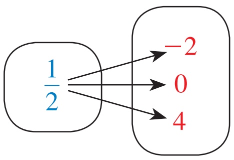
1. $(-5, 0), (0, 0), (5, 0), (5, 10)$

2. $(-4, 8), (-1, 2), (2, -4), (5, -10)$

3.

Entrada, *x*	**Salida, *y***
2	2.6
4	5.2
6	7.8

4. **Entrada, *x*** **Salida, *y***

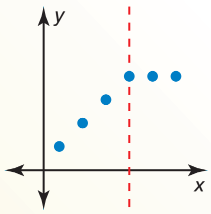


Concepto Esencial

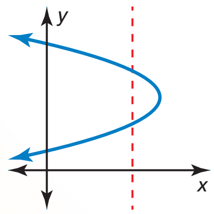
Prueba de la recta vertical

Palabras Una gráfica representa una función cuando no pasa ninguna recta vertical por más de un punto en la gráfica.

Ejemplos Función



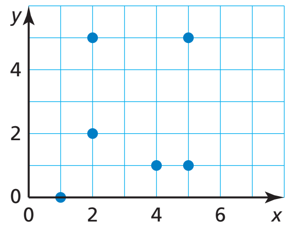
No función



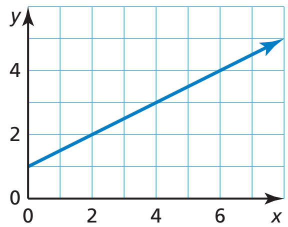
EJEMPLO 2 Usar la prueba de la recta vertical

Determina si cada gráfica representa una función. Explica.

a.



b.



SOLUCIÓN

a. Puedes trazar una recta vertical por (2, 2) y (2, 5).

▶ Entonces, la gráfica *no* representa una función.

b. No puede trazarse ninguna recta vertical por más de un punto en la gráfica.

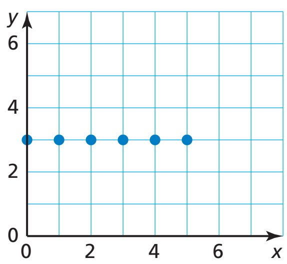
▶ Entonces, la gráfica representa una función.

Monitoreo del progreso

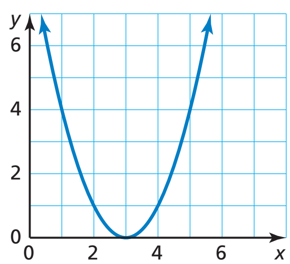
Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

Determina si la gráfica es una función. Explica.

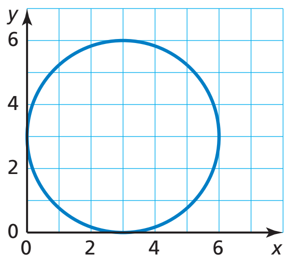
5.



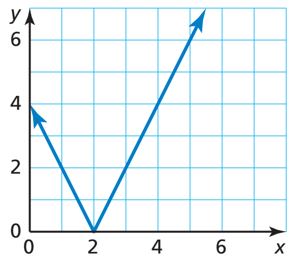
6.



7.



8.



Hallar el dominio y el rango de una función

Concepto Esencial

El dominio y el rango de una función

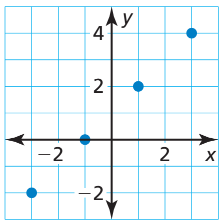
El **dominio** de una función es el conjunto de todos los valores de entrada posibles.

El **rango** de una función es el conjunto de todos los valores de salida posibles.

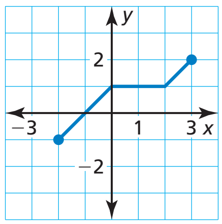
EJEMPLO 3 **Hallar el dominio y el rango a partir de una gráfica**

Halla el dominio y el rango de la función que representa la gráfica.

a.



b.



SOLUCIÓN

a. Escribe los pares ordenados. Identifica las entradas y las salidas.

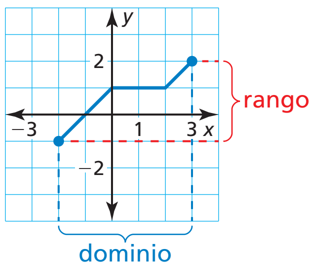
entradas

$(-3, -2), (-1, 0), (1, 2), (3, 4)$

salidas

▶ El dominio es -3, -1, 1 y 3.
El rango es -2, 0, 2 y 4.

b. Identifica los valores de x e y que representa la gráfica.



▶ El dominio es $-2 \leq x \leq 3$.
El rango es $-1 \leq y \leq 2$.

CONSEJO DE ESTUDIO

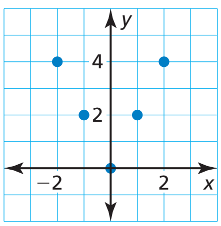
Una relación también tiene un dominio y un rango.

Monitoreo del progreso

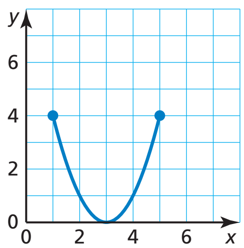
Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

Halla el dominio y el rango de la función que representa la gráfica.

9.



10.



Identificar variables independientes y dependientes

La variable que representa los valores de entrada de una función es la **variable independiente** porque puede ser *cualquier* valor en el dominio. La variable que representa los valores de salida de una función es la **variable dependiente** porque *depende* del valor de la variable independiente. Cuando una ecuación representa una función, la variable dependiente se define en términos de la variable independiente. El enunciado "y es una función de x" significa que y varía según el valor de x.

$$y = -x + 10$$

variable dependiente, y — variable independiente, x

EJEMPLO 4 Identificar variables independientes y dependientes

La función $y = -3x + 12$ representa la cantidad y (en onzas líquidas) de jugo que queda en una botella después de que tú bebes x tragos.

a. Identifica las variables independientes y dependientes.

b. El dominio es 0, 1, 2, 3, y 4. ¿Cuál es el rango?

SOLUCIÓN

a. La cantidad y de jugo que queda depende del número x tragos.

▶ Entonces, y es la variable dependiente y x es la variable independiente.

b. Haz una tabla de entrada y salida para hallar el rango.

Entrada, x	$-3x + 12$	Salida, y
0	$-3(0) + 12$	12
1	$-3(1) + 12$	9
2	$-3(2) + 12$	6
3	$-3(3) + 12$	3
4	$-3(4) + 12$	0

▶ El rango es 12, 9, 6, 3, y 0.

Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

11. La función $a = -4b + 14$ representa el número a de aguacates que te quedan después de preparar b tandas de guacamole.

a. Identifica las variables independientes y dependientes.

b. El dominio es 0, 1, 2 y 3. ¿Cuál es el rango?

12. La función $t = 19m + 65$ representa la temperatura t (en grados Fahrenheit) de un horno después de precalentarlo durante m minutos.

a. Identifica las variables independientes y dependientes.

b. Para una receta, se necesita que un horno esté a una temperatura de 350 °F. Describe el dominio y el rango de la función.

3.1 Ejercicios

Soluciones dinámicas disponibles en *BigIdeasMath.com*

Verificación de vocabulario y concepto esencial

1. **ESCRIBIR** ¿En qué se diferencian las variables independientes y las variables dependientes?

2. **DISTINTAS PALABRAS, LA MISMA PREGUNTA** ¿Cuál es diferente? Halla "ambas" respuestas.

x	−1	0	1
y	7	5	−1

Halla el rango de la función que representa la tabla.

Halla las entradas de la función que representa la tabla.

Halla los valores de *x* de la función que representan (−1, 7), (0, 5) y (1, −1).

Halla el dominio de la función que representan (−1, 7), (0, 5) y (1, −1).

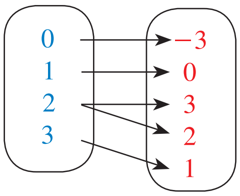
Monitoreo del progreso y Representar con matemáticas

En los Ejercicios 3–8, determina si la relación es una función. Explica. *(Consulta el Ejemplo 1).*

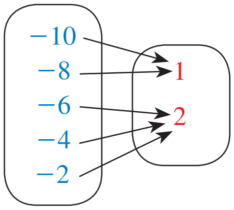
3. (1, −2), (2, 1), (3, 6), (4, 13), (5, 22)

4. (7, 4), (5, −1), (3, −8), (1, −5), (3, 6)

5. **Entrada, *x*** **Salida, *y***



6. **Entrada, *x*** **Salida, *y***



7.

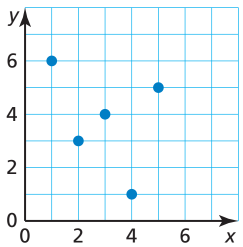
Entrada, *x*	16	1	0	1	16
Salida, *y*	−2	−1	0	1	2

8.

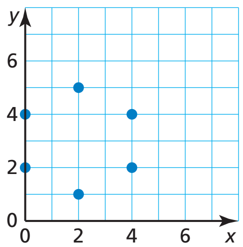
Entrada, *x*	−3	0	3	6	9
Salida, *y*	11	5	−1	−7	−13

En los Ejercicios 9–12, determina si la gráfica representa una función. Explica. *(Consulta el Ejemplo 2).*

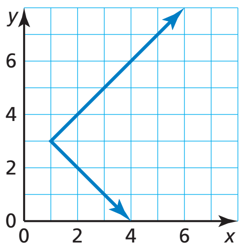
9.



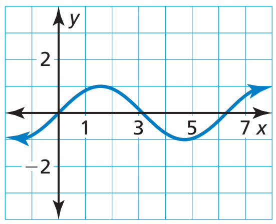
10.



11.

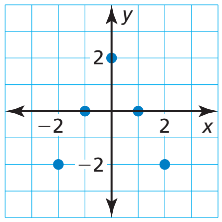


12.

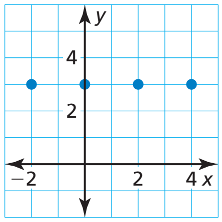


En los Ejercicios 13–16, halla el dominio y el rango de la función que representa la gráfica. *(Consulta el Ejemplo 3).*

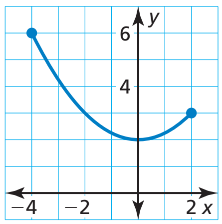
13.



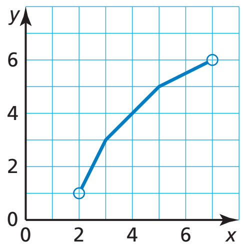
14.



15.



16.



17. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** La función $y = 25x + 500$ representa tu renta mensual y (en dólares) cuando pagas x días más tarde. *(Consulta el Ejemplo 4).*

   a. Identifica las variables independientes y dependientes.

   b. El dominio es 0, 1, 2, 3, 4 y 5. ¿Cuál es el rango?

18. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** La función $y = 3.5x + 2.8$ representa el costo y (en dólares) de un viaje en taxi de x millas.

a. Identifica las variables independientes y dependientes.

b. Tienes dinero suficiente para viajar como máximo 20 millas en el taxi. Halla el dominio y el rango de la función.

ANÁLISIS DE ERRORES **En los Ejercicios 19 y 20, describe y corrige el error en el enunciado sobre la relación que se muestra en la tabla.**

Entrada, x	1	2	3	4	5
Salida, y	6	7	8	6	9

19. ✗ La relación *no* es una función. Una salida está unida con dos entradas.

20. ✗ La relación es una función. El rango es 1, 2, 3, 4 y 5.

ANALIZAR RELACIONES **En los Ejercicios 21 y 22, identifica las variables independientes y dependientes.**

21. El número de monedas de veinticinco centavos que pones en un parquímetro afecta la cantidad de tiempo que tienes en el parquímetro.

22. La carga de batería que queda en tu reproductor de MP3 se basa en la cantidad de tiempo que lo escuchas.

23. **REPRESENTACIONES MÚLTIPLES** El balance y (en dólares) de tu cuenta de ahorros es una función del mes x.

Mes, x	0	1	2	3	4
Balance (dólares), y	100	125	150	175	200

a. Describe la situación en palabras.

b. Escribe la función como un conjunto de pares ordenados.

c. Marca los pares ordenados en un plano de coordenadas.

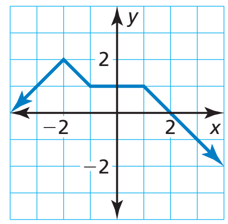
24. **REPRESENTACIONES MÚLTIPLES** La función $1.5x + 0.5y = 12$ representa el número de libros de cubierta dura x y libros de cubierta blanda y que puedes comprar en una venta de libros usados.

a. Resuelve la ecuación para hallar el valor de y.

b. Haz una tabla de entrada y salida para hallar los pares ordenados de la función.

c. Marca los pares ordenados en un plano de coordenadas.

25. **PRESTAR ATENCIÓN A LA PRECISIÓN** La gráfica representa una función. Halla el valor de entrada correspondiente con una salida de 2.



26. **FINAL ABIERTO** Completa la tabla de manera que cuando t es la variable independiente, la relación sea una función y cuando t es la variable dependiente, la relación no sea una función.

t				
v				

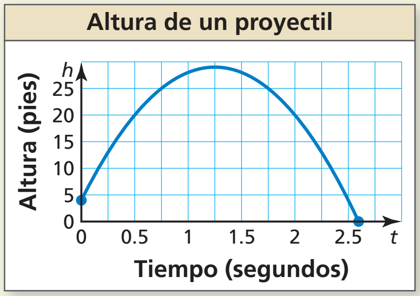
27. **ANÁLIZAR RELACIONES** Para elegir objetos de una máquina dispensadora, presiona una letra y luego un número.

a. Explica por qué la relación que une las combinaciones de letra y número con la comida o la bebida es una función.

b. Identifica las variables independientes y dependientes.

c. Halla el dominio y el rango de la función.

28. **¿CÓMO LO VES?** La gráfica representa la altura h de un proyectil después de t segundos.



a. Explica por qué h es una función de t.

b. Aproxima la altura del proyectil después de 0.5 segundo y después de 1.25 segundos.

c. Aproxima el dominio de la función.

d. ¿Es t una función de h? Explica.

29. **ARGUMENTAR** Tu amigo dice que una recta siempre representa una función. ¿Tiene razón tu amigo? Explica.

30. **ESTIMULAR EL PENSAMIENTO** Escribe una función donde las entradas y/o las salidas no son números. Identifica las variables independientes y dependientes. Luego, halla el dominio y el rango de la función.

PRESTAR ATENCIÓN A LA PRECISIÓN **En los Ejercicios 31–34, determina si el enunciado usa la palabra *función* de una manera matemáticamente correcta. Explica tu razonamiento.**

31. El precio de venta de un objeto es una función del costo de fabricar el objeto.

32. El impuesto sobre la venta de un objeto comprado en un estado determinado es una función del precio de venta.

33. Una función une cada estudiante de tu escuela con un maestro del salón de clase.

34. Una función une cada chaperona en una excursión escolar con 10 estudiantes.

RAZONAR **En los Ejercicios 35–38, indica si el enunciado es verdadero o falso. Si es falso, explica por qué.**

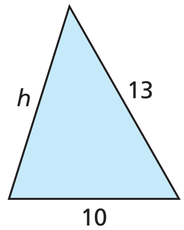
35. Toda función es una relación.

36. Toda relación es una función.

37. Cuando intercambias las entradas y las salidas de cualquier función, la relación consiguiente es una función.

38. Cuando el dominio de una función tiene un número infinito de valores, el rango siempre tiene un número infinito de valores.

39. **CONEXIONES MATEMÁTICAS** Considera el triángulo que se muestra.



a. Escribe una función que represente el perímetro del triángulo.

b. Identifica las variables independientes y dependientes.

c. Describe el dominio y el rango de la función. (*Pista*: La suma de las longitudes de dos lados cualesquiera de un triángulo es mayor que la longitud del lado que queda).

RAZONAR **En los Ejercicios 40–43, halla el dominio y el rango de la función.**

40. $y = |x|$

41. $y = -|x|$

42. $y = |x| - 6$

43. $y = 4 - |x|$

Mantener el dominio de las matemáticas

Repasar lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Escribe la oración como una desigualdad. *(Sección 2.1)*

44. Un número y es menor que 16.

45. Tres no es menos que un número x.

46. Siete es como máximo el cociente de un número d y –5.

47. La suma de un número w y 4 es más que –12.

Evalúa la expresión. *(Manual de revisión de destrezas)*

48. 11^2

49. $(-3)^4$

50. -5^2

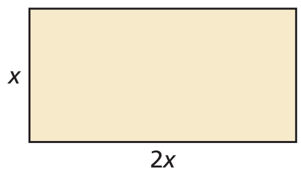
51. 2^5

3.2 Funciones lineales

Pregunta esencial ¿Cómo puedes determinar si una función es lineal o no lineal?

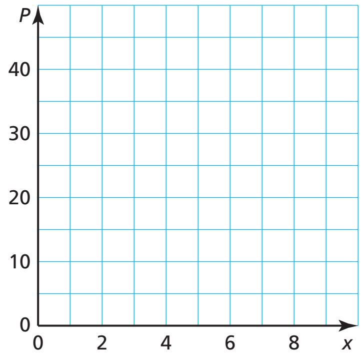
EXPLORACIÓN 1 Hallar patrones para figuras semejantes

Trabaja con un compañero. Copia y completa cada tabla para la secuencia de figuras semejantes. (En las partes (a) y (b), usa el rectángulo que se muestra). Haz una gráfica de los datos de cada tabla. Decide si cada patrón es lineal o no lineal. Justifica tu conclusión.



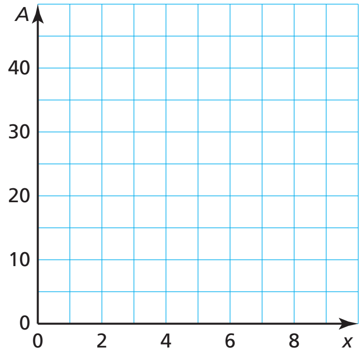
a. perímetros de rectángulos semejantes

x	1	2	3	4	5
P					



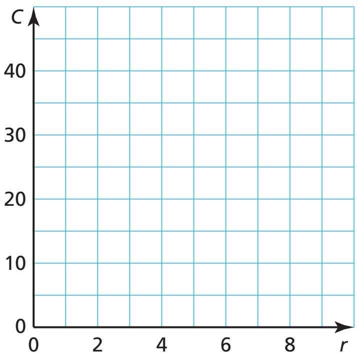
b. áreas de rectángulos semejantes

x	1	2	3	4	5
A					



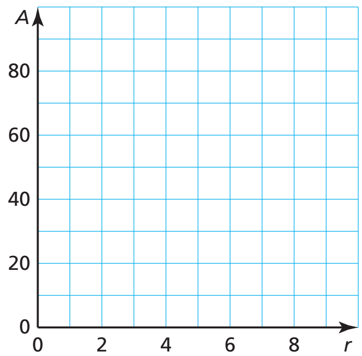
c. circunferencias de círculos de radio *r*

r	1	2	3	4	5
C					



d. área de círculos de radio *r*

r	1	2	3	4	5
A					



USAR HERRAMIENTAS ESTRATÉGICAMENTE

Para dominar las matemáticas, necesitas identificar relaciones usando herramientas, tal como tablas y gráficas.

Comunicar tu respuesta

2. ¿Cómo sabes que los patrones que hallaste en la exploración 1 representan funciones?

3. ¿Cómo puedes determinar si una función es lineal o no lineal?

4. Describe dos patrones de la vida real: uno que sea lineal y uno que sea no lineal. Usa patrones que sean diferentes a los patrones que se describen en la exploración 1.

3.2 Lección

Vocabulario Esencial

ecuación lineal de dos variables, *pág. 112*
función lineal, *pág. 112*
función no lineal, *pág. 112*
solución de una ecuación lineal de dos variables, *pág. 114*
dominio discreto, *pág. 114*
dominio continuo, *pág. 114*

Anterior
número entero

Qué aprenderás

- Identificar funciones lineales usando gráficas, tablas y ecuaciones.
- Hacer una gráfica de funciones lineales usando datos discretos y continuos.
- Escribir problemas de la vida real que se adapten a los datos.

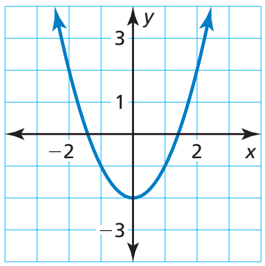
Identificar funciones lineales

Una **ecuación lineal de dos variables**, en x e y, es una ecuación que puede escribirse en la forma $y = mx + b$, donde m y b son constantes. La gráfica de una ecuación lineal es una recta. Del mismo modo, una **función lineal** es una función cuya gráfica es una recta no vertical. Una función lineal tiene una tasa de cambio constante y puede representarse con una ecuación lineal de dos variables. Una **función no lineal** no tiene una tasa de cambio constante. Entonces, su gráfica *no* es una recta.

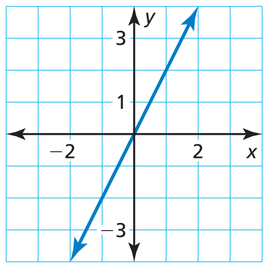
EJEMPLO 1 Identificar funciones lineales usando gráficas

¿La gráfica representa una función *lineal* o *no lineal*? Explica.

a.



b.



SOLUCIÓN

a. La gráfica *no* es una recta.

▶ Entonces, la función es no lineal.

b. La gráfica es una recta.

▶ Entonces, la función es lineal.

EJEMPLO 2 Identificar funciones lineales usando tablas

¿La tabla representa una función *lineal* o *no lineal*? Explica.

a.

x	3	6	9	12
y	36	30	24	18

b.

x	1	3	5	7
y	2	9	20	35

SOLUCIÓN

a.

+3 +3 +3

x	3	6	9	12
y	36	30	24	18

−6 −6 −6

A medida que x aumenta en 3, y disminuye en 6. La tasa de cambio es constante.

▶ Entonces, la función es lineal.

b.

+2 +2 +2

x	1	3	5	7
y	2	9	20	35

+7 +11 +15

A medida que x aumenta en 2, y aumenta en cantidades diferentes. La tasa de cambio *no* es constante.

▶ Entonces, la función es no lineal.

RECUERDA

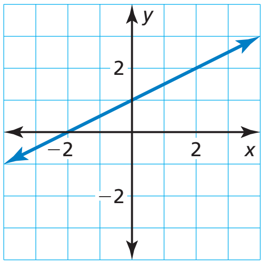
Una tasa de cambio constante describe una cantidad que cambia en cantidades iguales en intervalos iguales.

Monitoreo del progreso

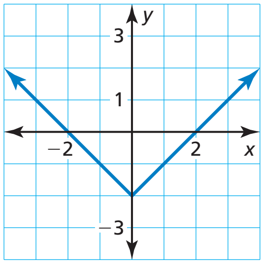
Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

¿La gráfica o la tabla representan una función *lineal* o *no lineal*? Explica.

1.



2.



3.

x	0	1	2	3
y	3	5	7	9

4.

x	1	2	3	4
y	16	8	4	2

EJEMPLO 3 Identificar funciones lineales usando ecuaciones

¿Cuál de las siguientes ecuaciones representa funciones lineales? Explica.

$$y = 3.8,\ y = \sqrt{x},\ y = 3^x,\ y = \frac{2}{x},\ y = 6(x - 1), \text{ y } x^2 - y = 0$$

SOLUCIÓN

No puedes reescribir las ecuaciones $y = \sqrt{x}$, $y = 3^x$, $y = \frac{2}{x}$, y $x^2 - y = 0$ en la forma $y = mx + b$. Entonces, estas ecuaciones no pueden representar funciones lineales.

▶ Puedes reescribir la ecuación $y = 3.8$ como $y = 0x + 3.8$ y la ecuación $y = 6(x - 1)$ como $y = 6x - 6$. Entonces, representan funciones lineales.

Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

¿La ecuación representa una función *lineal* o *no lineal*? Explica.

5. $y = x + 9$

6. $y = \frac{3x}{5}$

7. $y = 5 - 2x^2$

Resumen de conceptos

Representaciones de funciones

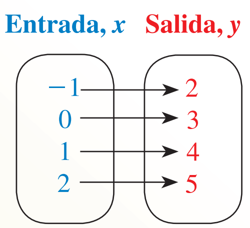
Palabras Una salida es 3 más que la entrada.

Ecuación $y = x + 3$

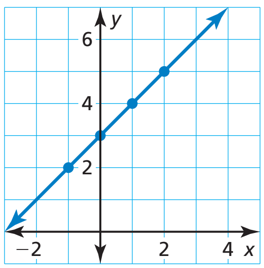
Tabla de entrada y salida

Entrada, x	Salida, y
−1	2
0	3
1	4
2	5

Diagrama de relación



Gráfica



Hacer una gráfica de funciones lineales

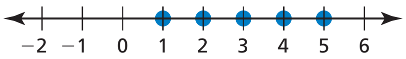
Una **solución de una ecuación lineal de dos variables** es un par ordenado (x, y) que hace que la ecuación sea verdadera. La gráfica de una ecuación lineal de dos variables es el conjunto de puntos (x, y) en un plano de coordenadas que representa todas las soluciones de la ecuación. A veces, los puntos están separados y otras veces los puntos están conectados.

Concepto Esencial

Dominios discretos y continuos

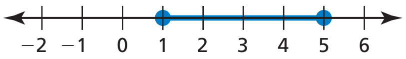
Un **dominio discreto** es un conjunto de valores de entrada que consiste de solo ciertos números en un intervalo.

Ejemplo: Enteros de 1 a 5



Un **dominio continuo** es un conjunto de valores de entrada que consiste de todos los números en un intervalo.

Ejemplo: Todos los números de 1 a 5



EJEMPLO 4 Hacer gráficas de datos discretos

CONSEJO DE ESTUDIO

El dominio de una función depende del contexto de la vida real de la función, no sólo de la ecuación que representa la función.

La función lineal $y = 15.95x$ representa el costo y (en dólares) de x boletos para un museo. Cada cliente puede comprar un máximo de cuatro boletos.

a. Halla el dominio de la función. ¿El dominio es discreto o continuo? Explica.

b. Haz una gráfica de la función usando su dominio.

SOLUCIÓN

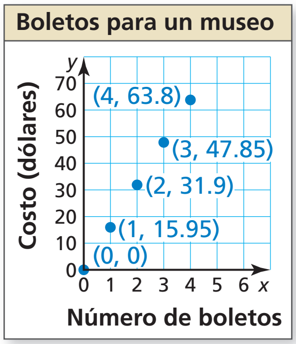
a. No puedes comprar parte de un boleto, sólo cierto número de boletos. Como x representa el número de boletos, debe ser un número entero. El número máximo de boletos que puede comprar un cliente es cuatro.

▶ Entonces, el dominio es 0, 1, 2, 3 y 4 y es discreto.

b. Paso 1 Haz una tabla de entrada y salida para hallar los pares ordenados.

Entrada, x	$15.95x$	Salida, y	(x, y)
0	15.95(0)	0	(0, 0)
1	15.95(1)	15.95	(1, 15.95)
2	15.95(2)	31.9	(2, 31.9)
3	15.95(3)	47.85	(3, 47.85)
4	15.95(4)	63.8	(4, 63.8)

Paso 2 Marca los pares ordenados. El dominio es discreto. Entonces, la gráfica consiste de puntos individuales.



Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

8. La función lineal $m = 50 - 9d$ representa la cantidad m (en dólares) de dinero que tienes después de comprar d DVDs. (a) Halla el dominio de la función. ¿El dominio es discreto o continuo? Explica. (b) Haz una gráfica de la función usando su dominio.

EJEMPLO 5 Hacer gráficas de datos continuos

Una barra de cereal contiene 130 calorías. El número c de calorías consumidas es una función del número b de barras ingeridas.

a. ¿Esta situación representa una función lineal? Explica.

b. Halla el dominio de la función. ¿El dominio es discreto o continuo? Explica.

c. Haz una gráfica de la función usando su dominio.

CONSEJO DE ESTUDIO

Cuando el dominio de una función lineal no se especifica o no puede obtenerse de un contexto de la vida real, se entiende que todos son números reales.

SOLUCIÓN

a. A medida que b aumenta en 1, c aumenta en 130. La tasa de cambio es constante.

▶ Entonces, esta situación representa una función lineal.

b. Puedes comer una parte de la barra de cereal. El número b de barras ingeridas puede ser cualquier valor mayor que o igual a 0.

▶ Entonces, el dominio es $b \geq 0$ y es continuo.

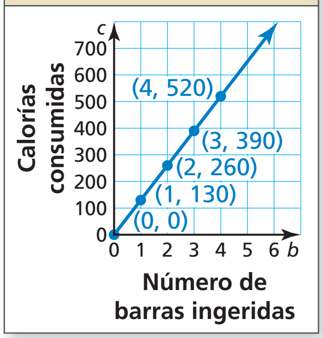
c. **Paso 1** Haz una tabla de entrada y salida para hallar los pares ordenados.

Entrada, b	Salida, c	(b, c)
0	0	(0, 0)
1	130	(1, 130)
2	260	(2, 260)
3	390	(3, 390)
4	520	(4, 520)

Paso 2 Marca los pares ordenados.

Paso 3 Traza una recta que pase por los puntos. La recta debería comenzar en (0, 0) y continuar hacia la derecha. Usa una flecha para indicar que la recta continúa sin fin, como se muestra. El dominio es continuo. Entonces, la gráfica es una recta con un dominio $b \geq 0$.

Calorías de la barra de cereal



Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

9. ¿El dominio es discreto o continuo? Explica.

Entrada **Número de pisos, *x***	1	2	3
Salida **Altura del edificio (pies), *y***	12	24	36

10. Una bañadera de 20 galones se vacía a una tasa de 2.5 galones por minuto. El número g de galones que queda es una función del número m de minutos.

a. ¿Esta situación representa una función lineal? Explica.

b. Halla el dominio de la función. ¿El dominio es discreto o continuo? Explica.

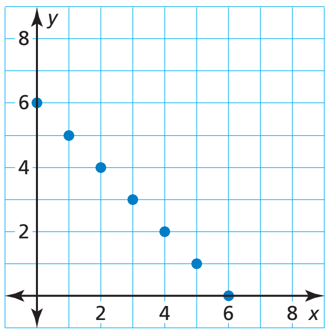
c. Haz una gráfica de la función usando su dominio.

Escribir problemas de la vida real

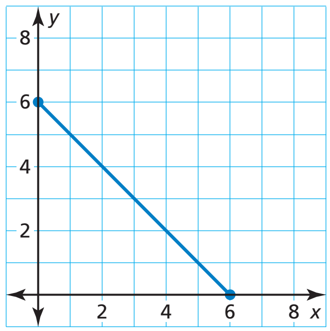
EJEMPLO 6 Escribir problemas de la vida real

Escribe un problema de la vida real que se adapte a los datos que se muestran en cada gráfica. ¿El dominio de cada función es *discreto* o *continuo*? Explica.

a.



b.



SOLUCIÓN

a. Piensa en una situación de la vida real donde hay dos variables, x e y. Con la gráfica, fíjate que la suma de las variables es siempre 6 y el valor de cada variable debe ser un número entero de 0 a 6.

x	0	1	2	3	4	5	6
y	6	5	4	3	2	1	0

Dominio discreto

▶ Una posibilidad es que dos personas hagan ofertas opuestas por seis monedas en una subasta. Una de las dos personas comprará cada moneda. Como no es posible comprar parte de una moneda, el dominio es discreto.

b. Piensa en una situación de la vida real donde hay dos variables, x e y. Con la gráfica, fíjate que la suma de las variables es siempre 6 y el valor de cada variable puede ser cualquier número real de 0 a 6.

$$x + y = 6 \quad \text{o} \quad y = -x + 6$$

Dominio continuo

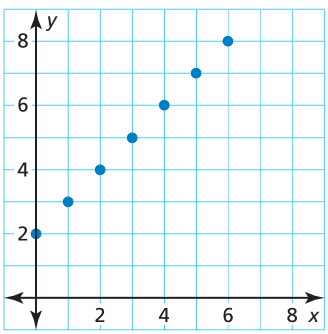
▶ Una posibilidad es que dos personas hagan ofertas opuestas por 6 onzas de polvo de oro en una subasta. Las dos personas comprarán todo el polvo. Como es posible comprar cualquier fragmento del polvo, el dominio es continuo.

Monitoreo del progreso

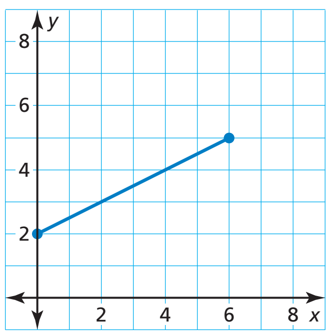
Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

Escribe un problema de la vida real que se adapte a los datos que se muestran en la gráfica. ¿El dominio de la función es *discreto* o *continuo*? Explica.

11.



12.



Verificación de vocabulario y concepto esencial

1. **COMPLETAR LA ORACIÓN** Una ecuación lineal de dos variables es una ecuación que puede escribirse en la forma ________, donde m y b son constantes.

2. **VOCABULARIO** Compara las funciones lineales con las funciones no lineales.

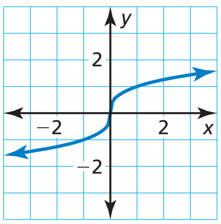
3. **VOCABULARIO** Compara los dominios discretos con los dominios continuos.

4. **ESCRIBIR** ¿Cómo sabes si una gráfica muestra un dominio discreto o un dominio continuo?

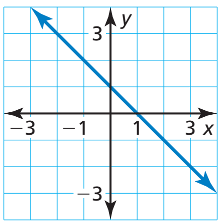
Monitoreo del progreso y Representar con matemáticas

En los Ejercicios 5–10, determina si la gráfica representa una función *lineal* o *no lineal*. Explica. *(Consulta el Ejemplo 1).*

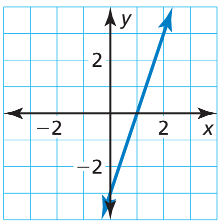
5.



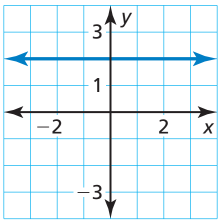
6.



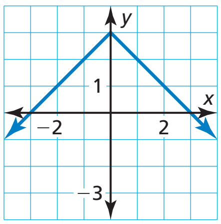
7.



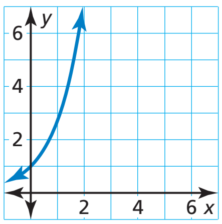
8.



9.



10.



En los Ejercicios 11–14, determina si la tabla representa una función *lineal* o *no lineal*. Explica. *(Consulta el Ejemplo 2).*

11.

x	1	2	3	4
y	5	10	15	20

12.

x	5	7	9	11
y	−9	−3	−1	3

13.

x	4	8	12	16
y	16	12	7	1

14.

x	−1	0	1	2
y	35	20	5	−10

ANÁLISIS DE ERRORES **En los Ejercicios 15 y 16, describe y corrige el error cometido al determinar si la tabla o la gráfica representan una función lineal.**

15.

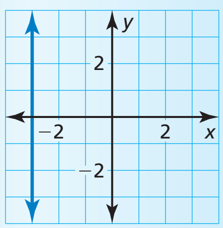
+2 +2 +2

x	2	4	6	8
y	4	16	64	256

×4 ×4 ×4

A medida que *x* aumenta en 2, *y* aumenta en un factor constante de 4. Entonces, la función es lineal.

16.



La gráfica es una recta. Entonces, la gráfica representa una función lineal.

En los Ejercicios 17–24, determina si la ecuación representa una función *lineal* o *no lineal*. Explica. *(Consulta el Ejemplo 3).*

17. $y = x^2 + 13$

18. $y = 7 - 3x$

19. $y = \sqrt[3]{8} - x$

20. $y = 4x(8 - x)$

21. $2 + \frac{1}{6}y = 3x + 4$

22. $y - x = 2x - \frac{2}{3}y$

23. $18x - 2y = 26$

24. $2x + 3y = 9xy$

25. **CLASIFICAR FUNCIONES** ¿Cuál de las siguientes ecuaciones *no* representa funciones lineales? Explica.

Ⓐ $12 = 2x^2 + 4y^2$

Ⓑ $y - x + 3 = x$

Ⓒ $x = 8$

Ⓓ $x = 9 - \frac{3}{4}y$

Ⓔ $y = \frac{5x}{11}$

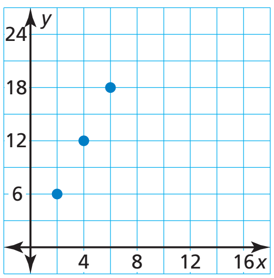
Ⓕ $y = \sqrt{x} + 3$

26. **USAR LA ESTRUCTURA** Completa la tabla para que represente una función lineal.

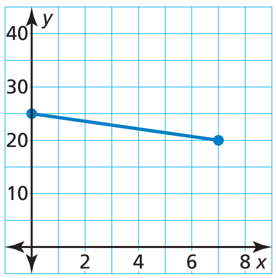
x	5	10	15	20	25
y	−1				11

En los Ejercicios 27 y 28, halla el dominio de la función que representa la gráfica. Determina si el dominio es *discreto* o *continuo*. Explica.

27.



28.



En los Ejercicios 29–32, determina si el dominio es *discreto* o *continuo*. Explica.

29.

Entrada Bolsas, *x*	2	4	6
Salida Canicas, *y*	20	40	60

30.

Entrada Años, *x*	1	2	3
Salida Altura del árbol (pies), *y*	6	9	12

31.

Entrada Tiempo (horas), *x*	3	6	9
Salida Distancia (millas), *y*	150	300	450

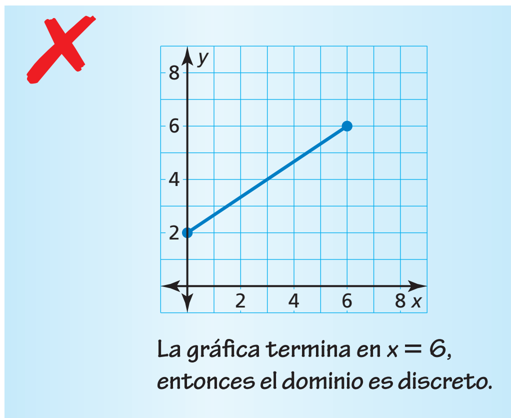
32.

Entrada Equipos de relevo, *x*	0	1	2
Salida Atletas, *y*	0	4	8

ANÁLISIS DE ERRORES En los Ejercicios 33 y 34, describe y corrige el error cometido en el enunciado sobre el dominio.

33.

34.



35. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** La función lineal $m = 55 - 8.5b$ representa la cantidad m (en dólares) de dinero que tienes después de comprar b libros. *(Consulta el Ejemplo 4).*

a. Halla el dominio de la función. ¿El dominio es discreto o continuo? Explica.

b. Haz una gráfica de la función usando su dominio.

36. REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS El número y de calorías quemadas después de x horas de escalada en roca se representa con la función lineal $y = 650x$.

a. Halla el dominio de la función. ¿El dominio es discreto o continuo? Explica.

b. Haz una gráfica de la función usando su dominio.

37. REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS Investigas sobre la velocidad de las ondas acústicas en aire seco a 86°F. En la tabla, se muestra las distancias d (en millas) que recorre las ondas acústicas en t segundos. *(Consulta el Ejemplo 5).*

Tiempo (segundos), t	Distancia (millas), d
2	0.434
4	0.868
6	1.302
8	1.736
10	2.170

a. ¿Esta situación representa una función lineal? Explica.

b. Halla el dominio de la función. ¿El dominio es discreto o continuo? Explica.

c. Haz una gráfica de la función usando su dominio.

38. REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS La función $y = 30 + 5x$ representa el costo y (en dólares) de bañar a tu perro y comprar x servicios adicionales.

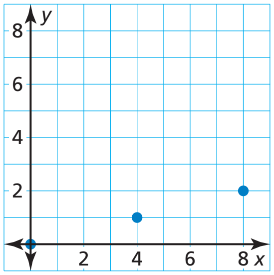
a. ¿Esta situación representa una función lineal? Explica.

b. Halla el dominio de la función. ¿El dominio es discreto o continuo? Explica.

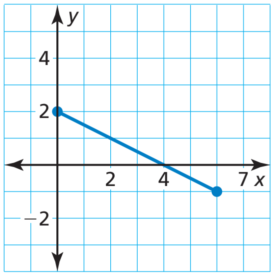
c. Haz una gráfica de la función usando su dominio.

ESCRIBIR En los Ejercicios 39–42, escribe un problema de la vida real que se adapte a los datos que se muestran en la gráfica. Determina si el dominio de la función es *discreto* o *continuo*. Explica. *(Consulta el Ejemplo 6).*

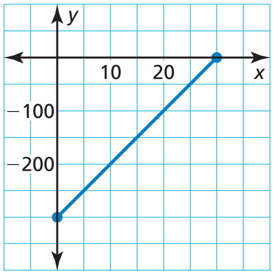
39.



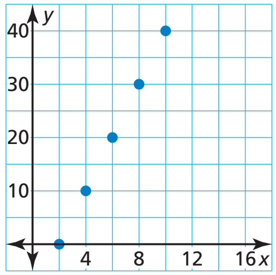
40.



41.



42.



43. USAR LA ESTRUCTURA En la tabla, se muestran tus ganancias y (en dólares) por trabajar x horas.

a. ¿Cuál es el valor de y que falta que hace que la tabla represente una función lineal?

b. ¿Cuál es tu tasa de salario por hora?

Tiempo (horas), x	Ganancias (dólares), y
4	40.80
5	
6	61.20
7	71.40

44. ARGUMENTAR La función lineal $d = 50t$ representa la distancia d (en millas) que está el carro A en el local de renta de carros después de t horas. En la tabla, se muestran las distancias que está el carro B en el local de renta.

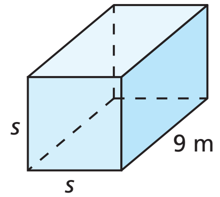
Tiempo (horas), t	Distancia (millas), d
1	60
3	180
5	310

a. ¿La tabla representa una función lineal o no lineal? Explica.

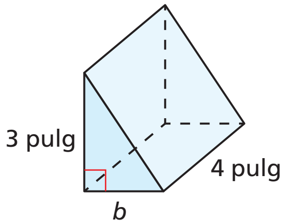
b. Tu amigo afirma que el carro B se mueve a una tasa más rápida. ¿Tiene razón tu amigo? Explica.

CONEXIONES MATEMÁTICAS En los Ejercicios 45–48, indica si el volumen del cuerpo geométrico es una función lineal o no lineal de la(s) dimensión(es) que falta(n). Explica.

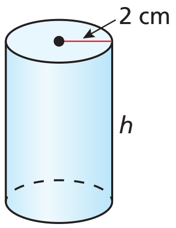
45.



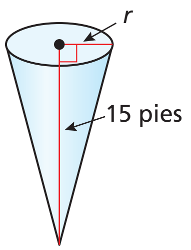
46.



47.



48.



49. **RAZONAR** Una compañía de agua llena dos bidones de diferentes tamaños. El primer bidón puede contener x galones de agua. El segundo bidón puede contener y galones de agua. La compañía llena A bidones del primer tamaño y B bidones del segundo tamaño. ¿Qué representa cada expresión? ¿Cada expresión representa un conjunto de valores discretos o continuos?

a. $x + y$

b. $A + B$

c. Ax

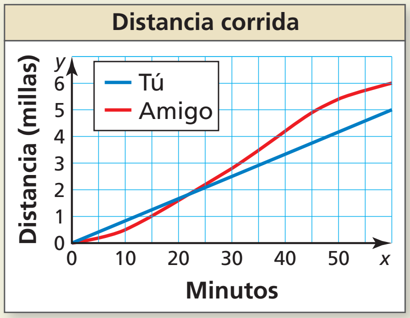
d. $Ax + By$

50. **ESTIMULAR EL PENSAMIENTO** Vas a un mercado de venta de verduras a comprar tomates. Haz una gráfica de la función que represente el costo de comprar tomates. Explica tu razonamiento.

51. **CLASIFICAR UNA FUNCIÓN** ¿La función que representan los pares ordenados es lineal o no lineal? Explica tu razonamiento.

$$(0, 2), (3, 14), (5, 22), (9, 38), (11, 46)$$

52. **¿CÓMO LO VES?** Tú y tu amigo van a correr. En la gráfica, se muestran las distancias que corren tú y tu amigo.



a. Describe cómo corres tú y cómo corre tu amigo. ¿Quién corre a una tasa constante? ¿Cómo lo sabes? ¿Por qué una persona podría no correr a una tasa constante?

b. Halla el dominio de cada función. Describe los dominios usando el contexto del problema.

ESCRIBIR En los Ejercicios 53 y 54, describe una situación de la vida real para las restricciones.

53. La función tiene al menos un número negativo en el dominio. El dominio es continuo.

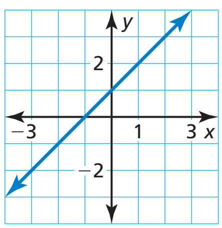
54. La función da al menos un número negativo como una salida. El dominio es discreto.

Mantener el dominio de las matemáticas

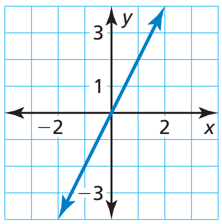
Repasar lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Indica si x e y muestran variación directa. Explica tu razonamiento. *(Manual de revisión de destrezas)*

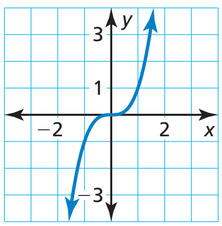
55.



56.



57.



Evalúa la expresión si $x = 2$. *(Manual de revisión de destrezas)*

58. $6x + 8$

59. $10 - 2x + 8$

60. $4(x + 2 - 5x)$

61. $\frac{x}{2} + 5x - 7$

3.3 Notación de función

Pregunta esencial ¿Cómo puedes usar la notación de función para representar una función?

La notación $f(x)$, llamada **notación de función**, es otro nombre para y. Esta notación se lee como "el valor de f en x" o "f de x". Los paréntesis no implican multiplicación. Puedes usar otras letras además de f para nombrar una función. Las letras g, h, j y k suelen usarse para nombrar funciones.

EXPLORACIÓN 1 Unir funciones con sus gráficas

Trabaja con un compañero. Une cada función con su gráfica.

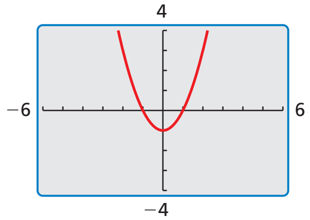
PRESTAR ATENCIÓN A LA PRECISIÓN

Para dominar las matemáticas, necesitas usar definiciones claras y enunciar los significados de los símbolos que usas.

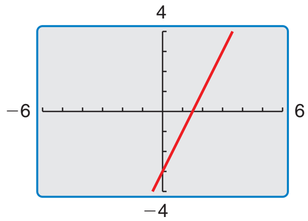
a. $f(x) = 2x - 3$ **b.** $g(x) = -x + 2$

c. $h(x) = x^2 - 1$ **d.** $j(x) = 2x^2 - 3$

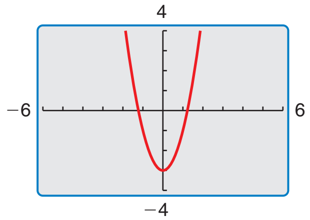
A.



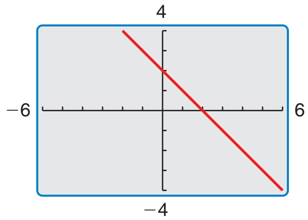
B.



C.



D.



EXPLORACIÓN 2 Evaluar una función

Trabaja con un compañero. Considera la función.

$f(x) = -x + 3.$

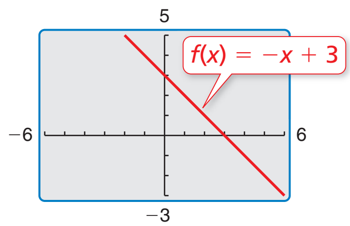
Ubica los puntos $(x, f(x))$ en la gráfica. Explica cómo hallaste cada punto.

a. $(-1, f(-1))$

b. $(0, f(0))$

c. $(1, f(1))$

d. $(2, f(2))$



Comunicar tu respuesta

3. ¿Cómo puedes usar la notación de función para representar una función? ¿En qué se parecen la notación estándar y la notación de función? ¿En qué se diferencian?

Notación estándar	*Notación de función*
$y = 2x + 5$	$f(x) = 2x + 5$

3.3 Lección

Qué aprenderás

- Usar la notación de función para evaluar e interpretar funciones.
- Usar la notación de función para resolver y hacer gráficas de funciones.
- Resolver problemas de la vida real usando la notación de función.

Vocabulario Esencial

notación de función, *pág. 122*

Anterior
función lineal
cuadrante

Usar la notación de función para evaluar e interpretar

Sabes que una función lineal puede escribirse de la forma $y = mx + b$. Al nombrar una función lineal f, también puedes escribir la función usando la **notación de función**.

$f(x) = mx + b$ Notación de función

La notación $f(x)$ es otro nombre para y. Si f es una función y x está en su dominio, entonces $f(x)$ representa la salida de f correspondiente con la entrada x. Puedes usar otras letras además de f para nombrar una función, tal como g o h.

LEER

La notación $f(x)$ se lee "el valor de f en x" o "f de x". No significa "f multiplicado por x".

EJEMPLO 1 Evaluar una función

Evalúa $f(x) = -4x + 7$ si $x = 2$ y $x = -2$.

SOLUCIÓN

$f(x) = -4x + 7$	Escribe la ecuación.	$f(x) = -4x + 7$
$f(2) = -4(2) + 7$	Sustituye por x.	$f(-2) = -4(-2) + 7$
$= -8 + 7$	Multiplica.	$= 8 + 7$
$= -1$	Suma.	$= 15$

Si $x = 2$, $f(x) = -1$ y si $x = -2$, $f(x) = 15$.

EJEMPLO 2 Interpretar la notación de función

Sea $f(t)$ la temperatura exterior (°F) t horas después de las 6 A.M. Explica el significado de cada enunciado.

a. $f(0) = 58$ **b.** $f(6) = n$ **c.** $f(3) < f(9)$

SOLUCIÓN

a. El valor inicial de la función es 58. Entonces, la temperatura a las 6 A.M. es 58 °F.

b. La salida de f si $t = 6$ es n. Entonces, la temperatura al mediodía (6 horas después de las 6 A.M.) es n°F.

c. La salida de f si $t = 3$ es menor que la salida de f si $t = 9$. Entonces, la temperatura a las 9 A.M. (3 horas después de las 6 A.M.) es menor que la temperatura a las 3 P.M. (9 horas después de las 6 A.M.).

Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

Evalúa la función si $x = -4$, 0 y 3.

1. $f(x) = 2x - 5$

2. $g(x) = -x - 1$

3. **¿QUÉ PASA SI?** En el ejemplo 2, sea $f(t)$ la temperatura exterior (°F) t horas después de las 9 A.M. Explica el significado de cada enunciado.

a. $f(4) = 75$ **b.** $f(m) = 70$ **c.** $f(2) = f(9)$ **d.** $f(6) > f(0)$

Usar la notación de función para resolver y hacer gráficas

EJEMPLO 3 **Resolver para hallar la variable independiente**

Para $h(x) = \frac{2}{3}x - 5$, halla el valor de x para el cual $h(x) = -7$.

SOLUCIÓN

$h(x) = \frac{2}{3}x - 5$	Escribe la función.
$-7 = \frac{2}{3}x - 5$	Sustituye –7 por $h(x)$.
$\underline{+\ 5} \qquad \underline{+\ 5}$	Suma 5 a cada lado.
$-2 = \frac{2}{3}x$	Simplifica.
$\frac{3}{2} \cdot (-2) = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3}x$	Multiplica cada lado por $\frac{3}{2}$.
$-3 = x$	Simplifica.

► Si $x = -3$, $h(x) = -7$.

EJEMPLO 4 **Hacer gráficas de una función lineal en una notación de función**

Haz una gráfica de $f(x) = 2x + 5$.

SOLUCIÓN

Paso 1 Haz una tabla de entrada y salida para hallar los pares ordenados.

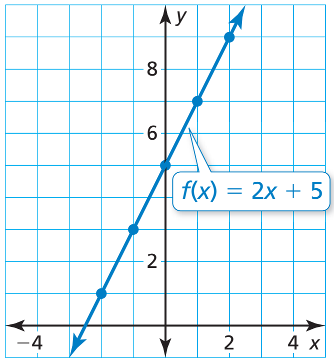
x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	1	3	5	7	9

Paso 2 Marca los pares ordenados.

Paso 3 Traza una recta que pase por los puntos.

CONSEJO DE ESTUDIO

La gráfica de $y = f(x)$ consiste de los puntos $(x, f(x))$.



Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

Halla el valor de x para que la función tenga el valor dado.

4. $f(x) = 6x + 9$; $f(x) = 21$

5. $g(x) = -\frac{1}{2}x + 3$; $g(x) = -1$

Haz una gráfica de la función lineal.

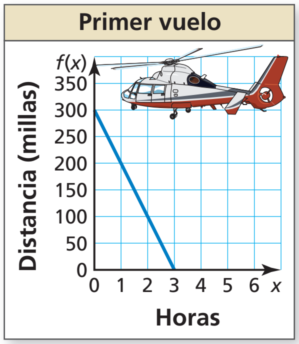
6. $f(x) = 3x - 2$

7. $g(x) = -x + 4$

8. $h(x) = -\frac{3}{4}x - 1$

Resolver problemas de la vida real

EJEMPLO 5 **Representar con matemáticas**



En la gráfica, se muestra el número de millas que está un helicóptero de su destino después de x horas en su primer vuelo. En el segundo vuelo, el helicóptero viaja 50 millas más lejos y aumenta su velocidad en 25 millas por hora. La función $f(x) = 350 - 125x$ representa el segundo vuelo, donde $f(x)$ es el número de millas que está el helicóptero de su destino después de x horas. ¿Cuál vuelo tarda menos tiempo? Explica.

SOLUCIÓN

1. Comprende el problema Te dan una gráfica para el primer vuelo y una ecuación para el segundo vuelo. Te piden que compares los tiempos de vuelo para determinar cuál vuelo tarda menos tiempo.

2. Haz un plan Haz una gráfica de la función que represente el segundo vuelo. Compara la gráfica con la gráfica del primer vuelo. El valor de x que corresponde a $f(x) = 0$ representa el tiempo de vuelo.

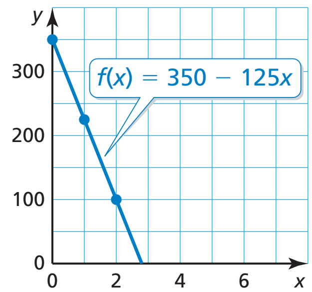
3. Resuelve el problema Haz una gráfica de $f(x) = 350 - 125x$.

Paso 1 Haz una tabla de entrada y salida para hallar los pares ordenados.

x	0	1	2	3
$f(x)$	350	225	100	-25

Paso 2 Marca los pares ordenados.

Paso 3 Traza una recta que pase por los puntos. Ten en cuenta que la función sólo tiene sentido si x y $f(x)$ son positivos. Entonces, sólo traza la recta en el primer cuadrante.



▶ De la gráfica del primer vuelo, puedes ver que si $f(x) = 0$, $x = 3$. De la gráfica del segundo vuelo, puedes ver que si $f(x) = 0$, x es un poco menor que 3. Entonces, el segundo vuelo tarda menos tiempo.

4. Verifícalo Para verificar si tu respuesta es correcta, halla el valor de x para el cual $f(x) = 0$.

$f(x) = 350 - 125x$ — Escribe la función.

$0 = 350 - 125x$ — Sustituye 0 por $f(x)$.

$-350 = -125x$ — Resta 350 a cada lado.

$2.8 = x$ — Divide cada lado por -125.

Entonces, el segundo vuelo tarda 2.8 horas, que es menor que 3.

Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

9. ¿QUÉ PASA SI? Sea $f(x) = 250 - 75x$ que representa el segundo vuelo, donde $f(x)$ es el número de millas que está el helicóptero de su destino después de x horas. ¿Cuál vuelo tarda menos tiempo? Explica.

3.3 Ejercicios

Soluciones dinámicas disponibles en *BigIdeasMath.com*

Verificación de vocabulario y concepto esencial

1. **COMPLETAR LA ORACIÓN** Cuando escribes la función $y = 2x + 10$ como $f(x) = 2x + 10$, usas _______________.

2. **RAZONAR** Tu altura puede representarse con una función h, donde la entrada es tu edad. ¿Qué representa $h(14)$?

Monitoreo del progreso y Representar con matemáticas

En los Ejercicios 3–10, evalúa la función si $x = -2$, 0, y 5. *(Consulta el Ejemplo 1).*

3. $f(x) = x + 6$
4. $g(x) = 3x$
5. $h(x) = -2x + 9$
6. $r(x) = -x - 7$
7. $p(x) = -3 + 4x$
8. $b(x) = 18 - 0.5x$
9. $v(x) = 12 - 2x - 5$
10. $n(x) = -1 - x + 4$

11. **INTERPRETAR LA NOTACIÓN DE FUNCIÓN** Sea $c(t)$ el número de clientes en un restaurant t horas después de las 8 A.M. Explica el significado de cada enunciado. *(Consulta el Ejemplo 2).*

    a. $c(0) = 0$
    b. $c(3) = c(8)$
    c. $c(n) = 29$
    d. $c(13) < c(12)$

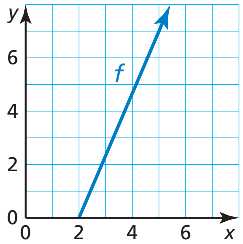
12. **INTERPRETAR LA NOTACIÓN DE FUNCIÓN** Sea $H(x)$ el porcentaje de casas en EE. UU. con servicio de Internet x años después de 1980. Explica el significado de cada enunciado.

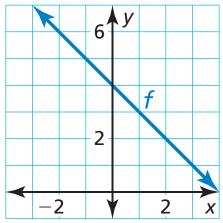
    a. $H(23) = 55$
    b. $H(4) = k$
    c. $H(27) \geq 61$
    d. $H(17) + H(21) \approx H(29)$

En los Ejercicios 13–18, halla el valor de x para que la función tenga el valor dado. *(Consulta el Ejemplo 3).*

13. $h(x) = -7x$; $h(x) = 63$
14. $t(x) = 3x$; $t(x) = 24$
15. $m(x) = 4x + 15$; $m(x) = 7$
16. $k(x) = 6x - 12$; $k(x) = 18$
17. $q(x) = \frac{1}{2}x - 3$; $q(x) = -4$
18. $j(x) = -\frac{4}{5}x + 7$; $j(x) = -5$

En los Ejercicios 19 y 20, halla el valor de x para que $f(x) = 7$.

19. 

20. 

21. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** La función $C(x) = 17.5x - 10$ representa el costo (en dólares) de comprar x boletos para la orquesta con un cupón de $10.

    a. ¿Cuánto cuesta comprar cinco boletos?
    b. ¿Cuántos boletos puedes comprar con $130?

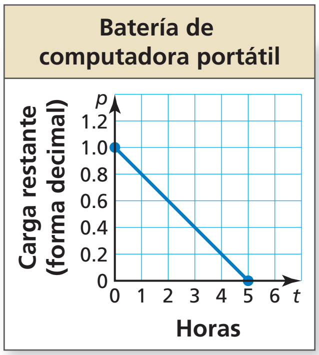
22. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** La función $d(t) = 300{,}000t$ representa la distancia (en kilómetros) que recorre la luz en t segundos.

    a. ¿Qué distancia recorre la luz en 15 segundos?
    b. ¿Cuánto tarda la luz en recorrer 12 millones de kilómetros?

En los Ejercicios 23–28, haz una gráfica de la función lineal. *(Consulta el Ejemplo 4).*

23. $p(x) = 4x$
24. $h(x) = -5$
25. $d(x) = -\frac{1}{2}x - 3$
26. $w(x) = \frac{3}{5}x + 2$
27. $g(x) = -4 + 7x$
28. $f(x) = 3 - 6x$

29. **RESOLVER PROBLEMAS** En la gráfica, se muestra el porcentaje p (en forma decimal) de la carga de una batería que queda en una computadora portátil después de t horas de uso. Inicialmente, a una tableta le queda el 75% de su carga de batería y gasta 12.5% por hora. ¿Cuál batería durará más tiempo? Explica. *(Consulta el Ejemplo 5).*



30. **RESOLVER PROBLEMAS** La función $C(x) = 25x + 50$ representa el costo de mano de obra (en dólares) de Certified Remodeling para construir una plataforma de madera, donde x es el número de horas de trabajo. En la tabla, se muestra los costos de mano de obra de su competidor principal, Master Remodeling. Se estima que la plataforma llevará 8 horas de trabajo. ¿Qué compañía contratarías? Explica.

Horas	Costo
2	\$130
4	\$160
6	\$190

31. **ARGUMENTAR** Sea $P(x)$ el número de personas en EE. UU. que tienen teléfono celular x años después de 1990. Tu amigo dice que $P(x + 1) > P(x)$ para cualquier x porque $x + 1$ es siempre mayor que x. ¿Tiene razón tu amigo? Explica.

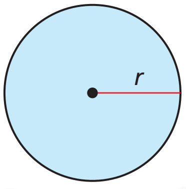
32. **ESTIMULAR EL PENSAMIENTO** Sea $B(t)$ el balance de tu cuenta bancaria después de t días. Describe una situación donde $B(0) < B(4) < B(2)$.

33. **CONEXIONES MATEMÁTICAS** Reescribe cada fórmula de geometría usando la notación de función. Evalúa cada función si $r = 5$ pies. Luego, explica el significado del resultado.

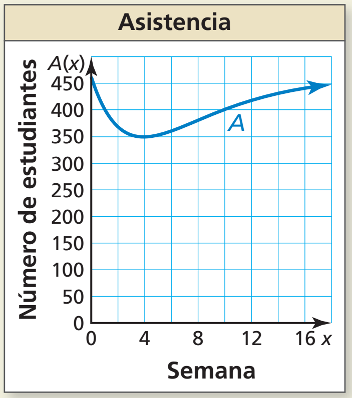
a. Diámetro, $d = 2r$

b. Área, $A = \pi r^2$

c. Circunferencia, $C = 2\pi r$



34. **¿CÓMO LO VES?** La función $y = A(x)$ representa la asistencia a la escuela preparatoria x semanas después de un brote de gripe. Se muestra la gráfica de la función.



a. ¿Qué sucede con la asistencia a la escuela después del brote de gripe?

b. Estima $A(13)$ y explica su significado.

c. Usa la gráfica para estimar la(s) solución(es) de la ecuación $A(x) = 400$. Explica el significado de la(s) solución(es).

d. ¿Cuál fue la menor asistencia? ¿Cuándo ocurrió?

e. ¿Cuántos estudiantes crees que están inscritos en esta escuela preparatoria? Explica tu razonamiento.

35. **INTERPRETAR LA NOTACIÓN DE FUNCIÓN** Sea f una función. Usa cada enunciado para hallar las coordenadas de un punto en la gráfica de f.

a. $f(5)$ es igual a 9.

b. Una solución de la ecuación $f(n) = -3$ es 5.

36. **RAZONAR** Dada una función f, indica si el enunciado

$$f(a + b) = f(a) + f(b)$$

es verdadero o falso para todas las entradas a y b. Si es falso, explica por qué.

Mantener el dominio de las matemáticas

Repasar lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Resuelve la desigualdad. Haz una gráfica de la solución. *(Sección 2.5)*

37. $-2 \le x - 11 \le 6$

38. $5a < -35$ *o* $a - 14 > 1$

39. $-16 < 6k + 2 < 0$

40. $2d + 7 < -9$ *o* $4d - 1 > -3$

41. $5 \le 3y + 8 < 17$

42. $4v + 9 \le 5$ *o* $-3v \ge -6$

3.1–3.3 ¿Qué aprendiste?

Vocabulario Esencial

relación, *pág. 104*
función, *pág. 104*
dominio, *pág. 106*
rango, *pág. 106*
variable independiente, *pág. 107*
variable dependiente, *pág. 107*
ecuación lineal de dos variables, *pág. 112*
función lineal, *pág. 112*
función no lineal, *pág. 112*
solución de una ecuación lineal de dos variables, *pág. 114*
dominio discreto, *pág. 114*
dominio continuo, *pág. 114*
notación de función, *pág. 122*

Conceptos Esenciales

Sección 3.1

Determinar si las relaciones son funciones, *pág. 104*
Prueba de la recta vertical, *pág. 105*
El dominio y el rango de una función, *pág. 106*
Variables independientes y dependientes, *pág. 107*

Sección 3.2

Funciones lineales y no lineales, *pág. 112*
Representaciones de funciones, *pág. 113*
Dominios discretos y continuos, *pág. 114*

Sección 3.3

Usar la notación de función, *pág. 122*

Prácticas matemáticas

1. ¿Cómo puedes usar la tecnología para confirmar tus respuestas en los Ejercicios 40–43 de la página 110?
2. ¿Cómo puedes usar patrones para resolver el Ejercicio 43 de la página 119?
3. ¿Cómo puedes darle sentido a las cantidades en la función del Ejercicio 21 de la página 125?

Destrezas de studio

Mantenerse enfocado durante la clase

Apenas comience la clase, revisa rápidamente tus notas de la clase anterior y comienza a pensar en matemáticas.

Repite lo que estás escribiendo en tu mente.

Cuando un tema en particular es difícil, pide otro ejemplo.

3.1–3.3 Prueba

Determina si la relación es una función. Explica. *(Sección 3.1)*

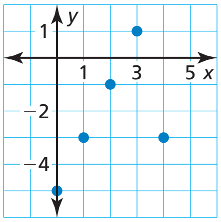
1.

Entrada, *x*	−1	0	1	2	3
Salida, *y*	0	1	4	4	8

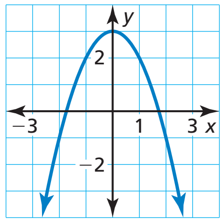
2. $(-10, 2), (-8, 3), (-6, 5), (-8, 8), (-10, 6)$

Halla el dominio y el rango de la función que representa la gráfica. *(Sección 3.1)*

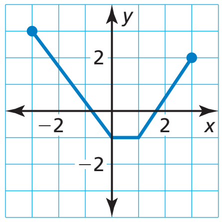
3.



4.

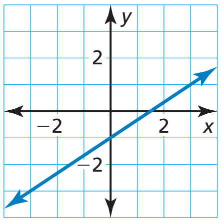


5.



Determina si la gráfica, tabla o ecuación representa una función *lineal* o *no lineal*. Explica. *(Sección 3.2)*

6.



7.

x	*y*
−5	3
0	7
5	10

8. $y = x(2 - x)$

Determina si el dominio es *discreto* o *continuo*. Explica. *(Sección 3.2)*

9.

Profundidad (pies), *x*	33	66	99
Presión (ATM), *y*	2	3	4

10.

Sombreros, *x*	2	3	4
Costo (dólares), *y*	36	54	72

11. Para $w(x) = -2x + 7$, halla el valor de x para el cual $w(x) = -3$. *(Sección 3.3)*

Haz una gráfica de una función lineal. *(Sección 3.3)*

12. $g(x) = x + 3$

13. $p(x) = -3x - 1$

14. $m(x) = \frac{2}{3}x$

15. La función $m = 30 - 3r$ representa la cantidad m (en dólares) de dinero que tienes después de rentar r videojuegos. *(Sección 3.1 y Sección 3.2)*

a. Identifica las variables independientes y dependientes.

b. Halla el dominio y el rango de la función. ¿El dominio es discreto o continuo? Explica.

c. Haz una gráfica de la función usando su dominio.

16. La función $d(x) = 1375 - 110x$ representa la distancia (en millas) que está un tren de alta velocidad de su destino después de x horas. *(Sección 3.3)*

a. ¿Cuán lejos está el tren de su destino después de 8 horas?

b. ¿Qué distancia recorre el tren antes de llegar a su destino?

3.4 Hacer gráficas de ecuaciones lineales en forma estándar

Pregunta esencial ¿Cómo puedes describir la gráfica de la ecuación $Ax + By = C$?

EXPLORACIÓN 1 Usar una tabla para marcar puntos

Trabaja con un compañero. Vendiste un total de $16 por el valor de los boletos para un evento de recaudación de fondos. Perdiste la cuenta de cuántos boletos de cada tipo vendiste. Los boletos para adultos cuestan $4. Los boletos para niños cuestan $2.

HALLAR UN PUNTO DE ENTRADA

Para dominar las matemáticas, necesitas hallar un punto de entrada en la solución de un problema. Determinar qué información sabes y qué puedes hacer con esa información puede ayudarte a hallar un punto de entrada.

$\frac{\square}{\text{adulto}}$ • Números de boletos para adulto + $\frac{\square}{\text{niño}}$ • Número de boletos para niño = $\square$

a. Sea x el número de boletos para adultos. Sea y el número de boletos para niños. Usa el modelo verbal para escribir una ecuación que relacione x con y.

b. Copia y Completa la tabla para mostrar las distintas combinaciones de boletos que podrías haber vendido.

x					
y					

c. Marca los puntos de la tabla. Describe el patrón que forman los puntos.

d. Si recuerdas cuántos boletos para adultos vendiste, ¿puedes determinar cuántos boletos para niños vendiste? Explica tu razonamiento.

EXPLORACIÓN 2 Reescribir y hacer gráficas de una ecuación

Trabaja con un compañero. Vendiste un total de $48 en queso. Te olvidaste cuántas libras vendiste de cada tipo de queso. El queso suizo cuesta $8 por libra. El queso cheddar cuesta $6 por libra.

$\frac{\square}{\text{libra}}$ • Libras de suizo + $\frac{\square}{\text{libra}}$ • Libras de cheddar = $\square$

a. Sea x la cantidad de libras de queso suizo. Sea y la cantidad de libras de queso cheddar. Usa el modelo verbal para escribirla ecuación que relacione x con y.

b. Resuelve la ecuación para hallar el valor de y. Luego, usa la calculadora gráfica para hacer una gráfica de la ecuación. Dado el contexto de la vida real del problema, halla el dominio y el rango de la función.

c. La **intersección con el eje *x*** de una gráfica es la coordenada x de un punto donde la gráfica cruza el eje x. La **intersección con el eje *y*** de una gráfica es la coordenada y de un punto donde la gráfica cruza el eje y. Usa la gráfica para determinar las intersecciones con los ejes x e y.

d. ¿Cómo podrías usar la ecuación que hallaste en la parte (a) para determinar las intersecciones con los ejes x e y? Explica tu razonamiento.

e. Explica el significado de las intersecciones en el contexto del problema.

Comunicar tu respuesta

3. ¿Cómo puedes describir la gráfica de la ecuación $Ax + By = C$?

4. Escribe un problema de la vida real que sea similar a los que se muestran en las exploraciones 1 y 2.

3.4 Lección

Qué aprenderás

- Hacer una gráfica de las ecuaciones de rectas horizontales y verticales.
- Hacer una gráfica de las ecuaciones lineales en forma estándar usando intersecciones.
- Usar ecuaciones lineales en forma estándar para resolver problemas de la vida real.

Vocabulario Esencial

forma estándar, *pág. 130*
intersección con el eje *x, pág. 131*
intersección con el eje *y, pág. 131*

Anterior
par ordenado
cuadrante

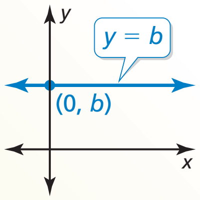
Rectas horizontales y verticales

La **forma estándar** de una ecuación lineal es $Ax + By = C$, donde A, B y C son números reales y A y B no son cero.

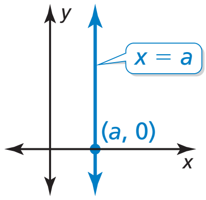
Considera qué sucede cuando $A = 0$ o cuando $B = 0$. Cuando $A = 0$, la ecuación se convierte en $By = C$, o $y = \frac{C}{B}$. Como $\frac{C}{B}$ es una constante, puedes escribir $y = b$. De igual manera $B = 0$, la ecuación se convierte en $Ax = C$, o $x = \frac{C}{A}$, y puedes escribir $x = a$.

Concepto Esencial

Rectas horizontales y verticales



La gráfica de $y = b$ es una recta horizontal. La recta pasa por el punto $(0, b)$.



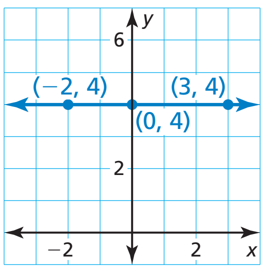
La gráfica de $x = a$ es una recta vertical. La recta pasa por el punto $(a, 0)$.

EJEMPLO 1 Rectas horizontales y verticales

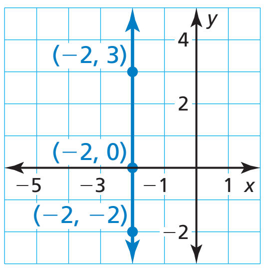
Haz una gráfica de (a) $y = 4$ y (b) $x = -2$.

SOLUCIÓN

a. Para cada valor de x, el valor de y es 4. La gráfica de la ecuación $y = 4$ es una recta horizontal que está 4 unidades arriba del eje x.



b. Para cada valor de y, el valor de x es -2. La gráfica de la ecuación $x = -2$ es una recta vertical que está 2 unidades a la izquierda del eje y.



CONSEJO DE ESTUDIO

Para cada valor de x, el par ordenado $(x, 4)$ es una solución de $y = 4$.

Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

Haz una gráfica de la ecuación lineal.

1. $y = -2.5$

2. $x = 5$

Usar intersecciones para hacer gráficas de ecuaciones lineales

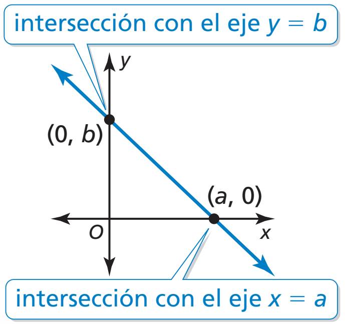
Puedes usar el hecho de que dos puntos determinen una recta para hacer una gráfica de una ecuación lineal. Dos puntos convenientes son los puntos donde la gráfica cruza los ejes.

Concepto Esencial

Usar intersecciones para hacer gráficas de ecuaciones

La **intersección con el eje *x*** de una gráfica es la coordenada x de un punto donde la gráfica cruza el eje x. Se produce cuando $y = 0$.

La **intersección con el eje *y*** de una gráfica es la coordenada y de un punto donde la gráfica cruza el eje y. Se produce cuando $x = 0$.



Para hacer una gráfica de la ecuación lineal $Ax + By = C$, halla las intersecciones y traza la recta que pase por dos intersecciones.

- Para hallar la intersección con el eje x, $y = 0$ y resuelve para hallar el valor de x.
- Para hallar la intersección con el eje y, $x = 0$ y resuelve para hallar el valor de y.

EJEMPLO 2 Usar intersecciones para hacer una gráfica de una ecuación lineal

Usa las intersecciones para hacer una gráfica de la ecuación $3x + 4y = 12$.

SOLUCIÓN

Paso 1 Halla las intersecciones.

Para hallar la intersección con el eje x, sustituye 0 por y y resuelve para hallar el valor de x.

$3x + 4y = 12$ Escribe la ecuación original.

$3x + 4(0) = 12$ Sustituye 0 por y.

$x = 4$ Resuelve para hallar x.

Para hallar la intersección con el eje y, sustituye 0 por x y resuelve para hallar el valor de y.

$3x + 4y = 12$ Escribe la ecuación original.

$3(0) + 4y = 12$ Sustituye 0 por x.

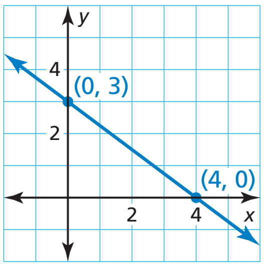
$y = 3$ Resuelve para hallar y.

CONSEJO DE ESTUDIO

Para verificar, puedes hallar una tercera solución de la ecuación y verificar que el punto correspondiente esté en la gráfica. Para hallar la tercera solución, sustituye cualquier valor por una de las variables y resuelve para hallar la otra variable.

Paso 2 Marca los puntos y traza la recta.

La intersección con el eje x es 4, entonces marca el punto (4, 0).
La intersección con el eje y es 3, entonces marca el punto (0, 3).
Traza una recta que pase por los puntos.



Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

Usa las intersecciones para hacer una gráfica de la ecuación lineal. Rotula los puntos correspondientes a las intersecciones.

3. $2x - y = 4$

4. $x + 3y = -9$

Resolver problemas de la vida real

EJEMPLO 3 Representar con matemáticas

Estás planificando un banquete de celebración de premios para tu escuela. Necesitas rentar mesas para 180 personas. Las mesas vienen en dos tamaños. Las mesas pequeñas tienen capacidad para 6 personas y las mesas grandes tienen capacidad para 10 personas. La ecuación $6x + 10y = 180$ representa esta situación, donde x es el número de mesas pequeñas y y es el número de mesas grandes.

a. Haz una gráfica de la ecuación. Interpreta las intersecciones.

b. Halla cuatro soluciones posibles en el contexto del problema.

SOLUCIÓN

1. Comprende el problema Sabes cuál es la ecuación que representa esta situación. Te piden que hagas una gráfica de la ecuación, interpretes las intersecciones y halles cuatro soluciones.

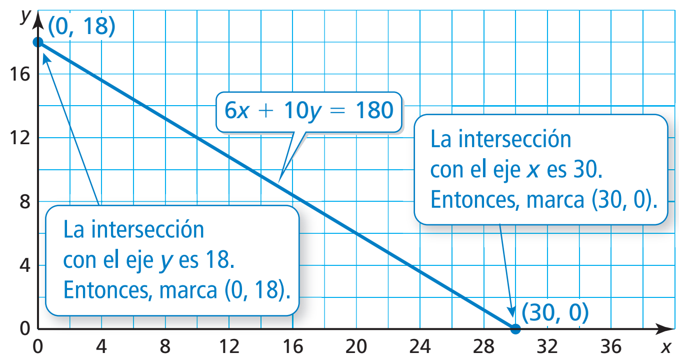
2. Haz un plan Usa las intersecciones para hacer una gráfica de la ecuación. Luego, usa la gráfica para interpretar las intersecciones y hallar otras soluciones.

CONSEJO DE ESTUDIO

Aunque x e y representan números enteros, es conveniente trazar un segmento de recta que incluya puntos cuyas coordenadas no sean números enteros.

3. Resuelve el problema.

a. Usa las intersecciones para hacer una gráfica de la ecuación. Ni x ni y pueden ser negativos, entonces haz la gráfica de la ecuación solo en el primer cuadrante.



▶ La intersección con el eje x muestra que puedes rentar 30 mesas pequeñas si no rentas ninguna mesa grande. La intersección con el eje y muestra que puedes rentar 18 mesas grandes si no rentas ninguna mesa pequeña.

b. Solo los valores de números enteros de x e y tienen sentido en el contexto del problema. Además de las intersecciones, parece que la recta pasa por los puntos (10, 12) y (20, 6). Para verificar que estos puntos sean soluciones, verifícalos en la ecuación como se muestra.

▶ Entonces, cuatro combinaciones posibles de mesas que tendrán capacidad para 180 personas son 0 pequeñas y 18 grandes, 10 pequeñas y 12 grandes, 20 pequeñas y 6 grandes y 30 pequeñas y 0 grandes.

Verifica

$$6x + 10y = 180$$
$$6(10) + 10(12) \stackrel{?}{=} 180$$
$$180 = 180 \checkmark$$

$$6x + 10y = 180$$
$$6(20) + 10(6) \stackrel{?}{=} 180$$
$$180 = 180 \checkmark$$

4. Verifícalo La gráfica muestra que a medida que el número x de mesas pequeñas aumenta, el número y de mesas grandes disminuye. Esto tiene sentido en el contexto del problema. Entonces, la gráfica es razonable.

Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

5. ¿QUÉ PASA SI? Decides rentar mesas de otra compañía. Esta situación puede representarse con la ecuación $4x + 6y = 180$, donde x es el número de mesas pequeñas y y es el número de mesas grandes. Haz una gráfica de la ecuación e interpreta las intersecciones.

3.4 Ejercicios

Soluciones dinámicas disponibles en *BigIdeasMath.com*

Verificación de vocabulario y concepto esencial

1. **ESCRIBIR** ¿En qué se parecen las intersecciones con el eje x y las intersecciones con el eje y? ¿En qué se diferencian?

2. **¿CUÁL NO CORRESPONDE?** ¿Cuál es el punto que no corresponde al grupo de las otras tres? Explica tu razonamiento.

   $(0, -3)$ $\quad$ $(0, 0)$ $\quad$ $(4, -3)$ $\quad$ $(4, 0)$

Monitoreo del progreso y Representar con matemáticas

En los Ejercicios 3–6, haz una gráfica de la ecuación lineal. *(Consulta el Ejemplo 1).*

3. $x = 4$
4. $y = 2$
5. $y = -3$
6. $x = -1$

En los Ejercicios 7–12, halla las intersecciones con los ejes *x* e *y* de la ecuación lineal.

7. $2x + 3y = 12$
8. $3x + 6y = 24$
9. $-4x + 8y = -16$
10. $-6x + 9y = -18$
11. $3x - 6y = 2$
12. $-x + 8y = 4$

En los Ejercicios 13–22, usa las intersecciones para hacer una gráfica de la ecuación lineal. Rotula los puntos correspondientes a las intersecciones. *(Consulta el Ejemplo 2).*

13. $5x + 3y = 30$
14. $4x + 6y = 12$
15. $-12x + 3y = 24$
16. $-2x + 6y = 18$
17. $-4x + 3y = -30$
18. $-2x + 7y = -21$
19. $-x + 2y = 7$
20. $3x - y = -5$
21. $-\frac{5}{2}x + y = 10$
22. $-\frac{1}{2}x + y = -4$

23. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** Un equipo de fútbol americano tiene un partido de visitante y el autobús se rompe. El entrenador decide llevar a los jugadores al partido en carros y camionetas. Entran cuatro jugadores por carro. Entran seis jugadores por camioneta. Hay 48 jugadores en el equipo. La ecuación $4x + 6y = 48$ representa esta situación, donde x es el número de carros y y es el número de camionetas. *(Consulta el Ejemplo 3).*

   a. Haz una gráfica de la ecuación. Interpreta las intersecciones.

   b. Halla cuatro soluciones posibles en el contexto del problema.

24. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** Compras camisetas para el club de matemáticas de tu escuela. Cada camiseta de manga corta cuesta \$10. Cada camiseta de manga larga cuesta \$12. Tienes un presupuesto de \$300 para las camisetas. La ecuación $10x + 12y = 300$ representa el costo total, donde x es el número de camisetas de manga corta e y es el número de camisetas de manga larga.

   a. Haz una gráfica de la ecuación. Interpreta las intersecciones.

   b. Doce estudiantes deciden que quieren comprar las camisetas de manga corta. ¿Cuántas camisetas de manga larga puedes comprar?

ANÁLISIS DE ERRORES **En los Ejercicios 25 y 26, describe y corrige el error cometido al hallar las intersecciones de la gráfica de la ecuación.**

25.

$3x + 12y = 24$	$3x + 12y = 24$
$3x + 12(0) = 24$	$3(0) + 12y = 24$
$3x = 24$	$12y = 24$
$x = 8$	$y = 2$

La intersección está en $(8, 2)$.

26.

$4x + 10y = 20$	$4x + 10y = 20$
$4x + 10(0) = 20$	$4(0) + 10y = 20$
$4x = 20$	$10y = 20$
$x = 5$	$y = 2$

La intersección con el eje x está en $(0, 5)$ y la intersección con el eje y está en $(2, 0)$.

27. ARGUMENTAR Oyes por casualidad que tu amigo está explicando cómo hallar las intersecciones a un compañero de clase. Tu amigo dice: "Cuando quieras hallar la intersección con el eje x, sólo sustituye 0 por x y continúa para resolver la ecuación". ¿Es correcta la explicación de tu amigo? Explica.

28. ANALIZAR RELACIONES Perdiste la cuenta de cuántas canastas de 2 puntos y cuántas canastas de 3 puntos acierta un equipo en un partido de básquetbol. El equipo falla en todas las canastas de 1 punto y aún así logra 54 puntos. La ecuación $2x + 3y = 54$ representa el total de puntos obtenidos, donde x es el número de canastas de 2 puntos y y es el número de canastas de 3 puntos.

a. Halla e interpreta las intersecciones.

b. ¿El número de canastas de 3 puntos puede ser impar? Explica tu razonamiento.

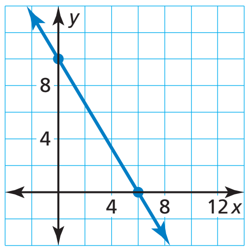
c. Haz una gráfica de la ecuación. Halla dos soluciones posibles más en el contexto del problema.

REPRESENTACIONES MÚLTIPLES En los Ejercicios 29–32, une la ecuación con su gráfica.

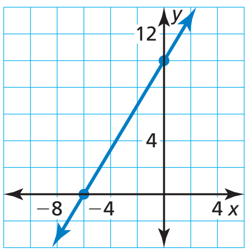
29. $5x + 3y = 30$ **30.** $5x + 3y = -30$

31. $5x - 3y = 30$ **32.** $5x - 3y = -30$

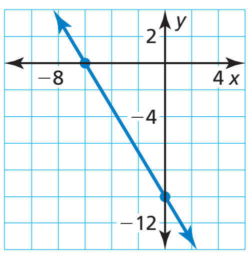
A.



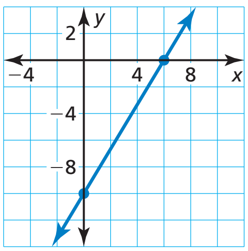
B.



C.

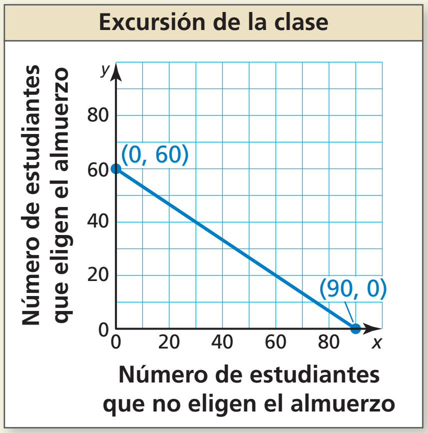


D.



33. CONEXIONES MATEMÁTICAS Haz una gráfica de las ecuaciones $x = 5$, $x = 2$, $y = -2$ e $y = 1$. ¿Qué figura cerrada forman las rectas? Explica tu razonamiento.

34. ¿CÓMO LO VES? Estás organizando una excursión de tu clase a un parque de diversiones. El costo de entrada al parque es \$30. El costo de entrada con almuerzo incluido es \$45. Tienes un presupuesto de \$2700 para la excursión. La ecuación $30x + 45y = 2700$ representa el costo total para que la clase vaya a la excursión, donde x es el número de estudiantes que no eligen el almuerzo y y es el número de estudiantes que sí eligen el almuerzo.



a. Interpreta las intersecciones de la gráfica.

b. Describe el dominio y el rango en el contexto del problema.

35. RAZONAR Usa los valores para completar la ecuación $\square x + \square y = 30$ para que la intersección con el eje x de la gráfica sea -10 y la intersección con el eje y de la gráfica sea 5.

-10 -3 1 5 6

36. ESTIMULAR EL PENSAMIENTO Escribe una ecuación en forma estándar de una recta cuyas intersecciones sean enteros. Explica cómo sabes que las intersecciones son enteros.

37. ESCRIBIR ¿Las ecuaciones de rectas verticales y horizontales se escriben en forma estándar? Explica tu razonamiento.

38. RAZONAMIENTO ABSTRACTO Las intersecciones con el eje x e y de la gráfica de la ecuación $3x + 5y = k$ son enteros. Describe los valores de k. Explica tu razonamiento.

Mantener el dominio de las matemáticas

Repasar lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Simplifica la expresión. *(Manual de revisión de destrezas)*

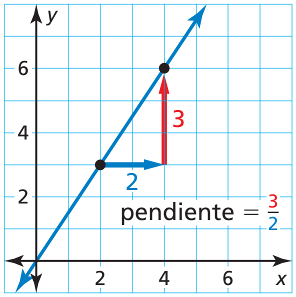
39. $\dfrac{2-(-2)}{4-(-4)}$ **40.** $\dfrac{14-18}{0-2}$ **41.** $\dfrac{-3-9}{8-(-7)}$ **42.** $\dfrac{12-17}{-5-(-2)}$

3.5 Hacer gráficas de ecuaciones lineales en forma de pendiente e intersección

Pregunta esencial

¿Cómo puedes describir la gráfica de la ecuación $y = mx + b$?

La **pendiente** es la tasa de cambio entre dos puntos cualesquiera en una recta. Es la medida que de qué tan *empinada* es una recta.



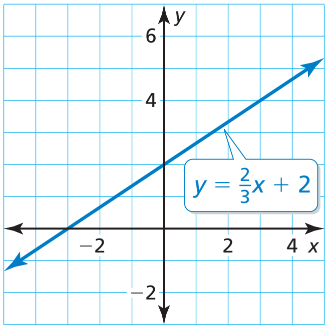
Para hallar la pendiente de una recta, halla la razón entre el cambio en y (cambio vertical) y el cambio en x (cambio horizontal).

$$\text{pendiente} = \frac{\text{cambio en } y}{\text{cambio en } x}$$

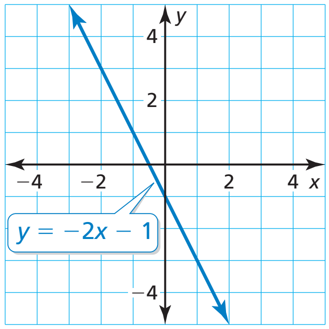
EXPLORACIÓN 1 Hallar pendientes e intersecciones con el eje *y*

Trabaja con un compañero. Halla la pendiente y la intersección con el eje y de cada recta.

a.



b.



HACER CONJETURAS

Para dominar las matemáticas, primero necesitas reunir y organizar los datos. Luego, haz conjeturas sobre los patrones que observas en los datos.

EXPLORACIÓN 2 Escribir una conjetura

Trabaja con un compañero. Haz una gráfica de cada ecuación. Luego, copia y completa la tabla. Usa la tabla completa para escribir una conjetura sobre la relación entre la gráfica de $y = mx + b$ y los valores de m y b.

Ecuación	Descripción de la gráfica	Pendiente de la gráfica	Intersección con el eje *y*
a. $y = -\frac{2}{3}x + 3$	Recta	$-\frac{2}{3}$	3
b. $y = 2x - 2$			
c. $y = -x + 1$			
d. $y = x - 4$			

Comunicar tu respuesta

3. ¿Cómo puedes describir la gráfica de la ecuación $y = mx + b$?

a. ¿Cómo afecta el valor de m a la gráfica de la ecuación?

b. ¿Cómo afecta el valor de b a la gráfica de la ecuación?

c. Para verificar tus respuestas en las partes (a) y (b), elige una ecuación de la exploración 2 y (1) varía solo m y (2) varía solo b.

3.5 Lección

Vocabulario Esencial

pendiente, *pág. 136*
distancia vertical, *pág. 136*
distancia horizontal, *pág. 136*
forma de pendiente e intersección, *pág. 138*
función constante, *pág. 138*

Anterior
variable dependiente
variable independiente

Qué aprenderás

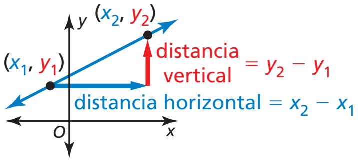
- Hallar la pendiente de una recta.
- Usar la forma de pendiente e intersección de una ecuación lineal.
- Usar las pendientes y las intersecciones con el eje *y* para resolver problemas de la vida real.

La pendiente de una recta

Concepto Esencial

Pendiente

La **pendiente** m de una recta no vertical que pasa por dos puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) es la razón de la **distancia vertical** (cambio en y) y la **distancia horizontal** (cambio en x).



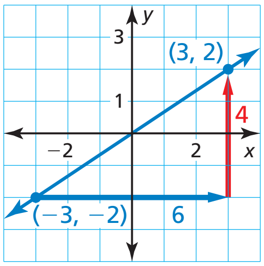
$$\text{pendiente} = m = \frac{\text{distancia vertical}}{\text{distancia horizontal}} = \frac{\text{cambio en } y}{\text{cambio en } x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Cuando la recta asciende de izquierda a derecha, la pendiente es positiva.
Cuando la recta desciende de izquierda a derecha, la pendiente es negativa.

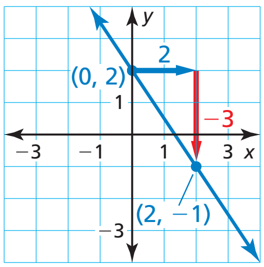
EJEMPLO 1 Hallar la pendiente de una recta

Describe la pendiente de cada recta. Luego, halla la pendiente.

a.



b.



CONSEJO DE ESTUDIO

Cuando halles la pendiente, puedes rotular cualquiera de los dos puntos como (x_1, y_1) y el otro como (x_2, y_2). El resultado es el mismo.

SOLUCIÓN

a. La recta asciende de izquierda a derecha. Entonces, la pendiente es positiva. Sea $(x_1, y_1) = (-3, -2)$ y $(x_2, y_2) = (3, 2)$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - (-2)}{3 - (-3)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

b. La recta desciende de izquierda a derecha. Entonces, la pendiente es negativa. Sea $(x_1, y_1) = (0, 2)$ y $(x_2, y_2) = (2, -1)$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 2}{2 - 0} = \frac{-3}{2} = -\frac{3}{2}$$

LEER

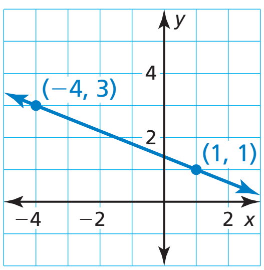
En la fórmula para hallar la pendiente, x_1 se lee "x sub uno" e y_2 se lee "y sub dos." Los números 1 y 2 en x_1 y y_2 se llaman *subíndices*.

Monitoreo del progreso

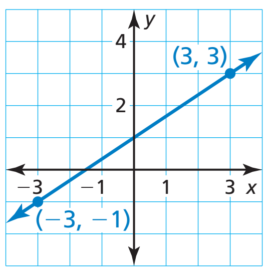
Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

Describe la pendiente de la recta. Luego, halla la pendiente.

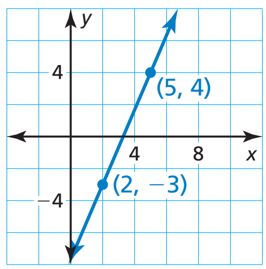
1.



2.



3.



EJEMPLO 2 Hallar una pendiente de una tabla

Los puntos que se representan en la tabla pertenecen a una recta. ¿Cómo puedes hallar la pendiente de cada recta basándote en la tabla? ¿Cuál es la pendiente de cada recta?

a.

x	y
4	20
7	14
10	8
13	2

b.

x	y
−1	2
1	2
3	2
5	2

c.

x	y
−3	−3
−3	0
−3	6
−3	9

CONSEJO DE ESTUDIO

Para verificar, puedes marcar los puntos que se representan en la tabla para verificar que la recta que pase por ellos tenga una pendiente de −2.

SOLUCIÓN

a. Elige dos puntos cualesquiera de la tabla y usa la fórmula para hallar la pendiente. Usa los puntos $(x_1, y_1) = (4, 20)$ y $(x_2, y_2) = (7, 14)$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{14 - 20}{7 - 4} = \frac{-6}{3}, \text{ o } -2$$

▶ La pendiente es −2.

b. Observa que no hay cambio en y. Elige dos puntos cualesquiera de la tabla y usa la fórmula para hallar la pendiente. Usa los puntos $(x_1, y_1) = (-1, 2)$ y $(x_2, y_2) = (5, 2)$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 2}{5 - (-1)} = \frac{0}{6}, \text{ o } 0$$

El cambio en *y* es 0.

▶ La pendiente es 0.

c. Observa que no hay cambio en x. Elige dos puntos cualesquiera de la tabla y usa la fórmula para hallar la pendiente. Usa los puntos $(x_1, y_1) = (-3, 0)$ y $(x_2, y_2) = (-3, 6)$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 0}{-3 - (-3)} = \frac{6}{0}$$

El cambio en *x* es 0.

▶ Como la división entre cero es indefinida, la pendiente de la recta es indefinida.

Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

Los puntos que se representan en la tabla pertenecen a una recta. ¿Cómo puedes hallar la pendiente de la recta basándote en la tabla? ¿Cuál es la pendiente de la recta?

4.

x	2	4	6	8
y	10	15	20	25

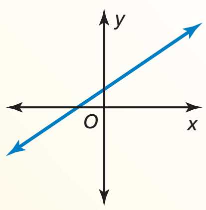
5.

x	5	5	5	5
y	−12	−9	−6	−3

Resumen de conceptos

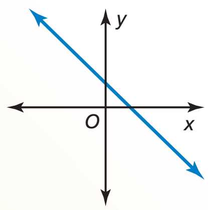
Pendiente

Pendiente positiva



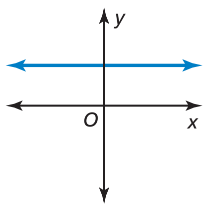
La recta asciende de izquierda a derecha.

Pendiente negativa



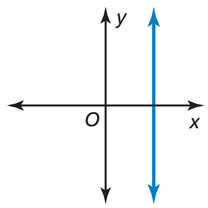
La recta desciende de izquierda a derecha.

Pendiente de 0



La recta es horizontal.

Pendiente indefinida



La recta es vertical.

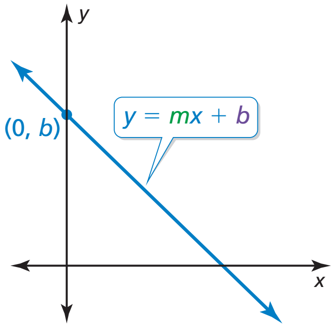
Usar la forma de pendiente e intersección de una ecuación lineal

Concepto Esencial

Forma de pendiente e intersección

Palabras Una ecuación lineal escrita de la forma $y = mx + b$ está en **forma de pendiente e intersección**. La pendiente de la recta es m y la intersección con el eje y de la recta es b.

Álgebra $y = \underbrace{m}_{\text{pendiente}}x + \underbrace{b}_{\text{intersección con el eje } y}$



Una ecuación lineal escrita de la forma $y = 0x + b$ o $y = b$ es una **función constante**. La gráfica de una función constante es una recta horizontal.

EJEMPLO 3 Identificar pendientes e intersecciones con el eje y

Halla la pendiente y la intersección con el eje y de la gráfica de cada ecuación lineal.

a. $y = 3x - 4$ **b.** $y = 6.5$ **c.** $-5x - y = -2$

SOLUCIÓN

CONSEJO DE ESTUDIO

En una función constante, cada entrada tiene la misma salida. Por ejemplo, en el ejemplo 3b, cada entrada tiene una salida de 6.5.

a. $y = \underbrace{m}_{\text{pendiente}}x + \underbrace{b}_{\text{intersección con el eje } y}$ Escribe la forma de pendiente e intersección

$y = 3x + (-4)$ Reescribe la ecuación original en forma de pendiente e intersección.

▶ La pendiente es 3 y la intersección con el eje y es -4.

b. La ecuación representa una función constante. La ecuación también puede escribirse $y = 0x + 6.5$.

▶ La pendiente es 0 y la intersección con el eje y es 6.5.

CONSEJO DE ESTUDIO

Cuando reescribes una ecuación lineal en forma de pendiente e intersección, estás expresando y como una función de x.

c. Reescribe la ecuación en forma de pendiente e intersección hallando el valor de y.

$$
\begin{aligned}
-5x - y &= -2 && \text{Escribe la ecuación original.}\\
+5x \qquad &\quad +5x && \text{Suma } 5x \text{ a cada lado.}\\
-y &= 5x - 2 && \text{Simplifica.}\\
\frac{-y}{-1} &= \frac{5x - 2}{-1} && \text{Divide cada lado entre } -1.\\
y &= -5x + 2 && \text{Simplifica.}
\end{aligned}
$$

▶ La pendiente es -5 y la intersección con el eje y es 2.

Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

Halla la pendiente y la intersección con el eje y de la gráfica de la ecuación lineal.

6. $y = -6x + 1$ **7.** $y = 8$ **8.** $x + 4y = -10$

CONSEJO DE ESTUDIO

Puedes usar la pendiente para hallar puntos en una recta en cualquier dirección. En el ejemplo 4, observa que la pendiente puede escribirse como $\frac{2}{-1}$. Entonces, podrías mover 1 unidad hacia la izquierda y 2 unidades hacia arriba de (0, 2) para hallar el punto (–1, 4).

EJEMPLO 4 Usar la forma de pendiente e intersección para hacer gráficas

Haz una gráfica de $2x + y = 2$. Interpreta la intersección con el eje x.

SOLUCIÓN

Paso 1 Reescribe la ecuación en forma de pendiente e intersección.

$$y = -2x + 2$$

Paso 2 Halla la pendiente y la intersección con el eje y.

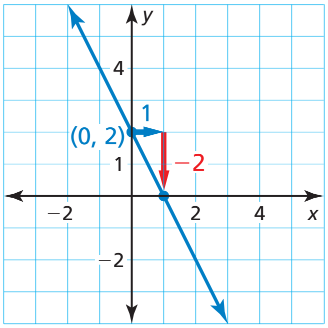
$$m = -2 \text{ y } b = 2$$

Paso 3 La intersección con el eje y es 2. Entonces, marca (0, 2).

Paso 4 Usa la pendiente para hallar otro punto en la recta.

$$\text{pendiente} = \frac{\text{distancia vertical}}{\text{distancia horizontal}} = \frac{-2}{1}$$

Marca el punto que está 1 unidad hacia la derecha y 2 unidades hacia abajo de (0, 2). Traza una recta que pase por los dos puntos.



▶ La recta cruza el eje x en (1, 0). Entonces, la intersección con el eje x es 1.

RECUERDA

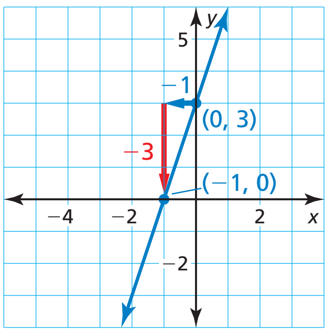
Para hallar la intersección con el eje x, también puedes sustituir 0 por y en la ecuación $2x + y = 2$ y resolver para hallar x.

EJEMPLO 5 Hacer gráficas de una descripción verbal

Una función lineal g representa una relación donde la variable dependiente aumenta 3 unidades por cada 1 unidad que aumenta la variable independiente. Haz una gráfica de g si $g(0) = 3$. Identifica la pendiente, la intersección con el eje y y la intersección con el eje x de la gráfica.

SOLUCIÓN

Como la función g es lineal, tiene una tasa de cambio constante. Sea x la variable independiente e y la variable dependiente.



Paso 1 **Halla la pendiente.** Cuando la variable dependiente aumenta en 3, el cambio en y es $+3$. Cuando la variable independiente aumenta en 1, el cambio en x es $+1$.

Entonces, la pendiente es $\frac{3}{1}$ o 3.

Paso 2 **Halla la intersección en el eje y.** El enunciado $g(0) = 3$ indica que si $x = 0$, $y = 3$. Entonces, la intersección en el eje y es 3. Marca (0. 3).

Paso 3 **Usa la pendiente para hallar otro punto en la recta.** Una pendiente de 3 puede escribirse como $\frac{-3}{-1}$. Marca el punto 1 unidad hacia la izquierda y 3 unidades hacia debajo de (0, 3). Traza una recta que pase por los dos puntos. La recta cruza el eje x en $(-1, 0)$. Entonces, la intersección en el eje x es -1.

▶ La pendiente es 3, la intersección en el eje y es 3 y la intersección en el eje x es –1.

Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

Haz una gráfica de la ecuación lineal. Identifica la intersección con el eje x.

9. $y = 4x - 4$ **10.** $3x + y = -3$ **11.** $x + 2y = 6$

12. Una función lineal h representa una relación donde la variable dependiente disminuye 2 unidades por cada 5 unidades que aumenta la variable independiente. Haz una gráfica de h donde $h(0) = 4$. Identifica la pendiente, la intersección con el eje y, y la intersección con el eje x de la gráfica.

Resolver problemas de la vida real

En la mayoría de los problemas de la vida real, la pendiente se interpreta como una tasa, tal como millas por hora, dólares por hora o personas por año.

EJEMPLO 6 **Representar con matemáticas**

Un sumergible que explora el suelo oceánico comienza a ascender a la superficie. La elevación h (en pies) del sumergible se representa con la función $h(t) = 650t - 13{,}000$, donde t es el tiempo (en minutos) desde que el sumergible comenzó a ascender.

a. Haz una gráfica de la función e identifica su dominio y rango.

b. Interpreta la pendiente y las intersecciones de la gráfica.

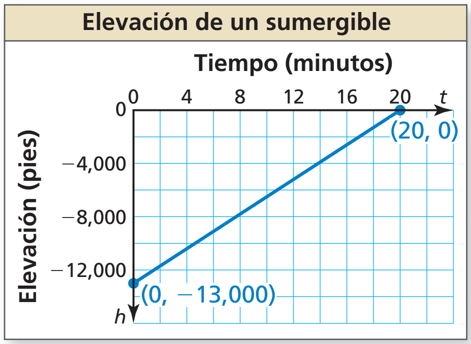
SOLUCIÓN

1. Comprende el problema Sabes cuál es la función que representa la elevación. Te piden que hagas una gráfica de la función e identifiques su dominio y rango. Luego, te piden que interpretes la pendiente y las intersecciones de la gráfica.

2. Haz un plan Usa la forma de pendiente e intersección de una ecuación lineal para hacer una gráfica de la función. Sólo haz una gráfica de los valores que tengan sentido en el contexto del problema. Examina la gráfica para interpretar la pendiente y las intersecciones.

3. Resuelve el problema

a. El tiempo t debe ser mayor que o igual a 0. La elevación h está por debajo del nivel del mar y debe ser menor que o igual a 0. Usa la pendiente de 650 y la intersección con el eje h de –13,000 para hacer una gráfica de la función en el Cuadrante IV.



CONSEJO DE ESTUDIO

Como t es la variable independiente, el eje horizontal es el eje t y la gráfica tendrá una "intersección con el eje t". De la misma manera, el eje vertical es el eje h y la gráfica tendrá una "intersección con el eje h".

▶ El dominio es $0 \leq t \leq 20$ y el rango es $-13{,}000 \leq h \leq 0$.

b. La pendiente es 650. Entonces, el sumergible asciende a una tasa de 650 pies por minuto. La intersección con el eje h es $-13{,}000$. Entonces, la elevación del sumergible después de 0 minutos, o cuando comienza el ascenso, es $-13{,}000$ pies. La intersección con el eje t es 20. Entonces, el sumergible tarda 20 minutos en llegar a una elevación de 0 pies, o al nivel del mar.

4. Verifícalo Puedes verificar que tu gráfica sea correcta si sustituyes la intersección con el eje t para hallar el valor de t en la función. Si $h = 0$ cuando $t = 20$, la gráfica es correcta.

$h = 650(20) - 13{,}000$ Sustituye 20 por t en la ecuación original.

$h = 0$ ✓ Simplifica.

Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

13. ¿QUÉ PASA SI? La elevación del sumergible se representa con $h(t) = 500t - 10{,}000$. (a) Haz una gráfica de la función e identifica su dominio y rango. (b) Interpreta la pendiente y las intersecciones de la gráfica.

3.5 Ejercicios

Soluciones dinámicas disponibles en *BigIdeasMath.com*

Verificación de vocabulario y concepto esencial

1. **COMPLETAR LA ORACIÓN** La ________ de una recta no vertical que pasa por dos puntos es la razón entre la distancia vertical y la distancia horizontal.

2. **VOCABULARIO** ¿Qué es una función constante? ¿Qué es la pendiente de una función constante?

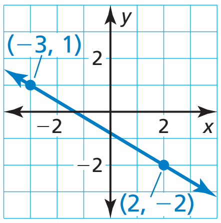
3. **ESCRIBIR** ¿Qué es la forma de pendiente e intersección de una ecuación lineal? Explica por qué esta forma se llama forma de pendiente e intersección.

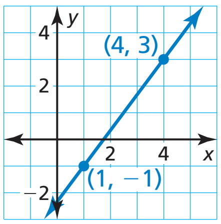
4. **¿CUÁL NO CORRESPONDE?** ¿Cuál de las siguientes ecuaciones *no* corresponde al grupo de las otras tres? Explica tu razonamiento.

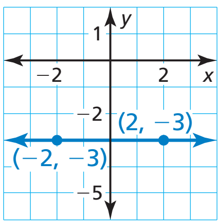
$y = -5x - 1$ $\quad$ $2x - y = 8$ $\quad$ $y = x + 4$ $\quad$ $y = -3x + 13$

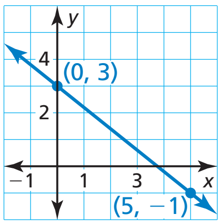
Monitoreo del progreso y Representar con matemáticas

En los Ejercicios 5–8, describe la pendiente de la recta. Luego, halla la pendiente. *(Consulta el Ejemplo 1).*

5. 

6. 

7. 

8. 

En los Ejercicios 9–12, los puntos de la tabla pertenecen a una recta. Halla la pendiente de la recta. *(Consulta el Ejemplo 2).*

9.

x	−9	−5	−1	3
y	−2	0	2	4

10.

x	−1	2	5	8
y	−6	−6	−6	−6

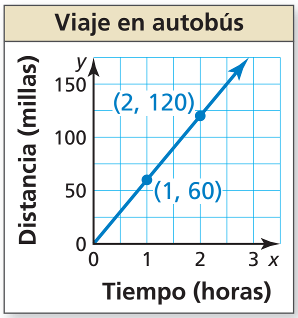
11.

x	0	0	0	0
y	−4	0	4	8

12.

x	−4	−3	−2	−1
y	2	−5	−12	−19

13. **ANALIZAR UNA GRÁFICA** En la gráfica, se muestra la distancia *y* (en millas) que recorre un autobús en *x* horas. Halla e interpreta la pendiente de la recta.



14. **ANALIZAR UNA TABLA** En la tabla, se muestra la cantidad *x* (en horas) de tiempo que pasaste en un parque temático y el costo de la entrada *y* (en dólares) al parque. Los puntos de la tabla pertenecen a una recta. Halla e interpreta la pendiente de la recta.

Tiempo (horas), *x*	Entrada (dólares), *y*
6	54.99
7	54.99
8	54.99

En los Ejercicios 15–22, halla la pendiente y la intersección con el eje y de la gráfica de la ecuación lineal. *(Consulta el Ejemplo 3).*

15. $y = -3x + 2$

16. $y = 4x - 7$

17. $y = 6x$

18. $y = -1$

19. $-2x + y = 4$

20. $x + y = -6$

21. $-5x = 8 - y$

22. $0 = 1 - 2y + 14x$

ANÁLISIS DE ERRORES **En los Ejercicios 23 y 24, describe y corrige el error cometido al hallar la pendiente y la intersección con el eje y de la gráfica de la ecuación.**

23. ✗

$x = -4y$

La pendiente es -4 y la intersección con el eje y es 0.

24. ✗

$y = 3x - 6$

La pendiente es 3 y la intersección con el eje y es 6.

En los Ejercicios 25–32, haz una gráfica de la ecuación lineal. Identifica la intersección con el eje x. *(Consulta el Ejemplo 4).*

25. $y = -x + 7$

26. $y = \frac{1}{2}x + 3$

27. $y = 2x$

28. $y = -x$

29. $3x + y = -1$

30. $x + 4y = 8$

31. $-y + 5x = 0$

32. $2x - y + 6 = 0$

En los Ejercicios 33 y 34, haz una gráfica de la función con la descripción dada. Identifica la pendiente, la intersección con el eje y, y la intersección con el eje x de la gráfica. *(Consulta el Ejemplo 5).*

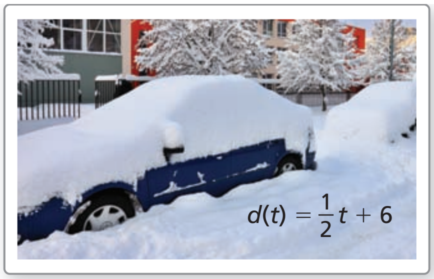
33. Una función lineal f representa una relación donde la variable dependiente disminuye 4 unidades por cada 2 unidades que aumenta la variable independiente. El valor de la función en 0 es -2.

34. Una función lineal h representa una relación donde la variable dependiente aumenta 1 unidad por cada 5 unidades que disminuye la variable independiente. El valor de la función en 0 es 3.

35. **HACER GRÁFICAS DE UNA DESCRIPCIÓN VERBAL** Una función lineal r representa el crecimiento de la uña de tu dedo índice derecho. La longitud de la uña aumenta 0.7 milímetro por semana. Haz una gráfica de r si $r(0) = 12$. Identifica la pendiente e interpreta la intersección con el eje y de la gráfica.

36. **HACER GRÁFICAS DE UNA DESCRIPCIÓN VERBAL** Una función lineal m representa la cantidad de leche que vende una granja por mes. La cantidad disminuye 500 galones por cada \$1 de aumento en el precio. Haz una gráfica de m si $m(0) = 3000$. Identifica la pendiente e interpreta la intersección con el eje x y la intersección con el eje y de la gráfica.

37. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** La función que se muestra representa la profundidad d (en pulgadas) de nieve en el suelo durante las primeras 9 horas de una tormenta de nieve, donde t es el tiempo (en horas) después del inicio de la tormenta de nieve. *(Consulta el Ejemplo 6).*



a. Haz una gráfica de la función e identifica su dominio y rango.

b. Interpreta la pendiente y la intersección con el eje d de la gráfica.

38. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** La función $c(x) = 0.5x + 70$ representa el costo c (en dólares) de rentar un camión de una compañía de mudanzas, donde x es el número de millas que conduces el camión.

a. Haz una gráfica de la función e identifica su dominio y rango.

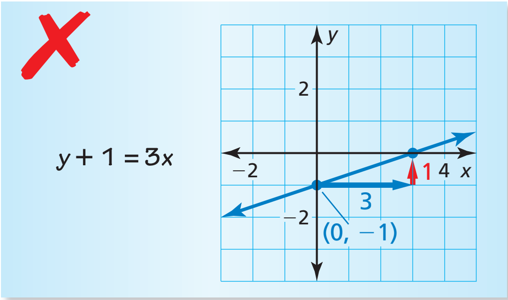
b. Interpreta la pendiente y la intersección con el eje c de la gráfica.

39. **COMPARAR FUNCIONES** Una función lineal representa el costo de rentar un camión de una compañía de mudanzas. En la tabla, se muestra el costo y (en dólares) cuando conduces el camión x millas. Haz una gráfica de la función y compara la pendiente y la intersección con el eje y de la gráfica con la pendiente y la intersección con el eje c de la gráfica del ejercicio 38.

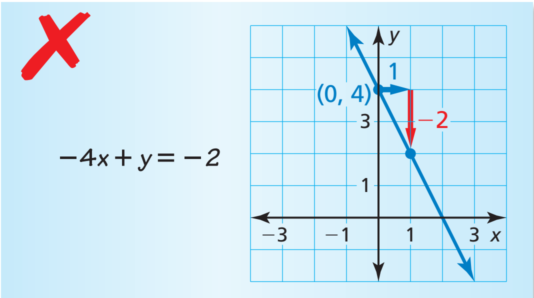
Millas, x	Costo (dólares), y
0	40
50	80
100	120

ANÁLISIS DE ERRORES En los Ejercicios 40 y 41, describe y corrige el error cometido al hacer una gráfica de la función.

40.



41.



42. CONEXIONES MATEMÁTICAS Haz una gráfica de las cuatro ecuaciones en el mismo plano de coordenadas.

$$3y = -x - 3$$

$$2y - 14 = 4x$$

$$4x - 3 - y = 0$$

$$x - 12 = -3y$$

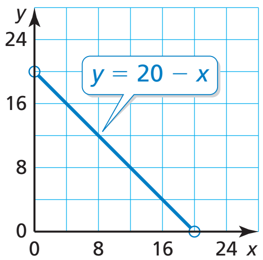
a. ¿Qué figura cerrada crees que forman las rectas? Explica.

b. Escribe una conjetura sobre las ecuaciones de rectas paralelas.

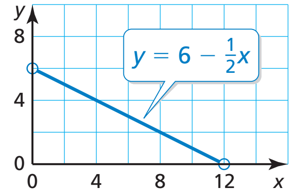
43. CONEXIONES MATEMÁTICAS En la gráfica, se muestra la relación entre el ancho y la longitud x de un rectángulo en pulgadas. El perímetro de un segundo rectángulo es 10 pulgadas menos que el perímetro del primer rectángulo.

a. Haz una gráfica de la relación entre el ancho y la longitud del segundo rectángulo.

b. ¿Cómo se compara la gráfica de la parte (a) con la gráfica que se muestra?



44. CONEXIONES MATEMÁTICAS En la gráfica, se muestra la relación entre la longitud de base x y la longitud de lado (de los dos lados iguales) y de un triángulo isósceles en metros. El perímetro de un segundo triángulo isósceles es 8 metros más que el perímetro del primer triángulo.



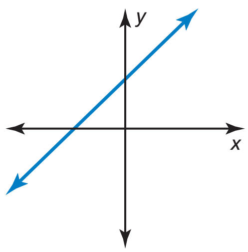
a. Haz una gráfica de la relación entre la longitud de base y la longitud de lado del segundo triángulo.

b. ¿Cómo se compara la gráfica de la parte (a) con la gráfica que se muestra?

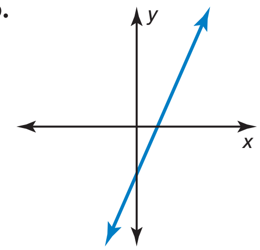
45. ANALIZAR ECUACIONES Determina cuál de las ecuaciones podría representar cada gráfica.

$y = -3x + 8$	$y = -x - \frac{4}{3}$
$y = -7x$	$y = 2x - 4$
$y = \frac{7}{4}x - \frac{1}{4}$	$y = \frac{1}{3}x + 5$
$y = -4x - 9$	$y = 6$

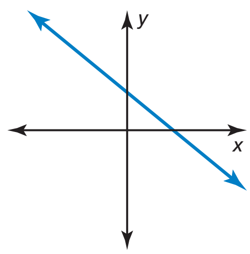
a.



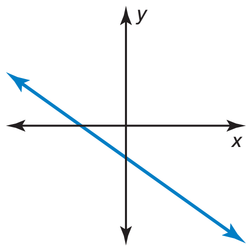
b.



c.



d.

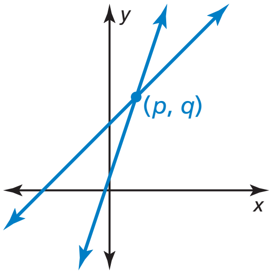


46. ARGUMENTAR Tu amigo dice que tú puedes escribir la ecuación de cualquier recta en forma de pendiente e intersección. ¿Tiene razón tu amigo? Explica tu razonamiento.

47. ESCRIBIR Escribe la definición de la pendiente de una recta de dos maneras diferentes.

48. ESTIMULAR EL PENSAMIENTO Tu familia se va de vacaciones a una playa a 300 millas de tu casa. Llegan a destino 6 horas después de salir. Dibuja una gráfica que describa el viaje. Explica qué representa cada parte de tu gráfica.

49. ANALIZAR UNA GRÁFICA Se muestran las gráficas de las funciones $g(x) = 6x + a$ y $h(x) = 2x + b$, donde a y b son constantes. Se intersecan en el punto (p, q).

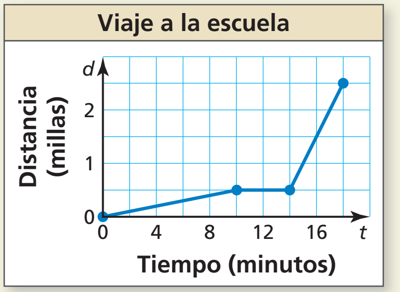


a. Rotula las gráficas de g y h.

b. ¿Qué representan a y b?

c. Comienza en el punto (p, q), traza la gráfica de g hasta que llegues al punto con la coordenada x $p + 2$. Marca este punto C. Haz lo mismo con la gráfica de h. Marca este punto D. ¿Cuánto mayor es la coordenada y del punto C que la coordenada y del punto D?

50. ¿CÓMO LO VES? Vas a la escuela a pie y en autobús. En la gráfica, se representa tu viaje.



a. Describe tu viaje en palabras.

b. Calcula e interpreta las pendientes de las diferentes partes de la gráfica.

RESOLVER PROBLEMAS En los Ejercicios 51 y 52, halla el valor de k para que la gráfica de la ecuación tenga la pendiente o la intersección con el eje y dadas.

51. $y = 4kx - 5;\ m = \frac{1}{2}$

52. $y = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{6}k;\ b = -10$

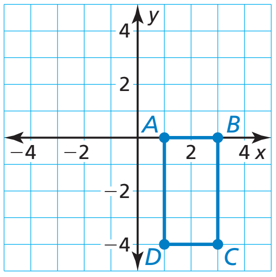
53. RAZONAMIENTO ABSTRACTO Para demostrar que la pendiente de una recta es constante, sea (x_1, y_1) y (x_2, y_2) cualesquiera dos puntos en la recta $y = mx + b$. Usa la ecuación de la recta para expresar y_1 en términos de x_1 e y_2 en términos de x_2. Luego, usa la fórmula para hallar la pendiente para demostrar que la pendiente entre los puntos es m.

Mantener el dominio de las matemáticas

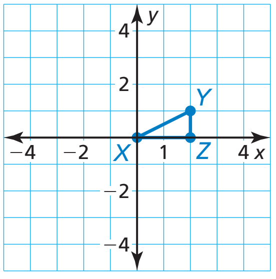
Repasar lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Halla las coordenadas de la figura después de la transformación. *(Manual de revisión de destrezas)*

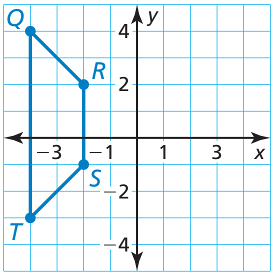
54. Traslada el rectángulo 4 unidades hacia la izquierda.



55. Dilata el triángulo con respecto al origen usando un factor de escala de 2.



56. Refleja el trapecio en el eje y.



Determina si la ecuación representa una función *lineal* o *no lineal*. Explica. *(Sección 3-2)*

57. $y - 9 = \frac{2}{x}$

58. $x = 3 + 15y$

59. $\frac{x}{4} + \frac{y}{12} = 1$

60. $y = 3x^4 - 6$

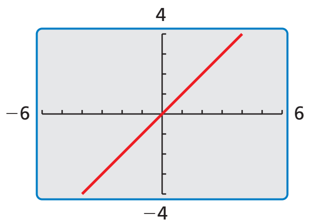
3.6 Transformaciones de gráficas de funciones lineales

Pregunta esencial

¿Cómo se compara la gráfica de la función lineal $f(x) = x$ con las gráficas de $g(x) = f(x) + c$ y $h(x) = f(cx)$?

EXPLORACIÓN 1 Comparar gráficas de funciones

Trabaja con un compañero. Se muestra la gráfica $f(x) = x$. Dibuja la gráfica de cada función, junto con f, en el mismo conjunto de ejes de coordenadas. Usa una calculadora gráfica para verificar tus resultados. ¿Cuál es tu conclusión?



a. $g(x) = x + 4$ **b.** $g(x) = x + 2$

c. $g(x) = x - 2$ **d.** $g(x) = x - 4$

USAR HERRAMIENTAS ESTRATÉGICAMENTE

Para dominar las matemáticas, necesitas usar las herramientas adecuadas, tal como gráficas, tablas y tecnología, para verificar tus resultados.

EXPLORACIÓN 2 Comparar gráficas de funciones

Trabaja con un compañero. Dibuja la gráfica de cada función, junto con $f(x) = x$, en el mismo conjunto de ejes de coordenadas. Usa una calculadora gráfica para verificar tus resultados. ¿Cuál es tu conclusión?

a. $h(x) = \frac{1}{2}x$ **b.** $h(x) = 2x$ **c.** $h(x) = -\frac{1}{2}x$ **d.** $h(x) = -2x$

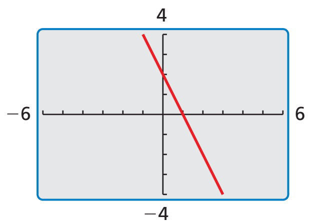
EXPLORACIÓN 3 Unir funciones con sus gráficas

Trabaja con un compañero. Une cada función con su gráfica. Usa una calculadora gráfica para verificar tus resultados. Luego, usa los resultados de las exploraciones 1 y 2 para comparar la gráfica de k con la gráfica de $f(x) = x$.

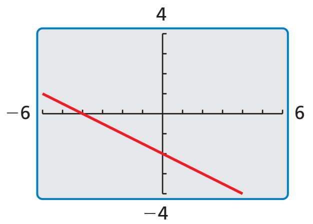
a. $k(x) = 2x - 4$ **b.** $k(x) = -2x + 2$

c. $k(x) = \frac{1}{2}x + 4$ **d.** $k(x) = -\frac{1}{2}x - 2$

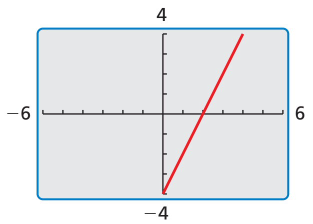
A.



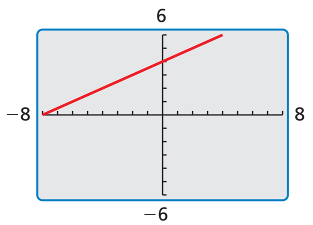
B.



C.



D.



Comunicar tu respuesta

4. ¿Cómo se compara la gráfica de la función lineal $f(x) = x$ con las gráficas de $g(x) = f(x) + c$ y $h(x) = f(cx)$?

3.6 Lección

Qué aprenderás

- Trasladar y reflejar gráficas de funciones lineales.
- Alargar y encoger gráficas de funciones lineales.
- Combinar transformaciones de gráficas de funciones lineales.

Vocabulario Esencial

familia de funciones, *pág. 146*
función madre, *pág. 146*
transformación, *pág. 146*
traslación, *pág. 146*
reflexión, *pág. 147*
encogimiento horizontal, *pág. 148*
alargamiento horizontal, *pág. 148*
encogimiento vertical, *pág. 148*
alargamiento vertical, *pág. 148*

Anterior
función lineal

Traslaciones y reflexiones

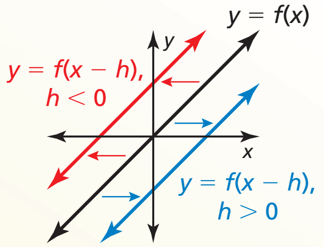
Una **familia de funciones** es un grupo de funciones con características semejantes. La función más básica en una familia de funciones es la **función madre**. En las ecuaciones lineales, la función madre es $f(x) = x$. Las gráficas de todas las otras funciones lineales son *transformaciones* de la gráfica de la función madre. Una **transformación** cambia el tamaño, la forma, la posición o la orientación de una gráfica.

Concepto Esencial

Una **traslación** es una transformación que cambia una gráfica de manera horizontal o vertical, pero no cambia el tamaño, la forma o la orientación de la gráfica.

Traslaciones horizontales

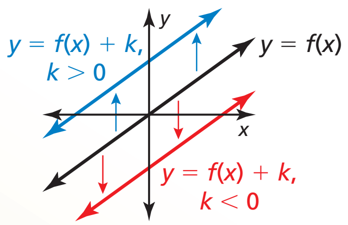
La gráfica de $y = f(x - h)$ es una traslación horizontal de la gráfica de $y = f(x)$, donde $h \neq 0$.



Restar h de las *entradas* antes de evaluar la función cambia la gráfica hacia la izquierda cuando $h < 0$ y hacia la derecha cuando $h > 0$.

Traslaciones verticales

La gráfica de $y = f(x) + k$ es una traslación vertical de la gráfica de $y = f(x)$, donde $k \neq 0$.



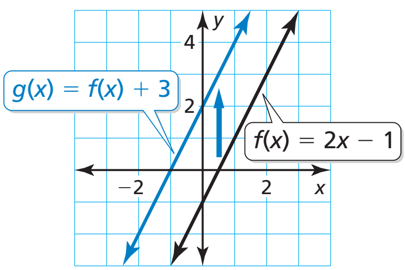
Sumar k a las *salidas* cambia la gráfica hacia abajo cuando $k < 0$ y hacia arriba cuando $k > 0$.

EJEMPLO 1 Traslaciones horizontales y verticales

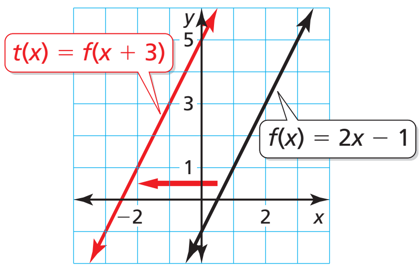
Sea $f(x) = 2x - 1$. Haz una gráfica de (a) $g(x) = f(x) + 3$ y (b) $t(x) = f(x + 3)$. Describe las transformaciones de la gráfica de f a las gráficas de g y t.

SOLUCIÓN

a. La función de g es de la forma $y = f(x) + k$, donde $k = 3$. Entonces, la gráfica de g es una traslación vertical 3 unidades hacia arriba de la gráfica de f.



b. La función de t es de la forma $y = f(x - h)$, donde $h = -3$. Entonces, la gráfica de t es una traslación horizontal 3 unidades hacia la izquierda de la gráfica de f.



BUSCAR UN PATRÓN

En la parte (a), la salida de g es igual a la salida de f más 3.

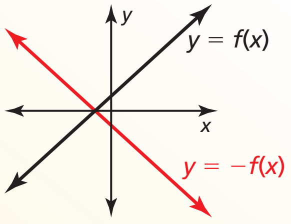
En la parte (b), la salida de t es igual a la salida de f cuando la entrada de f es 3 más que la entrada de t.

Concepto Esencial

Una **reflexión** es una transformación que invierte una gráfica sobre una recta llamada *eje de reflexión.*

Reflexiones en el eje x

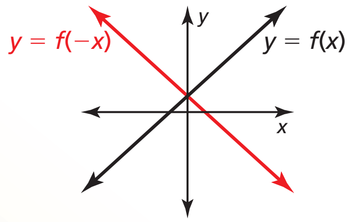
La gráfica de $y = -f(x)$ es una reflexión en el eje x de la gráfica de $y = f(x)$.



Multiplicar las salidas por -1 cambia sus signos.

Reflexiones en el eje y

La gráfica de $y = -f(-x)$ es una reflexión en el eje y de la gráfica de $y = f(x)$.



Multiplicar las entradas por -1 cambia sus signos.

CONSEJO DE ESTUDIO

Un punto reflejado está a la misma distancia desde el eje de reflexión que el punto original, pero en el lado opuesto de la recta.

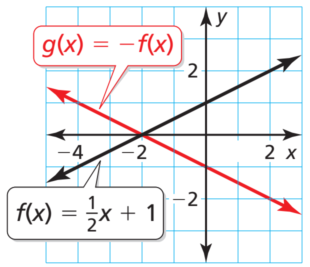
EJEMPLO 2 Reflexiones en el eje x y en el eje y

Sea $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$. Haz una gráfica de (a) $g(x) = -f(x)$ y (b) $t(x) = f(-x)$. Describe las transformaciones de la gráfica de f a las gráficas de g y t.

SOLUCIÓN

a. Para hallar las salidas de g, multiplica las salidas de f por -1. La gráfica de g consiste de los puntos $(x, -f(x))$.

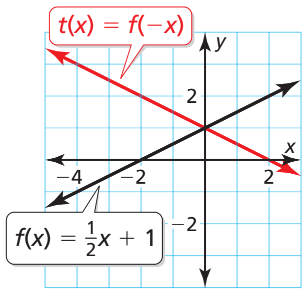
x	-4	-2	0
$f(x)$	-1	0	1
$-f(x)$	1	0	-1



La gráfica de g es una reflexión en el eje x de la gráfica de f.

b. Para hallar las salidas de t, multiplica las entradas por -1 y luego evalúa f. La gráfica de t consiste de los puntos $(x, -f(-x))$.

x	-2	0	2
$-x$	2	0	-2
$f(-x)$	2	1	0



La gráfica de t es una reflexión en el eje y de la gráfica de f.

Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

Usando f, haz una gráfica de (a) g y (b) h. Describe las transformaciones de la gráfica de f a las gráficas de g y h.

1. $f(x) = 3x + 1$; $g(x) = f(x) - 2$; $h(x) = f(x - 2)$

2. $f(x) = -4x - 2$; $g(x) = -f(x)$; $h(x) = f(-x)$

Alargamientos y encogimientos

Puedes transformar una función si multiplicas todas las coordenadas x (entradas) por el mismo factor a. Cuando $a > 1$, la transformación es un **encogimiento horizontal** porque la gráfica se encoge hacia el eje y. Cuando $0 < a < 1$, es un **alargamiento horizontal** porque la gráfica se alarga desde el eje y. En cada caso, la intersección con el eje y permanece igual.

Puedes transformar una función si multiplicas todas las coordenadas y (salidas) por el mismo factor a. Cuando $a > 1$, la transformación es un **alargamiento vertical** porque la gráfica se alarga desde el eje x. Cuando $0 < a < 1$, es un **encogimiento vertical** porque la gráfica se encoge hacia el eje x. En cada caso, la intersección con el eje x permanece igual.

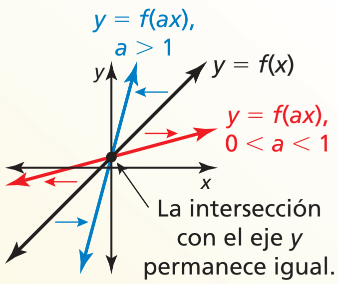
Concepto Esencial

CONSEJO DE ESTUDIO

Las gráficas de $y = f(-ax)$ y $y = -a \cdot f(x)$ representan un alargamiento o encogimiento y una reflexión en el eje x o en el eje y de la gráfica $y = f(x)$.

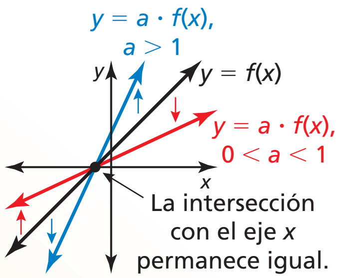
Alargamientos y encogimientos horizontales

La gráfica de $y = f(ax)$ es un alargamiento o encogimiento horizontal por un factor de $\frac{1}{a}$ de la gráfica de $y = f(x)$, donde $a > 0$ y $a \neq 1$.



Alargamientos y encogimientos verticales

La gráfica de $y = a \cdot f(x)$ es un alargamiento o encogimiento vertical por un factor de a de la gráfica de $y = f(x)$, donde $a > 0$ y $a \neq 1$.



EJEMPLO 3 Alargamientos horizontales y verticales

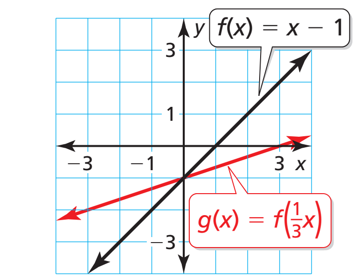
Sea $f(x) = x - 1$. Haz una gráfica de (a) $g(x) = f\left(\frac{1}{3}x\right)$ y (b) $h(x) = 3f(x)$. Describe las transformaciones de la gráfica de f a las gráficas de g y h.

SOLUCIÓN

a. Para hallar las salidas de g, multiplica las entradaspor $\frac{1}{3}$. Luego, evalúa f. La gráfica de g consiste de los puntos $\left(x, f\left(\frac{1}{3}x\right)\right)$.

x	-3	0	3
$\frac{1}{3}(x)$	-1	0	1
$f\left(\frac{1}{3}x\right)$	-2	-1	0

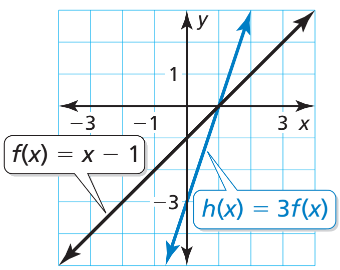
▶ La gráfica de g es un alargamiento horizontal de la gráfica de f por un factor de $1 \div \frac{1}{3} = 3$.



b. Para hallar las salidas de h, multiplica las salidas de f por 3. La gráfica de h consiste de los puntos $(x, 3f(x))$.

x	0	1	2
$f(x)$	-1	0	1
$3f(x)$	-3	0	3

▶ La gráfica de h es un alargamiento vertical de la gráfica de f por un factor de 3.



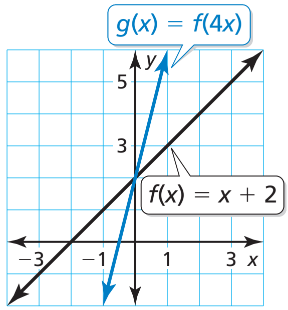
EJEMPLO 4 Encogimientos horizontales y verticales

Sea $f(x) = x + 2$. Haz una gráfica de (a) $g(x) = f(4x)$ y (b) $h(x) = \frac{1}{4}f(x)$. Describe las transformaciones de la gráfica de f a las gráficas de g y h.

SOLUCIÓN

a. Para hallar las salidas de g, multiplica las salidas por 4. Luego, evalúa f. La gráfica de g consiste de los puntos $(x, f(4x))$.

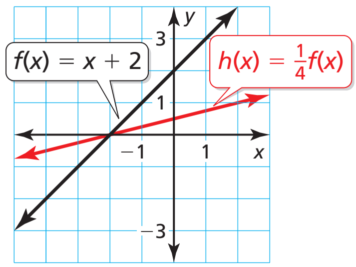
x	-1	0	1
$4x$	-4	0	4
$f(4x)$	-2	2	6



▶ La gráfica de g es un encogimiento horizontal de la gráfica de f por un factor de $\frac{1}{4}$.

b. Para hallar las salidas de h, multiplica las salidas de f por $\frac{1}{4}$. La gráfica de h consiste de los puntos $\left(x, \frac{1}{4}f(x)\right)$.

x	-2	0	2
$f(x)$	0	2	4
$\frac{1}{4}f(x)$	0	$\frac{1}{2}$	1



▶ La gráfica de h es un encogimiento vertical de la gráfica de f por un factor de $\frac{1}{4}$.

Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

Usando f, haz una gráfica de (a) g y (b) h. Describe las transformaciones de la gráfica de f a las gráficas de g y h.

3. $f(x) = 4x - 2$; $g(x) = f\left(\frac{1}{2}x\right)$; $h(x) = 2f(x)$

4. $f(x) = -3x + 4$; $g(x) = f(2x)$; $h(x) = \frac{1}{2}f(x)$

CONSEJO DE ESTUDIO

Puedes hacer transformaciones en la gráfica de *cualquier* función f usando estos pasos.

Combinar transformaciones

Concepto Esencial

Transformaciones de gráficas

La gráfica de $y = a \cdot f(x - h) + k$ o la gráfica de $y = f(ax - h) + k$ puede obtenerse de la gráfica de $y = f(x)$ si se siguen estos pasos.

Paso 1 Traslada de la gráfica de $y = f(x)$ de manera horizontal h unidades.

Paso 2 Usa a para alargar o encoger la gráfica que resulta del paso 1.

Paso 3 Refleja la gráfica que resulta del paso 2 si $a < 0$.

Paso 4 Traslada la gráfica que resulta del paso 3 de manera vertical k unidades.

EJEMPLO 5 Combinar transformaciones

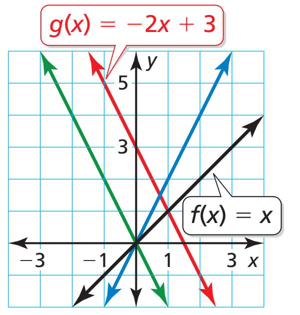
Haz una gráfica de $f(x) = x$ y $g(x) = -2x + 3$. Describe las transformaciones de la gráfica de f a la gráfica de g.

SOLUCIÓN

OTRA MANERA

También podrías reescribir g como $g(x) = -f(-2x) + 3$. En este caso, las transformaciones de la gráfica f a la gráfica de g serán diferentes que las del ejemplo 5.

Ahora puedes escribir g como $g(x) = -2f(x) + 3$.



Paso 1 No hay traslación horizontal de la gráfica de f a la gráfica de g.

Paso 2 Alarga la gráfica de f de manera vertical por un factor de 2 para obtener la gráfica de $h(x) = 2x$.

Paso 3 Refleja la gráfica de h en el eje x para obtener la gráfica de $r(x) = -2x$.

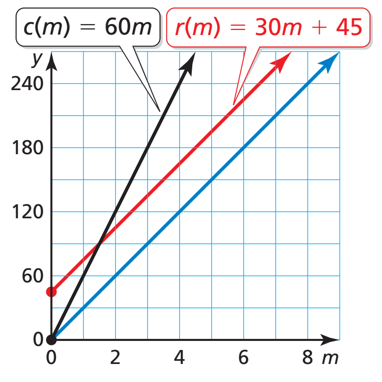
Paso 4 Traslada la gráfica de r de manera vertical 3 unidades hacia arriba para obtener la gráfica de $g(x) = -2x + 3$.

EJEMPLO 6 Resolver un problema de la vida real

Una compañía de cable cobra a los clientes \$60 por mes por su servicio, sin cuota de instalación. El costo a un cliente se representa con $c(m) = 60m$, donde m es el número de meses de servicio. Para atraer clientes nuevos, la compañía de cable reduce la cuota mensual a \$30, pero suma una cuota de instalación de \$45. El costo para un cliente nuevo se representa con $r(m) = 30m + 45$, donde m es el número de meses de servicio. Describe las transformaciones de la gráfica de c a la gráfica de r.

SOLUCIÓN

Observa que puedes escribir r como $r(m) = \frac{1}{2}c(m) + 45$. De esta forma, puedes usar el orden de las operaciones para obtener las salidas de r de las salidas de c. Primero, multiplica las salidas de c por $\frac{1}{2}$ para obtener $h(m) = 30m$. Luego, suma 45 a las salidas de h para obtener $r(m) = 30m + 45$.



▶ Las transformaciones son un encogimiento vertical por un factor de $\frac{1}{2}$ y luego una traslación vertical 45 unidades hacia arriba.

Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

5. Haz una gráfica de $f(x) = x$ y $h(x) = \frac{1}{4}x - 2$. Describe las transformaciones de la gráfica de f a la gráfica de h.

3.6 Ejercicios

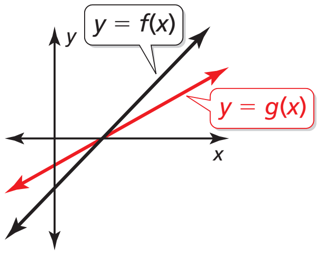
Soluciones dinámicas disponibles en *BigIdeasMath.com*

Verificación de vocabulario y concepto esencial

1. ESCRIBIR Describe la relación entre $f(x) = x$ y todas las otras funciones lineales.

2. VOCABULARIO Nombra cuatro tipos de transformaciones. Da un ejemplo de cada una y describe cómo afecta a la gráfica de una función.

3. ESCRIBIR ¿Cómo afecta el valor de a en la ecuació $y = f(ax)$ a la gráfica de $y = f(x)$? ¿Cómo afecta el valor de a en la ecuación $y = af(x)$ a la gráfica de $y = f(x)$?

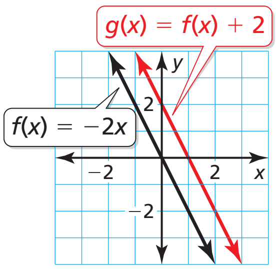


4. RAZONAR Las funciones f y g son funciones lineales. La gráfica de g es un encogimiento vertical de la gráfica de f. ¿Qué puedes decir sobre las intersecciones con el eje x de las gráficas de f y g? ¿Esto es siempre verdadero? Explica.

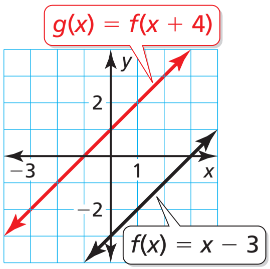
Monitoreo del progreso y Representar con matemáticas

En los Ejercicios 5–10, usa las gráficas de *f* y *g* para describir la transformación de la gráfica de *f* a la gráfica de *g*. *(Consulta el Ejemplo 1).*

5.



6.



7. $f(x) = \frac{1}{3}x + 3$; $g(x) = f(x) - 3$

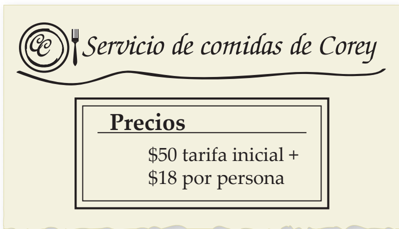
8. $f(x) = -3x + 4$; $g(x) = f(x) + 1$

9. $f(x) = -x - 2$; $g(x) = f(x + 5)$

10. $f(x) = \frac{1}{2}x - 5$; $g(x) = f(x - 3)$

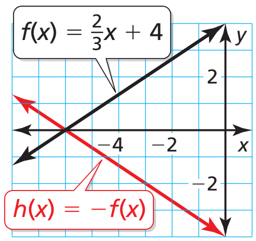
11. REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS Tú y un amigo comienzan a andar en bicicleta en el mismo lugar. Tu distancia d (en millas) luego de t minutos está dada por la función $d(t) = \frac{1}{5}t$. Tu amigo comienza a andar en bicicleta 5 minutos después que tú. La distancia de tu amigo f está dada por la función $f(t) = d(t - 5)$. Describe la transformación de la gráfica de d a la gráfica de f.

12. REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS El costo total C (en dólares) de proveer comida para un evento con p personas está dado por la función $C(p) = 18p + 50$. La tarifa inicial aumenta en \$25. El nuevo costo total T está dado por la función $T(p) = C(p) + 25$. Describe la transformación de la gráfica de C a la gráfica de T.

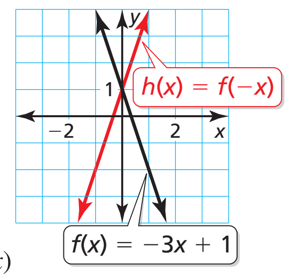


En los Ejercicios 13–16, usa las gráficas de *f* y *h* para describir la transformación de la gráfica de *f* a la gráfica de *h*. *(Consulta el Ejemplo 2).*

13.



14.

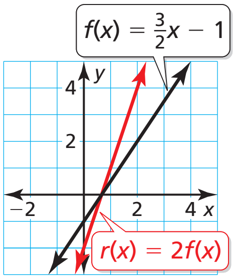


15. $f(x) = -5 - x$; $h(x) = f(-x)$

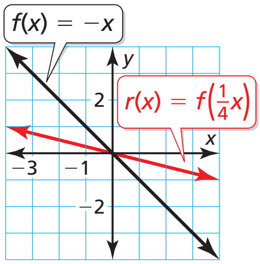
16. $f(x) = \frac{1}{4}x - 2$; $h(x) = -f(x)$

En los Ejercicios 17–22, usa las gráficas de *f* y *r* para describir la transformación de la gráfica de *f* a la gráfica de *r*. *(Consulta el Ejemplo 3).*

17.



18.



19. $f(x) = -2x - 4;\ r(x) = f\left(\frac{1}{2}x\right)$

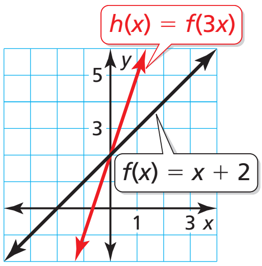
20. $f(x) = 3x + 5;\ r(x) = f\left(\frac{1}{3}x\right)$

21. $f(x) = \frac{2}{3}x + 1;\ r(x) = 3f(x)$

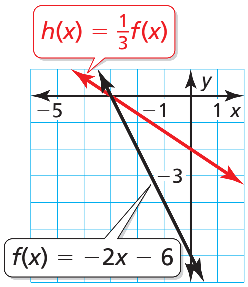
22. $f(x) = -\frac{1}{4}x - 2;\ r(x) = 4f(x)$

En los Ejercicios 23–28, usa las gráficas de *f* y *h* para describir la transformación de la gráfica de *f* a la gráfica de *h*. *(Consulta el Ejemplo 4).*

23.



24.



25. $f(x) = 3x - 12;\ h(x) = \frac{1}{6}f(x)$

26. $f(x) = -x + 1;\ h(x) = f(2x)$

27. $f(x) = -2x - 2;\ h(x) = f(5x)$

28. $f(x) = 4x + 8;\ h(x) = \frac{3}{4}f(x)$

En los Ejercicios 29–34, usa las gráficas de *f* y *g* para describir la transformación de la gráfica de *f* a la gráfica de *g*.

29. $f(x) = x - 2;\ g(x) = \frac{1}{4}f(x)$

30. $f(x) = -4x + 8;\ g(x) = -f(x)$

31. $f(x) = -2x - 7;\ g(x) = f(x - 2)$

32. $f(x) = 3x + 8;\ g(x) = f\left(\frac{2}{3}x\right)$

33. $f(x) = x - 6;\ g(x) = 6f(x)$

34. $f(x) = -x;\ g(x) = f(x) - 3$

En los Ejercicios 35–38, escribe una función *g* en términos de *f* para que el enunciado sea verdadero.

35. La gráfica de *g* es una traslación horizontal 2 unidades hacia la derecha de la gráfica de *f*.

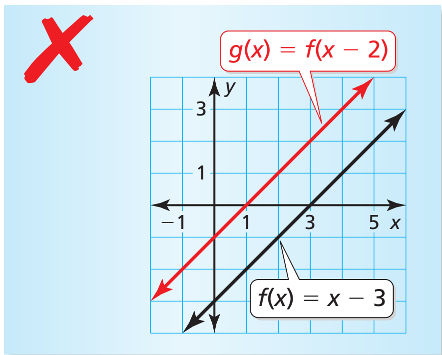
36. La gráfica de *g* es una reflexión en el eje *y* de la gráfica de *f*.

37. La gráfica de *g* es un alargamiento vertical por un factor de 4 de la gráfica de *f*.

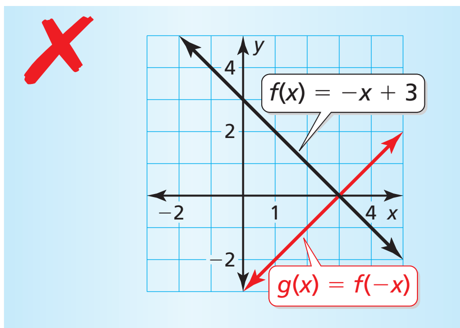
38. La gráfica de *g* es un encogimiento horizontal por un factor de $\frac{1}{5}$ de la gráfica de *f*.

ANÁLISIS DE ERRORES **En los Ejercicios 39 y 40, describe y corrige el error cometido al hacer la gráfica de *g*.**

39.



40.



En los Ejercicios 41–46, haz una gráfica de *f* y *h*. Describe las transformaciones de la gráfica de *f* a la gráfica de *h*.
(Consulta el Ejemplo 5).

41. $f(x) = x;\ h(x) = \frac{1}{3}x + 1$

42. $f(x) = x;\ h(x) = 4x - 2$

43. $f(x) = x;\ h(x) = -3x - 4$

44. $f(x) = x;\ h(x) = -\frac{1}{2}x + 3$

45. $f(x) = 2x;\ h(x) = 6x - 5$

46. $f(x) = 3x;\ h(x) = -3x - 7$

47. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** La función $t(x) = -4x + 72$ representa la temperatura desde las 5 P.M. a las 11 P.M. donde x es el número de horas después de las 5 P.M. La funció $d(x) = 4x + 72$ representa la temperatura desde las 10 A.M. a las 4 P.M., donde x es el número de horas después de las 10 A.M. Describe la transformación de la gráfica de t a la gráfica de d.

48. **REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS** Una escuela vende camisetas para promover al equipo escolar. La ganancia de la escuela está dada por la función $P(x) = 8x - 150$, donde x es el número de camisetas vendidas. Durante los partidos de la ronda eliminatoria, la escuela aumenta el precio de las camisetas. La ganancia de la escuela durante los partidos de la ronda eliminatoria está dada por la función $Q(x) = 16x - 200$, donde x es el número de camisetas vendidas. Describe las transformaciones de la gráfica de P a la gráfica de Q. *(Consulta el Ejemplo 6).*

49. **USAR LA ESTRUCTURA** La gráfica de $g(x) = a \cdot f(x - b) + c$ es una transformación de la gráfica de la función lineal f. Selecciona la palabra o el valor que haga que cada enunciado sea verdadero.

reflexión	traslación	-1
alargamiento	encogimiento	0
izquierda	derecha	1
eje y	eje x	

a. La gráfica de g es un ______ vertical de la gráfica de f si $a = 4$, $b = 0$ y $c = 0$.

b. La gráfica de g es una traslación horizontal ______ de la gráfica de f si $a = 1$, $b = 2$ y $c = 0$.

c. La gráfica de g es una traslación vertical 1 unidad hacia arriba de la gráfica de f si $a = 1$, $b = 0$ y $c =$ ____.

50. **USAR LA ESTRUCTURA** La gráfica de $h(x) = a \cdot f(bx - c) + d$ es una transformación de la gráfica de la función lineal f. Selecciona la palabra o el valor que haga que cada enunciado sea verdadero.

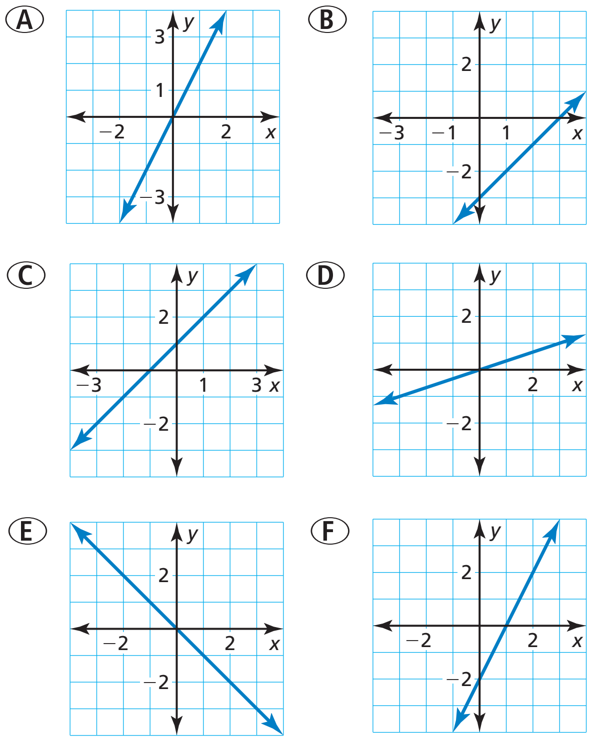
vertical	horizontal	0
alargamiento	encogimiento	$\frac{1}{5}$
eje y	eje x	5

a. La gráfica de h es un encogimiento ______ de la gráfica de f si $a = \frac{1}{3}$, $b = 1$, $c = 0$ y $d = 0$.

b. La gráfica de h es una reflexión en el ______ de la gráfica de f si $a = 1$, $b = -1$, $c = 0$ y $d = 0$.

c. La gráfica de h es un alargamiento horizontal de la gráfica de f por un factor de 5 si $a = 1$, $b =$ _____, $c = 0$ y $d = 0$.

51. **ANALIZAR GRÁFICAS** ¿Cuál de las gráficas se relaciona solo por una traslación? Explica.



52. **ANALIZAR RELACIONES** Una piscina se llena con agua de una manguera a una tasa de 1020 galones por hora. La cantidad v (en galones) del agua en la piscina después de t horas está dada por la función $v(t) = 1020t$. ¿Cómo cambia la gráfica de v en cada situación?

a. Se encuentra la manguera más grande. Luego, la piscina se llena a una tasa de 1360 galones por hora.

b. Antes de llenar la piscina con una manguera, un camión de agua agrega 2000 galones de agua a la piscina.

53. **ANALIZAR RELACIONES** Tienes \$50 para gastar en una tela para una manta. La cantidad m (en dólares) de dinero que tienes después de comprar y yardas de tela está dada por la función $m(y) = -9.98 + 50$. ¿Cómo cambia la gráfica de m en cada situación?

a. Recibes \$10 adicionales para gastar en la tela.

b. La tela está de oferta y cada yarda ahora cuesta \$4.99.

54. **ESTIMULAR EL PENSAMIENTO** Escribe una función g cuya gráfica pase por el punto (4, 2) y sea una transformación de la gráfica $f(x) = x$.

En los Ejercicios 55–60, haz una gráfica de f y g. Escribe g en términos de f. Describe la transformación de la gráfica de f a la gráfica de g.

55. $f(x) = 2x - 5$; $g(x) = 2x - 8$

56. $f(x) = 4x + 1$; $g(x) = -4x - 1$

57. $f(x) = 3x + 9$; $g(x) = 3x + 15$

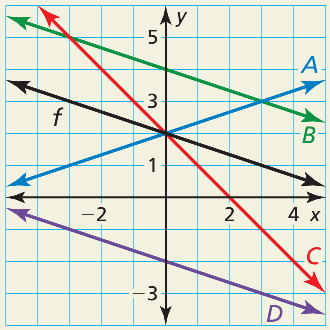
58. $f(x) = -x - 4$; $g(x) = x - 4$

59. $f(x) = x + 2$; $g(x) = \frac{2}{3}x + 2$

60. $f(x) = x - 1$; $g(x) = 3x - 3$

61. **RAZONAR** La gráfica de $f(x) = x + 5$ es una traslación vertical 5 unidades hacia arriba de la gráfica de $f(x) = x$. ¿Cómo puedes obtener la de la gráfica de $f(x) = x + 5$ de la gráfica de $f(x) = x$ usando una traslación horizontal?

62. **¿CÓMO LO VES?** Une cada función con su gráfica. Explica tu razonamiento.

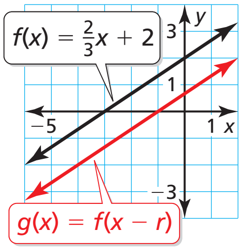


a. $a(x) = f(-x)$ **b.** $g(x) = f(x) - 4$

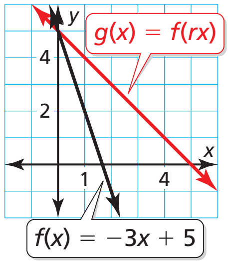
c. $h(x) = f(x) + 2$ **d.** $k(x) = f(3x)$

RAZONAR En los Ejercicios 63–66, halla el valor de r.

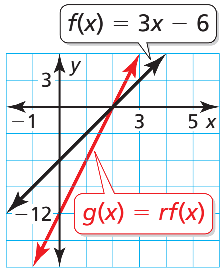
63.



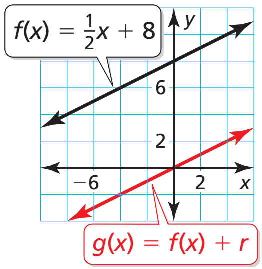
64.



65.



66.



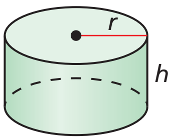
67. **PENSAMIENTO CRÍTICO** ¿Cuándo la gráfica de $y = f(x) + w$ es igual a la gráfica de $y = f(x + w)$ para las funciones lineales? Explica tu razonamiento.

Mantener el dominio de las matemáticas

Repasar lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

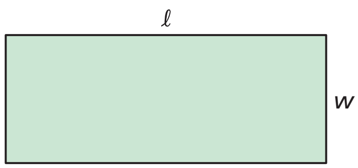
Resuelve la fórmula para hallar la variable indicada. *(Sección 1.5)*

68. Resuelve para hallar h.



$V = \pi r^2 h$

69. Resuelve para hallar w.



$P = 2\ell + 2w$

Resuelve la desigualdad. Si es posible, haz una gráfica de la solución. *(Sección 2.6)*

70. $|x - 3| \leq 14$ 71. $|2x + 4| > 16$ 72. $5|x + 7| < 25$ 73. $-2|x + 1| \geq 18$

3.7 Hacer gráficas de funciones de valor absoluto

Pregunta esencial

¿Cómo afectan los valores de a, h, y k a la gráfica de la función de valor absoluto $g(x) = a|x - h| + k$?

La función madre de valor absoluto es

$f(x) = |x|$.   Función madre de valor absoluto

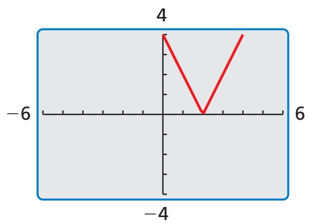
La gráfica de $f(x)$ tiene forma de V.

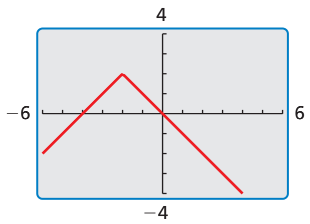
EXPLORACIÓN 1 Identificar gráficas de funciones de valor absoluto

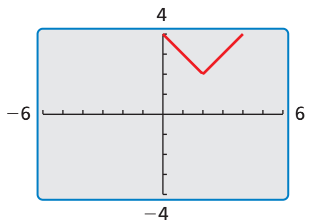
Trabaja con un compañero. Une cada función de valor absoluto con su gráfica. Luego, usa una calculadora gráfica para verificar tus respuestas.

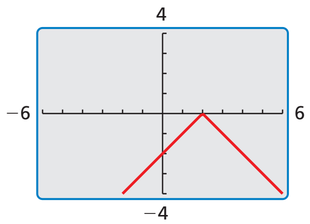
a. $g(x) = -|x - 2|$ **b.** $g(x) = |x - 2| + 2$ **c.** $g(x) = -|x + 2| - 2$

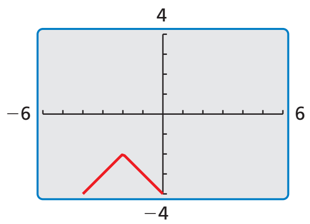
d. $g(x) = |x - 2| - 2$ **e.** $g(x) = 2|x - 2|$ **f.** $g(x) = -|x + 2| + 2$

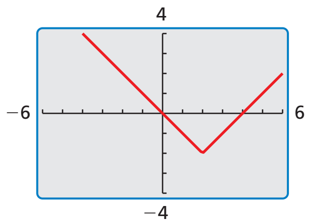
A.


B.


C.


D.


E.


F.


BUSCAR UNA ESTRUCTURA

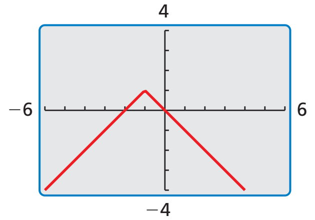
Para dominar las matemáticas, necesitas mirar detenidamente para diferenciar un patrón o una estructura.

Comunicar tu respuesta

2. ¿Cómo afectan los valores de a, h y k a la gráfica de la función de valor absoluto

$$g(x) = a|x - h| + k?$$

3. Escribe la ecuación de la función de valor absoluto cuya gráfica se muestra. Usa una calculadora gráfica para verificar tu ecuación.



3.7 Lección

Qué aprenderás

- Trasladar gráficas de funciones de valor absoluto.
- Alargar, encoger y reflejar gráficas de funciones de valor absoluto.
- Combinar transformaciones de gráficas de funciones de valor absoluto.

Vocabulario Esencial

función de valor absoluto, *pág.* 156
vértice, *pág. 156*
forma de vértice, *pág. 158*

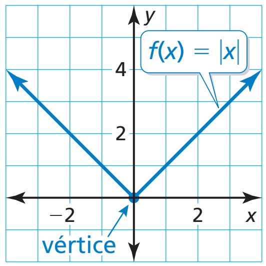
Anterior
dominio
rango

Trasladar gráficas de funciones de valor absoluto

Concepto Esencial

Función de valor absoluto

Una **función de valor absoluto** es una función que contiene una expresión de valor absoluto. La función madre de valor absoluto es $f(x) = |x|$. La gráfica de $f(x) = |x|$ tiene forma de V y es simétrica aproximadamente en el eje y. El **vértice** es el punto donde la gráfica cambia de dirección. El vértice de la gráfica $f(x) = |x|$ is $(0, 0)$.



El dominio de $f(x) = |x|$ es todos los números reales. El rango es $y \geq 0$.

Las gráficas de todas las otras funciones de valor absoluto son transformaciones de la gráfica de la función madre de valor absoluto $f(x) = |x|$. Las transformaciones presentadas en la Sección 3.6 también se aplican a las funciones de valor absoluto.

EJEMPLO 1 Hacer gráficas de $g(x) = |x| + k$ y $g(x) = |x - h|$

Haz una gráfica de cada función. Compara cada gráfica con la gráfica de $f(x) = |x|$. Describe el dominio y el rango.

a. $g(x) = |x| + 3$ **b.** $m(x) = |x - 2|$

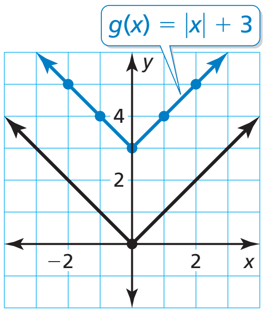
SOLUCIÓN

a. Paso 1 Haz una tabla de valores.

x	−2	−1	0	1	2
$g(x)$	5	4	3	4	5

Paso 2 Marca los pares ordenados.

Paso 3 Dibuja la gráfica con forma de V.



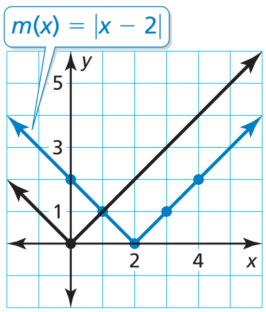
La función g es de la forma $y = f(x) + k$, donde $k = 3$. Entonces, la gráfica de g es una traslación vertical 3 unidades hacia arriba de la gráfica de f. El dominio es todos los números reales. El rango es $y \geq 3$.

b. Paso 1 Haz una tabla de valores.

x	0	1	2	3	4
$m(x)$	2	1	0	1	2

Paso 2 Marca los pares ordenados.

Step 3 Dibuja la gráfica con forma de V.



La función m es de la forma $y = f(x - h)$, donde $h = 2$. Entonces, la gráfica de m es una traslación horizontal 2 unidades hacia la derecha de la gráfica de f. El dominio es todos los números reales. El rango es $y \geq 0$.

Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

Haz una gráfica de la función. Compara la gráfica con la gráfica de $f(x) = |x|$. Describe el dominio y el rango.

1. $h(x) = |x| - 1$

2. $n(x) = |x + 4|$

Alargar, encoger y reflexionar

EJEMPLO 2 **Hacer gráficas de $g(x) = a|x|$**

Haz una gráfica de cada función. Compara cada gráfica con la gráfica de $f(x) = |x|$. Describe el dominio y el rango.

a. $q(x) = 2|x|$ **b.** $p(x) = -\frac{1}{2}|x|$

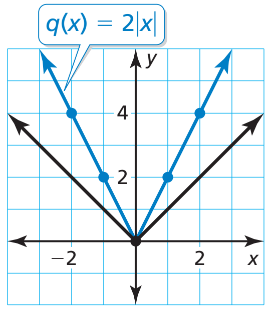
SOLUCIÓN

a. Paso 1 Haz una tabla de valores.

x	-2	-1	0	1	2
$q(x)$	4	2	0	2	4

Paso 2 Marca los pares ordenados.

Paso 3 Dibuja la gráfica con forma de V.



CONSEJO DE ESTUDIO

Un alargamiento vertical de la gráfica de $f(x) = |x|$ es más angosto que la gráfica de $f(x) = |x|$.

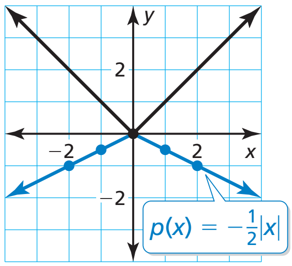
La función q es de la forma $y = a \cdot f(x)$, donde $a = 2$. Entonces, la gráfica de q es un alargamiento vertical de la gráfica de f por un factor de 2. El dominio es todos los números reales. El rango es is $y \geq 0$.

b. Paso 1 Haz una tabla de valores.

x	-2	-1	0	1	2
$p(x)$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-1

Paso 2 Marca los pares ordenados.

Paso 3 Dibuja la gráfica con forma de V.



CONSEJO DE ESTUDIO

Un encogimiento vertical de la gráfica de $f(x) = |x|$ es más ancho que la gráfica de $f(x) = |x|$.

La función p es de la forma $y = -a \cdot f(x)$, donde $a = \frac{1}{2}$. Entonces, la gráfica de p es un encogimiento vertical de la gráfica de f por un factor de $\frac{1}{2}$ y una reflexión en el eje x. El dominio es todos los números reales. El rango es $y \leq 0$.

Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

Haz una gráfica de la función. Compara la gráfica con la gráfica de $f(x) = |x|$. Describe el dominio y el rango.

3. $t(x) = -3|x|$ **4.** $v(x) = \frac{1}{4}|x|$

Concepto Esencial

Forma de vértice de una función de valor absoluto

Una función de valor absoluto puede escribirse en la forma $g(x) = a|x - h| + k$, donde $a \neq 0$, está en **forma de vértice**. El vértice de la gráfica de g es (h, k).

Cualquier función de valor absoluto puede escribirse en forma en vértice y su gráfica es simétrica aproximadamente en la recta $x = h$.

CONSEJO DE ESTUDIO

La función g *no* está en forma de vértice porque la variable x no tiene un coeficiente de 1.

EJEMPLO 3 Hacer gráficas de $f(x) = |x - h| + k$ y $g(x) = f(ax)$

Haz una gráfica de $f(x) = |x + 2| - 3$ y $g(x) = |2x + 2| - 3$. Compara la gráfica de g con la gráfica de f.

SOLUCIÓN

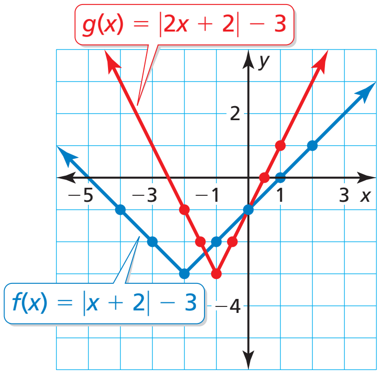
Paso 1 Haz una tabla de valores para cada función.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-1	-2	-3	-2	-1	0	1

x	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1
$g(x)$	-1	-2	-3	-2	-1	0	1

Paso 2 Marca los pares ordenados.

Paso 3 Dibuja la gráfica con forma de V de cada función. Observa que el vértice de la gráfica de f es $(-2, -3)$ y la gráfica es simétrica aproximadamente en $x = -2$.



▶ Observa que puedes reescribir g como $g(x) = f(2x)$, que es de la forma $y = f(ax)$, donde $a = 2$. Entonces, la gráfica de g es un encogimiento horizontal de la gráfica de f por un factor de $\frac{1}{2}$. La intersección con el eje y es igual para ambas gráficas. Los puntos en la gráfica de f se acercan parcialmente al eje y, que genera la gráfica de g. Cuando los valores de entrada de f son el doble de los valores de entrada de g, los valores de salida de f y g son iguales.

Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

5. Haz una gráfica de $f(x) = |x - 1|$ y $g(x) = \left|\frac{1}{2}x - 1\right|$. Compara la gráfica de g con la gráfica de f.

6. Haz una gráfica de $f(x) = |x + 2| + 2$ y $g(x) = |-4x + 2| + 2$. Compara la gráfica de g con la gráfica de f.

Combinar transformaciones

EJEMPLO 4 **Hacer gráficas de $g(x) = a|x - h| + k$**

RECUERDA

Puedes obtener la gráfica de $y = a \cdot f(x - h) + k$ de la gráfica de $y = f(x)$ usando los pasos que aprendiste en la sección 3.6.

Sea $g(x) = -2|x - 1| + 3$. (a) Describe las transformaciones de la gráfica de $f(x) = |x|$ a la gráfica de g. (b) Haz una gráfica de g.

SOLUCIÓN

a. Paso 1 Traslada la gráfica f de manera horizontal 1 unidad hacia la derecha para obtener la gráfica de $t(x) = |x - 1|$.

Paso 2 Alarga la gráfica de t de manera vertical por un factor de 2 para obtener la gráfica de $h(x) = 2|x - 1|$.

Paso 3 Refleja la gráfica de h en el eje x para obtener la gráfica de $r(x) = -2|x - 1|$.

Paso 4 Traslada la gráfica de r de manera vertical 3 unidades hacia arriba para obtener la gráfica de $g(x) = -2|x - 1| + 3$.

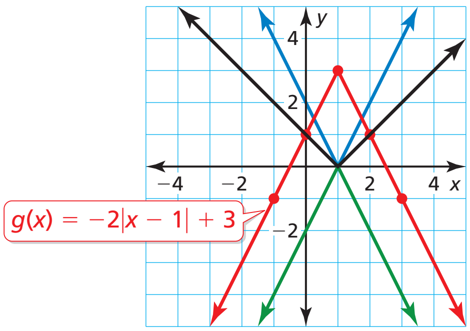
b. Método 1

Paso 1 Haz una tabla de valores.

x	-1	0	1	2	3
$g(x)$	-1	1	3	1	-1

Paso 2 Marca los pares ordenados.

Paso 3 Dibuja la gráfica con forma de V.

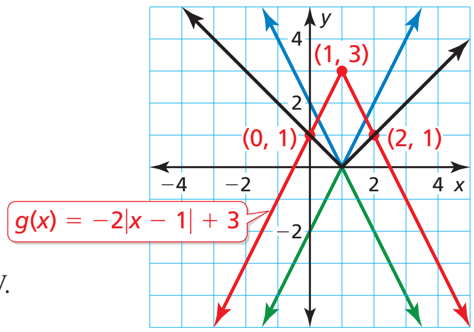


Método 2

Paso 1 Identifica y marca el vértice. $(h, k) = (1, 3)$

Paso 2 Marca otro punto en la gráfica, tal como $(2, 1)$. Como la gráfica es simétrica aproximadamente en la recta $x = 1$, puedes usar la simetría para marcar un tercer punto $(0, 1)$.

Paso 3 Dibuja la gráfica con forma de V.



Monitoreo del progreso

Ayuda en inglés y español en *BigIdeasMath.com*

7. Sea $g(x) = \left|-\frac{1}{2}x + 2\right| + 1$. (a) Describe las transformaciones de la gráfica de $f(x) = |x|$ a la gráfica de g. (b) Haz una gráfica de g.

3.7 Ejercicios

Soluciones dinámicas disponibles en *BigIdeasMath.com*

Verificación de vocabulario y concepto esencial

1. **COMPLETAR LA ORACIÓN** El punto $(1, -4)$ es el _______ de la gráfica de $f(x) = -3|x - 1| - 4$.

2. **USAR LA ESTRUCTURA** ¿Cómo sabes si la gráfica de $f(x) = a|x - h| + k$ es un alargamiento vertical o un encogimiento vertical de la gráfica de $f(x) = |x|$?

3. **ESCRIBIR** Describe tres tipos diferentes de transformaciones de la gráfica de una función de valor absoluto.

4. **RAZONAR** ¿La gráfica de cuál función tiene la misma intersección con el eje y que la gráfica de $f(x) = |x - 2| + 5$? Explica.

$g(x) = |3x - 2| + 5$ $\qquad$ $h(x) = 3|x - 2| + 5$

Monitoreo del progreso y Representar con matemáticas

En los Ejercicios 5–12, haz una gráfica de la función. Compara la gráfica con la gráfica de $f(x) = |x|$. Describe el dominio y el rango. *(Consulta los Ejemplos 1 y 2).*

5. $d(x) = |x| - 4$
6. $r(x) = |x| + 5$
7. $m(x) = |x + 1|$
8. $v(x) = |x - 3|$
9. $p(x) = \frac{1}{3}|x|$
10. $j(x) = 3|x|$
11. $a(x) = -5|x|$
12. $q(x) = -\frac{3}{2}|x|$

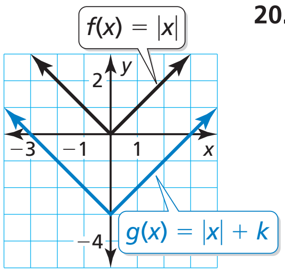
En los Ejercicios 13–16, haz una gráfica de la función. Compara la gráfica con la gráfica de $f(x) = |x - 6|$.

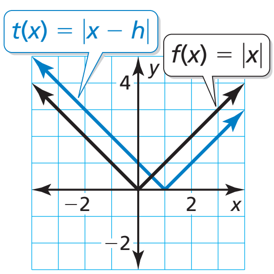
13. $h(x) = |x - 6| + 2$
14. $n(x) = \frac{1}{2}|x - 6|$
15. $k(x) = -3|x - 6|$
16. $g(x) = |x - 1|$

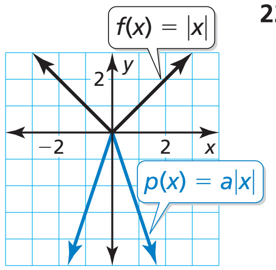
En los Ejercicios 17 y 18, haz una gráfica de la función. Compara la gráfica con la gráfica de $f(x) = |x + 3| - 2$.

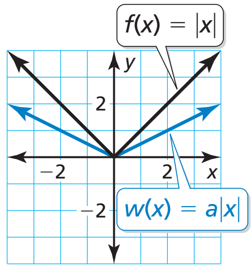
17. $y(x) = |x + 4| - 2$
18. $b(x) = |x + 3| + 3$

En los Ejercicios 19–22, compara las gráficas. Halla el valor de h, k o a.

19.


20.


21.


22.


En los Ejercicios 23–26, escribe una ecuación que represente la(s) transformación(es) dada(s) de la gráfica de $g(x) = |x|$.

23. traslación vertical 7 unidades hacia abajo
24. traslación horizontal 10 unidades hacia la izquierda
25. encogimiento vertical por un factor de $\frac{1}{4}$
26. alargamiento vertical por un factor de 3 y una reflexión en el eje x

En los Ejercicios 27–32, haz una gráfica y compara las dos funciones. *(Consulta el Ejemplo 3).*

27. $f(x) = |x - 4|$; $g(x) = |3x - 4|$
28. $h(x) = |x + 5|$; $t(x) = |2x + 5|$
29. $p(x) = |x + 1| - 2$; $q(x) = \left|\frac{1}{4}x + 1\right| - 2$
30. $w(x) = |x - 3| + 4$; $y(x) = |5x - 3| + 4$
31. $a(x) = |x + 2| + 3$; $b(x) = |-4x + 2| + 3$
32. $u(x) = |x - 1| + 2$; $v(x) = \left|-\frac{1}{2}x - 1\right| + 2$

En los Ejercicios 33–40, describe las trasformaciones de la gráfica de $f(x) = |x|$ a la gráfica de la función dada. Luego, haz una gráfica de la función dada. *(Consulta el Ejemplo 4).*

33. $r(x) = |x + 2| - 6$ **34.** $c(x) = |x + 4| + 4$

35. $d(x) = -|x - 3| + 5$ **36.** $v(x) = -3|x + 1| + 4$

37. $m(x) = \frac{1}{2}|x + 4| - 1$ **38.** $s(x) = |2x - 2| - 3$

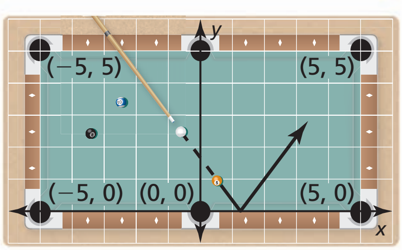
39. $j(x) = |-x + 1| - 5$ **40.** $n(x) = \left|-\frac{1}{3}x + 1\right| + 2$

41. REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS El número de pares de zapatos vendidos s (en miles) aumenta y luego disminuye como describe la función $s(t) = -2|t - 15| + 50$, donde t es el tiempo (en semanas).

a. Haz una gráfica de la función.

b. ¿Cuál es el mayor número de pares de zapatos vendidos en 1 semana?

42. REPRESENTAR CON MATEMÁTICAS En la mesa de billar que se muestra, haces un tiro de rebote a la bola cinco del lado que representa el eje x. La trayectoria de la bola se escribe con la función $p(x) = \frac{4}{3}\left|x - \frac{5}{4}\right|$.



a. ¿En qué punto la bola cinco rebota en el costado?

b. ¿Aciertas el tiro? Explica tu razonamiento.

43. USAR TRANSFORMACIONES Los puntos $A\left(-\frac{1}{2}, 3\right)$, $B(1, 0)$ y $C(-4, -2)$ pertenecen a la gráfica de la función de valor absoluto f. Halla las coordenadas de los puntos correspondientes a A, B y C en la gráfica de cada función.

a. $g(x) = f(x) - 5$ **b.** $h(x) = f(x - 3)$

c. $j(x) = -f(x)$ **d.** $k(x) = 4f(x)$

44. USAR LA ESTRUCTURA Explica cómo se compara la gráfica de cada función con la gráfica de $y = |x|$ para valores positivos y negativos de k, h, y a.

a. $y = |x| + k$

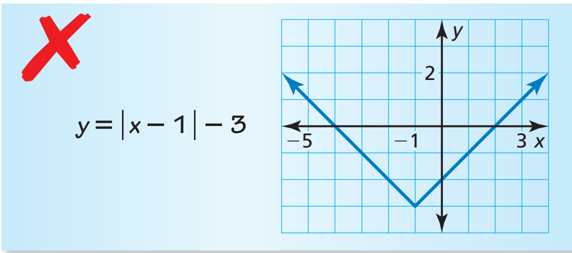
b. $y = |x - h|$

c. $y = a|x|$

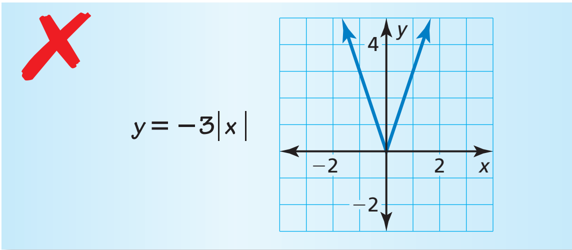
d. $y = |ax|$

ANÁLISIS DE ERRORES En los Ejercicios 45 y 46, describe y corrige el error cometido al hacer una gráfica de la función.

45.

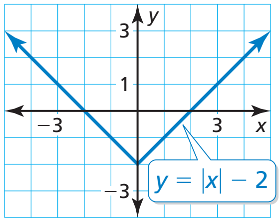


46.

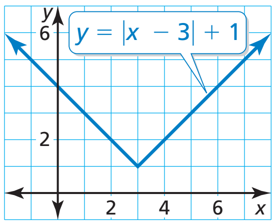


CONEXIONES MATEMÁTICAS En los Ejercicios 47 y 48, escribe una función de valor absoluto cuya gráfica forme un cuadrado con la gráfica dada.

47.

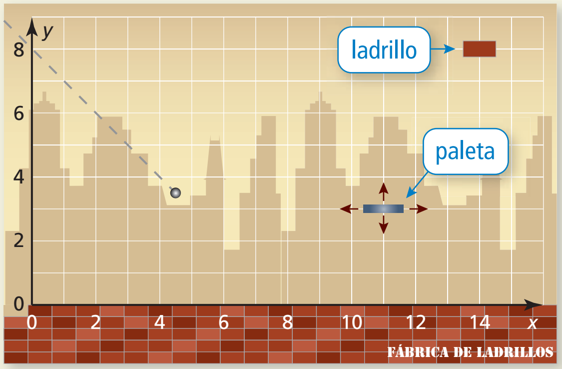


48.



49. ESCRIBIR Compara las gráficas de $p(x) = |x - 6|$ y $q(x) = |x| - 6$.

50. **¿CÓMO LO VES?** El objetivo de un juego de computadora es romper ladrillos desviando una pelota hacia ellos con una paleta. En la gráfica, se muestra el recorrido actual de la pelota y la ubicación del último ladrillo.



a. Puedes mover la paleta hacia arriba, hacia abajo, hacia la izquierda y hacia la derecha. ¿En qué coordenadas deberías ubicar la paleta para romper el último ladrillo? Supón que la pelota se desvía en un ángulo recto.

b. Mueves la paleta a las coordenadas de la parte (a) y la pelota se desvía. ¿Cómo puedes escribir una función de valor absoluto que describe el recorrido de la pelota?

En los Ejercicios 51–54, haz una gráfica de una función. Luego, reescribe la función de valor absoluto como dos funciones lineales, una que tenga un dominio $x < 0$ y otra que tenga un dominio $x \geq 0$.

51. $y = |x|$

52. $y = |x| - 3$

53. $y = -|x| + 9$

54. $y = -4|x|$

En los Ejercicios 55–58, haz una gráfica y compara las dos funciones.

55. $f(x) = |x - 1| + 2$; $g(x) = 4|x - 1| + 8$

56. $s(x) = |2x - 5| - 6$; $t(x) = \frac{1}{2}|2x - 5| - 3$

57. $v(x) = -2|3x + 1| + 4$; $w(x) = 3|3x + 1| - 6$

58. $c(x) = 4|x + 3| - 1$; $d(x) = -\frac{4}{3}|x + 3| + \frac{1}{3}$

59. **RAZONAR** Describe las transformaciones de la gráfica de $g(x) = -2|x + 1| + 4$ a la gráfica de $h(x) = |x|$. Explica tu razonamiento.

60. **ESTIMULAR EL PENSAMIENTO** Haz una gráfica de una función de valor absoluto f que represente el trayecto que corre un receptor abierto en un partido de fútbol americano. Sea el eje x la distancia (en yardas) a través del campo de manera horizontal. Sea el eje y la distancia (en yardas) en el campo de manera vertical. Asegúrate de limitar el dominio para que el trayecto sea realista.

61. **RESOLVER HACIENDO UNA GRÁFICA** Haz una gráfica de $y = 2|x + 2| - 6$ y $y = -2$ en el mismo plano de coordenadas. Usa la gráfica para resolver la ecuación $2|x + 2| - 6 = -2$. Verifica tus soluciones.

62. **ARGUMENTAR** Sea p una constante positiva. Tu amigo dice que como la gráfica de $y = |x| + p$ es una traslación vertical *positiva* de la gráfica de $y = |x|$, la gráfica de $y = |x + p|$ es una translación horizontal *positiva* de la gráfica de $y = |x|$. ¿Tiene razón tu amigo? Explica.

63. **RAZONAMIENTO ABSTRACTO** Escribe el vértice de la función de valor absoluto $f(x) = |ax - h| + k$ en términos de a, h y k.

Mantener el dominio de las matemáticas

Repasar lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Resuelve la desigualdad. *(Sección 2.4)*

64. $8a - 7 \leq 2(3a - 1)$

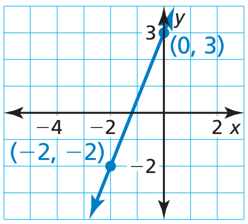
65. $-3(2p + 4) > -6p - 5$

66. $4(3h + 1.5) \geq 6(2h - 2)$

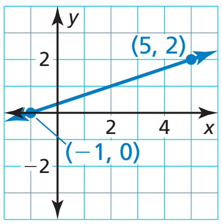
67. $-4(x + 6) < 2(2x - 9)$

Halla la pendiente de la recta. *(Sección 3.5)*

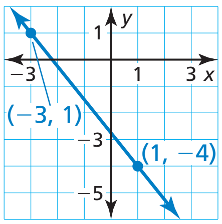
68.



69.



70.



3.4–3.7 ¿Qué aprendiste?

Vocabulario Esencial

forma estándar, *pág. 130*
intersección con el eje *x*, *pág. 131*
intersección con el eje *y*, *pág. 131*
pendiente, *pág. 136*
distancia vertical, *pág. 136*
distancia horizontal, *pág. 136*
forma de pendiente e intersección, *pág. 138*
función constante, *pág. 138*
familia de funciones, *pág. 146*
función madre, *pág. 146*
transformación, *pág. 146*
traslación, *pág. 146*
reflexión, *pág. 147*
encogimiento horizontal, *pág. 148*
alargamiento horizontal, *pág. 148*
alargamiento vertical, *pág. 148*
encogimiento vertical, *pág. 148*
función de valor absoluto, *pág. 156*
vértice, *pág. 156*
forma de vértice, *pág. 158*

Conceptos Esenciales

Sección 3.4

Rectas horizontales y verticales, *pág. 130*
Usar intersecciones para hacer gráficas de ecuaciones, *pág. 131*

Sección 3.5

Pendiente, *pág. 136*
Forma de pendiente e intersección, *pág. 138*

Sección 3.6

Traslaciones horizontales, *pág. 146*
Traslaciones verticales, *pág. 146*
Reflexiones en el eje *x*, *pág. 147*
Reflexiones el eje *y*, *pág. 147*
Alargamientos y encogimientos horizontales, *pág. 148*
Alargamientos y encogimientos verticales, *pág. 148*
Transformaciones de gráficas, *pág. 149*

Sección 3.7

Función de valor absoluto, *pág. 156*
Forma de vértice de una función de valor absoluto, *pág. 158*

Prácticas matemáticas

1. Explica cómo determinaste qué unidades de medición usar para los ejes horizontal y vertical en el Ejercicio 37 de la página 142.
2. Explica tu plan para resolver el Ejercicio 48 de la página 153.

Tarea de desempeño

El costo de una camiseta

Cuatro compañías te pasan una cotización para hacer camisetas para tu clase para un evento de recaudación de fondos. Para presentar la información sobre los precios, una compañía usa una tabla, una compañía usa una descripción por escrito, una compañía usa una ecuación y una compañía usa una gráfica. ¿Cómo compararás las diferentes representaciones y tomarás una decisión final?

Para explorar las respuestas a estas preguntas y más, visita ***BigIdeasMath.com***.

3 Repaso del capítulo

Soluciones dinámicas disponibles en *BigIdeasMath.com*

3.1 Funciones (*págs. 103–110*)

Determina si la relación es una función. Explica.

Entrada, x	2	5	7	9	14
Salida, y	5	11	19	12	3

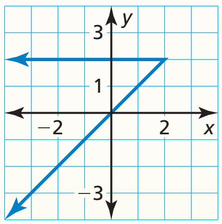
Cada entrada tiene exactamente una salida.

▶ Entonces, la relación es una función.

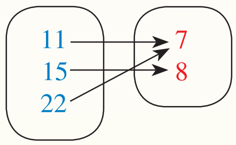
Determina si la relación es una función. Explica.

1. (0, 1), (5, 6), (7, 9)

2.



3. **Entrada, *x*** **Salida, *y***



4. La función $y = 10x + 100$ representa la cantidad y (en dólares) de dinero en tu cuenta bancaria después de que cuidas niños durante x horas.

a. Identifica las variables independientes y dependientes.

b. Cuidas niños durante 4 horas. Halla el dominio y el rango de la función.

3.2 Funciones lineales (*págs. 111–120*)

¿La tabla o la ecuación representan una función *lineal* o *no lineal*? Explica.

a.

+4 +4 +4

x	6	10	14	18
y	5	9	14	20

+4 +5 +6

A medida que x aumenta en 4, y aumenta en cantidades diferentes. La tasa de cambio *no* es constante.

▶ Entonces, la función es no lineal.

b. $y = 3x - 4$

La ecuación está en la forma $y = mx + b$.

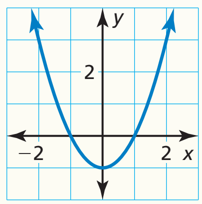
▶ Entonces, la ecuación representa una función lineal.

¿La tabla o la gráfica representan una función *lineal* o *no lineal*? Explica.

5.

x	2	7	12	17
y	2	−1	−4	−7

6.



7. La función $y = 60 - 8x$ representa la cantidad y (en dólares) de dinero que tienes después de comprar x boletos para el cine. (a) Halla el dominio de la función. ¿El dominio es discreto o continuo? Explica. (b) Haz una gráfica de la función usando su dominio.

3.3 Notación de función *(págs. 121–126)*

a. Evalúa $f(x) = 3x - 9$ si $x = 2$.

$f(x) = 3x - 9$	Escribe la función.
$f(2) = 3(2) - 9$	Sustituye 2 por x.
$= 6 - 9$	Multiplica.
$= -3$	Resta.

▶ Si $x = 2$, $f(x) = -3$.

b. Para $f(x) = 4x$, halla el valor de x para el cual $f(x) = 12$.

$f(x) = 4x$	Escribe la función.
$12 = 4x$	Sustituye 12 por $f(x)$.
$3 = x$	Divide cada lado entre 4.

▶ Si $x = 3$, $f(x) = 12$.

Evalúa la función si $x = -3$, 0, y 5.

8. $f(x) = x + 8$

9. $g(x) = 4 - 3x$

Halla el valor de x para que la función tenga el valor dado.

10. $k(x) = 7x$; $k(x) = 49$

11. $r(x) = -5x - 1$; $r(x) = 19$

Haz una gráfica de la función lineal.

12. $g(x) = -2x - 3$

13. $h(x) = \frac{2}{3}x + 4$

3.4 Hacer gráficas de ecuaciones lineales en forma estándar *(págs. 129–134)*

Usa las intersecciones para hacer una gráfica de la ecuación $2x + 3y = 6$.

Paso 1 Halla las intersecciones.

Para hallar la intersección con el eje x, sustituye 0 por y y resuelve para hallar el valor de x.

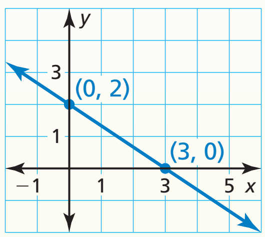
$$2x + 3y = 6$$
$$2x + 3(0) = 6$$
$$x = 3$$

Para hallar la intersección con el eje y, sustituye 0 por x y resuelve para hallar el valor de y.

$$2x + 3y = 6$$
$$2(0) + 3y = 6$$
$$y = 2$$

Paso 2 Marca los puntos y traza la recta.

La intersección con el eje x es 3, entonces marca el punto (3, 0).
La intersección con el eje y es 2, entonces marca el punto (0, 2).
Traza una recta que pase por los puntos.



Haz una gráfica de la ecuación lineal.

14. $8x - 4y = 16$

15. $-12x - 3y = 36$

16. $y = -5$

17. $x = 6$

3.5 Hacer gráficas de ecuaciones lineales en forma de pendiente e intersección (págs. 135–144)

a. Los puntos que se representan en la tabla pertenecen a una recta. ¿Cómo puedes hallar la pendiente de la recta basándote en la tabla? ¿Cuál es la pendiente de cada recta?

x	y
1	−7
4	2
7	11
10	20

Elige dos puntos cualesquiera de la tabla y usa la fórmula para hallar la pendiente. Usa los puntos $(x_1, y_1) = (1, -7)$ y $(x_2, y_2) = (4, 2)$.

$$\text{pendiente} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - (-7)}{4 - 1} = \frac{9}{3}, \text{ o } 3$$

La pendiente es 3.

b. Haz una gráfica de $-\frac{1}{2}x + y = 1$. Identifica la intersección con el eje x.

Paso 1 Reescribe la ecuación en forma de pendiente e intersección.

$$y = \frac{1}{2}x + 1$$

Paso 2 Halla la pendiente y la intersección con el eje y.

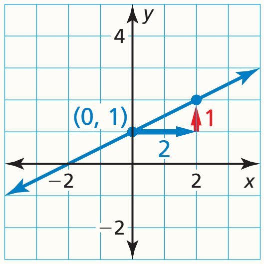
$$m = \frac{1}{2} \text{ y } b = 1$$

Paso 3 La intersección con el eje y es 1. Entonces, marca $(0, 1)$.

Paso 4 Usa la pendiente para hallar otro punto en la recta.

$$\text{pendiente} = \frac{\text{distancia vertical}}{\text{distancia horizontal}} = \frac{1}{2}$$

Marca el punto que está 2 unidades hacia la derecha y 1 unidad hacia arriba de $(0, 1)$. Traza una recta que pase por los dos puntos.



La recta cruza el eje x en $(-2, 0)$. Entonces, la intersección con el eje x es -2.

Los puntos que se representan en la tabla pertenecen a una recta. Halla la pendiente de la recta.

18.

x	y
6	9
11	15
16	21
21	27

19.

x	y
3	−5
3	−2
3	5
3	8

20.

x	y
−4	−1
−3	−1
1	−1
9	−1

Haz una gráfica de la ecuación lineal. Identifica la intersección con el eje x.

21. $y = 2x + 4$

22. $-5x + y = -10$

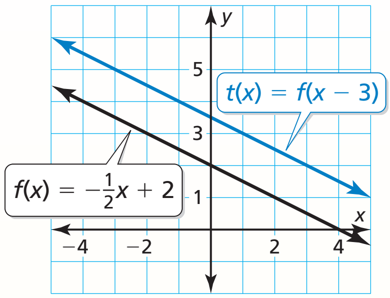
23. $x + 3y = 9$

24. Una función lineal h representa una relación donde la variable dependiente disminuye 2 unidades por cada 3 unidades que aumenta la variable independiente. Haz una gráfica de h si $h(0) = 2$. Identifica la pendiente, la intersección con el eje y y la intersección con el eje x de la gráfica.

3.6 Transformaciones de gráficas de funciones lineales *(págs. 145–154)*

a. Sea $f(x) = -\frac{1}{2}x + 2$. Haz una gráfica de $t(x) = f(x - 3)$. Describe la transformación de la gráfica de f a la gráfica de t.

La función t es de la forma $y = f(x - h)$, donde $h = 3$. Entonces, la gráfica de t es una traslación horizontal 3 unidades hacia la derecha de la gráfica de f.



b. Haz una gráfica de $f(x) = x$ y $g(x) = -3x - 2$. Describe las transformaciones de la gráfica de f a la gráfica de g.

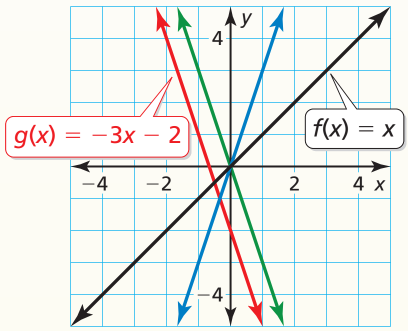
Observa que puedes reescribir g como $g(x) = -3f(x) - 2$.

Paso 1 No hay traslación horizontal de la gráfica de f a la gráfica de g.

Paso 2 Alarga la gráfica de f de manera vertical por un factor de 3 para obtener la gráfica de $h(x) = 3x$.

Paso 3 Refleja la gráfica de h en el eje x para obtener la gráfica de $r(x) = -3x$.

Paso 4 Traslada la gráfica de r de manera vertical 2 unidades hacia abajo para obtener la gráfica de $g(x) = -3x - 2$.



Sea $f(x) = 3x + 4$. Haz una gráfica de f y h. Describe la transformación de la gráfica de f a la gráfica de h.

25. $h(x) = f(x + 3)$

26. $h(x) = f(x) + 1$

27. $h(x) = f(-x)$

28. $h(x) = -f(x)$

29. $h(x) = 3f(x)$

30. $h(x) = f(6x)$

31. Haz una gráfica de $f(x) = x$ y $g(x) = 5x + 1$. Describe las transformaciones de la gráfica de f a la gráfica de g.

3.7 Hacer gráficas de funciones de valor absoluto (págs. 155–162)

Sea $g(x) = -3|x + 1| + 2$. (a) Describe las transformaciones de la gráfica de $f(x) = |x|$ a la gráfica de g. (b) Haz una gráfica de g.

a. Paso 1 Traslada la gráfica f de manera horizontal 1 unidad hacia la izquierda para obtener la gráfica de $t(x) = |x + 1|$.

Paso 2 Alarga la gráfica de t de manera vertical por un factor de 3 para obtener la gráfica de $h(x) = 3|x + 1|$.

Paso 3 Refleja la gráfica de h en el eje x para obtener la gráfica de $r(x) = -3|x + 1|$.

Paso 4 Traslada la gráfica de r de manera vertical 2 unidades hacia arriba para obtener la gráfica de $g(x) = -3|x + 1| + 2$.

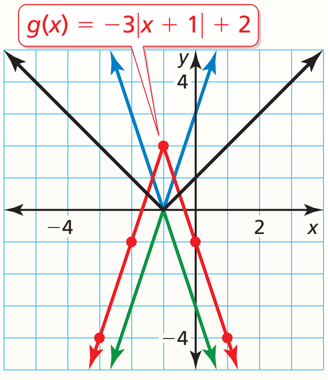
b. Método 1

Paso 1 Haz una tabla de valores.

x	-3	-2	-1	0	1
$g(x)$	-4	-1	2	-1	-4

Paso 2 Marca los pares ordenados.

Paso 3 Dibuja la gráfica con forma de V.



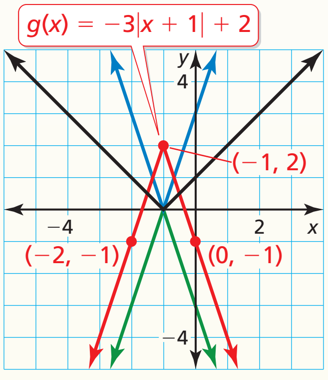
Método 2

Paso 1 Identifica y marca el vértice.

$$(h, k) = (-1, 2)$$

Paso 2 Marca otro punto en la gráfica, tal como $(0, -1)$. Como la gráfica es simétrica aproximadamente en la recta $x = -1$, puedes usar la simetría para marcar un tercer punto, $(-2, -1)$.

Paso 3 Dibuja la gráfica con forma de V.



Haz una gráfica de la función. Compara la gráfica con la gráfica de $f(x) = |x|$. Describe el dominio y el rango.

32. $m(x) = |x| + 6$ **33.** $p(x) = |x - 4|$ **34.** $q(x) = 4|x|$ **35.** $r(x) = -\frac{1}{4}|x|$

36. Haz una gráfica de $f(x) = |x - 2| + 4$ y $g(x) = |3x - 2| + 4$. Compara la gráfica de g con la gráfica de f.

37. Sea $g(x) = \frac{1}{3}|x - 1| - 2$. (a) Describe las transformaciones de la gráfica de $f(x) = |x|$ a la gráfica de g. (b) Haz una gráfica de g.

3 Prueba del capítulo

Determina si la relación es una función. Si la relación es una función, determina si la función es *lineal* o *no lineal*. Explica.

1.

x	-1	0	1	2
y	6	5	9	14

2. $y = -2x + 3$

3. $x = -2$

Haz una gráfica de la ecuación e identifica la intersección o las intersecciones. Si la ecuación es lineal, halla la pendiente de la recta.

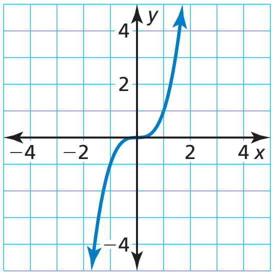
4. $2x - 3y = 6$

5. $y = 4.5$

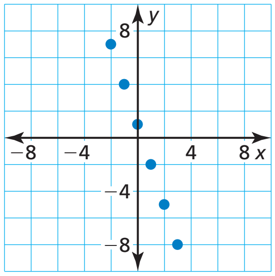
6. $y = |x - 1| - 2$

Halla el dominio y el rango de la función que representa la gráfica. Determina si el dominio es *discreto* o *continuo*. Explica.

7.



8.



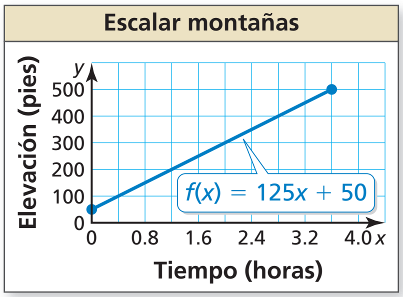
Haz una gráfica de *f* y *g*. Describe las transformaciones de la gráfica de *f* a la gráfica de *g*.

9. $f(x) = x$; $g(x) = -x + 3$

10. $f(x) = |x|$; $g(x) = |2x + 4|$

11. La función A representa la cantidad de dinero en un frasco según el número de monedas de veinticinco centavos que hay en el frasco. La función B representa tu distancia a tu casa con el transcurso del tiempo. Compara los dominios.

12. Un alpinista está escalando un acantilado de 500 pies. En la gráfica, se muestra la elevación del alpinista con el transcurso del tiempo.



a. Halla e interpreta la pendiente y la intersección con el eje y de la gráfica.

b. Explica dos maneras de hallar $f(3)$. Luego, halla $f(3)$ e interpreta su significado.

c. ¿Cuánto tarda el alpinista en llegar a la cima del acantilado? Justifica tu respuesta.

13. Sin hacer una gráfica, compara las pendientes y las intersecciones de las gráficas de las funciones $f(x) = x + 1$ y $g(x) = f(2x)$.

14. Una banda de rock publica una canción nueva. Las ventas semanales s (en miles de dólares) aumentan y luego disminuyen como describe la función $s(t) = -2|t - 20| + 40$, donde t es el tiempo (en semanas).

a. Identifica las variables independientes y dependientes.

b. Haz una gráfica de s. Describe las transformaciones de la gráfica de $f(x) = |x|$ a la gráfica de s.

3 Evaluación acumulativa

1. Afirmas que puedes crear una tabla de valores que representa una función lineal. Tu amigo afirma que él puede crear una tabla de valores que representa una función no lineal. Usando los números dados, ¿qué valores puedes usar para x (la entrada) y y (la salida) para apoyar tu afirmación? ¿Qué valores puede usar tu amigo?

	Tu afirmación			
x				
y				

	La afirmación de tu amigo			
x				
y				

-4 -3 -2 -1 0

1 2 3 4 5

2. Una compañía de renta de carros cobra una tarifa inicial de \$42 y una tarifa diaria de \$12.

a. Usa los números y los símbolos para escribir una función que represente esta situación.

x $f(x)$ 42 12 138

$+$ $-$ $\times$ $\div$ $=$

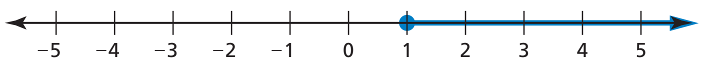
b. La cuenta es \$138. ¿Cuántos días rentaste el carro?

3. Completa los valores para a y b para que cada enunciado sea verdadero para la desigualdad $ax - b > 0$.

a. Si $a =$ _____ y $b =$ _____, $x > \frac{b}{a}$.

b. Si $a =$ _____ y $b =$ _____, $x < \frac{b}{a}$.

4. Completa la desigualdad con <, ≤, >, o ≥ para que la gráfica represente la solución de la desigualdad.



$-3(x + 7)$ ☐ -24

5. Usa los números para completar los coeficientes de $ax + by = 40$ de manera que cuando hagas la gráfica de la función, la intersección con el eje x sea -10 y la intersección con el eje y sea 8.

-10 -8 -5 -4 4 5 8 10

6. Resuelve cada ecuación. Luego, clasifica cada ecuación basada en la solución. Explica tu razonamiento.

a. $2x - 9 = 5x - 33$

b. $5x - 6 = 10x + 10$

c. $2(8x - 3) = 4(4x + 7)$

d. $-7x + 5 = 2(x - 10.1)$

e. $6(2x + 4) = 4(4x + 10)$

f. $8(3x + 4) = 2(12x + 16)$

7. En la tabla, se muestra el costo de mortadela en un delicatessen. Marca los puntos que representa la tabla en un plano de coordenadas. Decide si deberías conectar los puntos con una recta. Explica tu razonamiento.

Libras, *x*	0.5	1	1.5	2
Costo, *y*	\$3	\$6	\$9	\$12

8. La gráfica de g es una traslación horizontal hacia la derecha, luego un alargamiento vertical, luego una traslación vertical hacia abajo de la gráfica de $f(x) = x$. Usa los números y los símbolos para crear g.

-3 -1 $-\frac{1}{2}$ 0 $\frac{1}{2}$ 1 3

x $g(x)$ $+$ $-$ $\times$ $\div$ $=$

9. ¿Cuál es la suma de las soluciones de enteros de la desigualdad compuesta $2|x - 5| < 16$?

Ⓐ 72 Ⓑ 75 Ⓒ 85 Ⓓ 88

10. Tu banco ofrece un servicio de alerta por mensaje de texto que te avisa cuando el balance de tu cuenta de cheques desciende por debajo de una cantidad específica. Lo configuras para que te avise cuando tu balance está por debajo de \$700. Tu balance actual es \$3000. Sólo usas tu cuenta para pagar tu renta (no se produce ningún otro depósito o deducción). Tu renta es \$625 por mes.

a. Escribe una desigualdad que represente el número de meses m que puedes pagar tu renta sin recibir un mensaje de alerta.

b. ¿Cuál es el número máximo de meses que puedes pagar tu renta sin recibir un mensaje de alerta?

c. Supón que comienzas a pagar la renta en junio. Selecciona todos los meses que puedes pagar la renta sin hacer un depósito.

junio julio agosto septiembre octubre