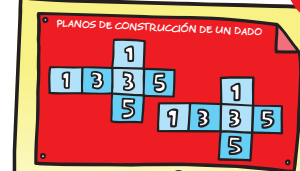
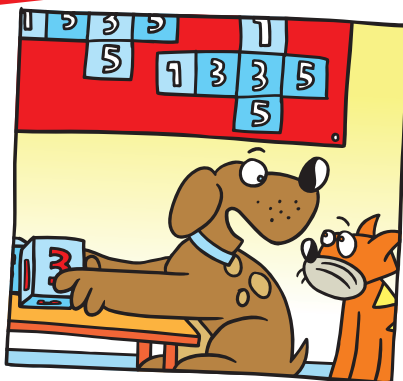


10 Probabilidad y estadística

- 10.1 Resultados y sucesos
- 10.2 Probabilidad
- 10.3 Probabilidad experimental y teórica
- 10.4 Sucesos compuestos
- 10.5 Sucesos independientes y dependientes
- 10.6 Muestras y poblaciones
- 10.7 Comparar poblaciones



“Ya casi termino de hacer mis dos dados.”



“El juego es así: se lanzan los dos dados”.



“Si la suma es un número par, gano yo. Si es un número impar, ganas tú”.

Qué aprendiste antes

● Escribir razones (6.RP.1)

Ejemplo 1 Hay 32 jugadores de fútbol americano y 16 porristas en tu escuela. Escribe la razón entre porristas y jugadores de fútbol.

porristas → $\frac{16}{32} = \frac{1}{2}$

jugadores de fútbol → $\frac{16}{32} = \frac{1}{2}$

Escribe en su mínima expresión.

∴ Entonces, la razón entre porristas y jugadores de fútbol es $\frac{1}{2}$.

Ejemplo 2

a. Escribe la razón entre niñas y niños en el salón de clases A.

$$\frac{\text{Niñas en el salón A}}{\text{Niños en el salón B}} = \frac{11}{14}$$

	Niños	Niñas
Salón de clases A	14	11
Salón de clases B	12	8

∴ Entonces, la razón entre niñas y niños en el salón de clases A es de $\frac{11}{14}$.

b. Escribe la razón entre niños en el salón de clases B y el número total de estudiantes en ambas clases.

$$\frac{\text{Niños en el salón B}}{\text{Número total de alumnos}} = \frac{12}{14 + 11 + 12 + 8} = \frac{12}{45} = \frac{4}{15}$$

Escribe en su mínima expresión.

∴ Entonces, la razón entre niños en el salón de clases B y el número total de estudiantes es de $\frac{4}{15}$.

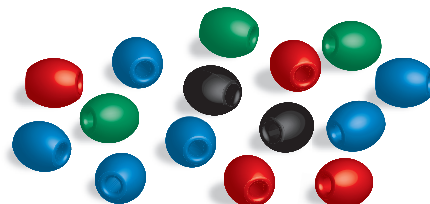
Inténtalo tú mismo

Escribe la razón en su mínima expresión.



1. pelotas de béisbol a pelotas de fútbol americano
2. pelotas de fútbol americano al número total de piezas del equipo
3. zapatillas a zapatillas de ballet
4. zapatillas al número total de zapatos

5. cuentas verdes a cuentas azules
6. cuentas rojas : cuentas verdes
7. cuentas verdes : número total de cuentas



10.1 Resultados y sucesos

Pregunta esencial En un experimento, ¿cómo puedes determinar el número de posibles resultados?

Un *experimento* es una investigación o un procedimiento que tiene resultados variables. Lanzar una moneda, lanzar un dado y hacer girar una rueda giratoria son todos ejemplos de experimentos.

1 ACTIVIDAD: Realizar experimentos

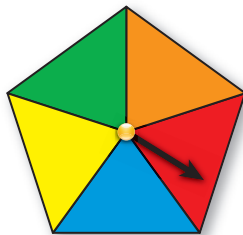
Trabaja con un compañero.

- a. Lanza una moneda de diez centavos.

Hay posibles resultados.

De cada 20 lanzamientos, crees que sacarás cara veces.

Lanza una moneda de diez centavos 20 veces. Lleva la cuenta de tus resultados en una tabla. ¿Cuán cerca estuviste con tu estimación?

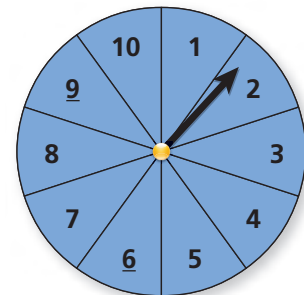


- b. Haz girar la siguiente rueda giratoria.

Hay posibles resultados.

De cada 20 vueltas, crees que sacarás anaranjado veces.

Haz girar la rueda 20 veces. Lleva la cuenta de tus resultados en una tabla. ¿Cuán cerca estuviste con tu estimación?



- c. Haz girar la siguiente rueda giratoria.

Hay posibles resultados.

De cada 20 vueltas, crees que sacarás 4 veces.

Haz girar la rueda 20 veces. Lleva la cuenta de tus resultados en una tabla. ¿Cuán cerca estuviste con tu estimación?



ESTÁNDARES
COMUNES

Probabilidad y estadística

En esta lección, tú

- identificarás y contarás los resultados de los experimentos.

Preparación para el estándar 7.SP.5

2 ACTIVIDAD: Comparar resultados diferentes

Trabaja con un compañero. Usa la rueda de la actividad 1 (c).

- a. ¿Tienes más posibilidades de sacar un número par o un múltiplo de 4? Explica tu razonamiento.
- b. ¿Tienes más posibilidades de sacar un número par o un número impar? Explica tu razonamiento.

3 ACTIVIDAD: Piedra, papel o tijera

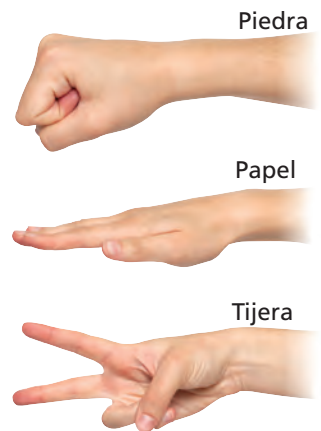
Práctica matemática 1

Interpretar una solución







¿Cómo se comparan tus resultados con los posibles resultados? Explica.

Trabaja con un compañero.

- Juega a “piedra, papel o tijera” 30 veces. Lleva la cuenta de tus resultados en una tabla.
- ¿Cuántos posibles resultados hay?
- De los posibles resultados, ¿de cuántas maneras puede ganar el jugador A? ¿El jugador B? ¿Y que empaten los jugadores?
- ¿Algún jugador tiene mayores probabilidades de ganar que otro? Explica tu razonamiento.



La piedra *rompe* la tijera.
El papel *cubre* a la piedra.
La tijera *corta* el papel.

		Jugador A		
				
Jugador B				
				
				

¿Cuál es tu respuesta?

- CON TUS PROPIAS PALABRAS** En un experimento, ¿cómo puedes determinar el número de posibles resultados?



Usa lo que aprendiste sobre experimentos para completar los ejercicios 3 y 4 de la página 404.

Vocabulario clave

experimento, pág. 402
resultados, pág. 402
suceso, pág. 402
resultados favorables, pág. 402

Lectura

Cuando se realiza un experimento *al azar* o *de manera aleatoria*, todos los posibles resultados son igualmente probables.

Ideas clave

Resultados y sucesos

Un **experimento** es una investigación o un procedimiento que tiene resultados variables. Los posibles resultados de un experimento se llaman **resultados**. Un grupo de uno o más resultados es un **suceso**. Los resultados de un suceso específico se llaman **resultados favorables**.

Por ejemplo, seleccionar una canica al azar de un grupo de canicas es un experimento. Cada canica del grupo es un resultado. Seleccionar una canica verde del grupo es un suceso.

Posibles resultados



Suceso: Elegir una canica verde

Número de resultados favorables: 2



EJEMPLO 1 Identificar resultados



Lanza un dado.

a. ¿Cuáles son los posibles resultados?

- Los seis posibles resultados son sacar un 1, 2, 3, 4, 5 y 6.

b. ¿Cuáles son los resultados favorables de sacar un número par?

par	impar
2, 4, 6	1, 3, 5

- Los resultados favorables del suceso son sacar un 2, 4 y 6.

c. ¿Cuáles son los resultados favorables de sacar un número mayor que 5?

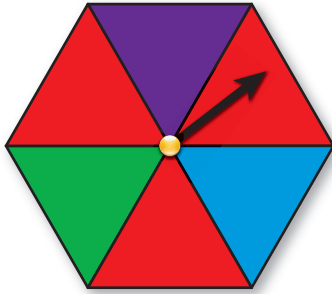
mayor que 5	no mayor que 5
6	1, 2, 3, 4, 5

- El resultado favorable del suceso es sacar un 6.

Por tu cuenta

- Elige al azar una letra del sombrero que contiene las letras A hasta K.
 - ¿Cuáles son los posibles resultados?
 - ¿Cuáles son los resultados favorables de elegir una vocal?

EJEMPLO 2 Contar resultados



Haz girar la rueda giratoria.

- ¿Cuántos posibles resultados hay?

La rueda giratoria tiene 6 secciones. Entonces, hay 6 posibles resultados.

- ¿De cuántas maneras puede salir rojo?

La rueda giratoria tiene 3 secciones rojas. Entonces, puede salir rojo de 3 maneras.

- ¿De cuántas maneras puede salir un color que *no* sea morado?
¿Cuáles son los resultados favorables de que salga un color que *no* sea morado?

La rueda giratoria tiene 5 secciones que *no* son morado. Entonces, puede salir un color que *no* sea morado de 5 maneras.

morado	<i>no</i> morado
morado	rojo, rojo, rojo, verde, azul

Los resultados favorables del suceso son rojo, rojo, rojo, verde y azul.

Por tu cuenta

- Elige una canica al azar.



- ¿Cuántos posibles resultados hay?
- ¿De cuántas maneras puedes sacar una canica azul?
- ¿De cuántas maneras puedes sacar un color que *no* sea amarillo? ¿Cuáles son los resultados favorables de sacar un color que *no* sea amarillo?



Verificación de vocabulario y conceptos

- VOCABULARIO** ¿Sacar un número par al lanzar un dado es un *resultado* o un *suceso*? Explica.
- ESCRIBIR** Describe en qué se diferencian un resultado y un resultado favorable.



Práctica y resolución de problemas

Haz girar la siguiente rueda giratoria.

- ¿Cuántos posibles resultados hay?
- De los posibles resultados, ¿de cuántas maneras puedes sacar un número par? ¿Y un número impar?



- FICHAS** ¿Cuáles son los posibles resultados de elegir al azar una de las siguientes fichas?



Elige al azar una de las fichas que aparecen arriba. Halla los resultados favorables del suceso.

- | | |
|----------------------------------|--|
| 6. Elegir 6 | 7. Elegir un número impar |
| 8. Elegir un número mayor que 5 | 9. Elegir un número impar menor que 5 |
| 10. Elegir un número menor que 3 | 11. Elegir un número divisible entre 3 |

Elige al azar una canica de la bolsa. (a) Halla el número de maneras en que puede ocurrir el suceso. (b) Halla los resultados favorables del suceso.



- | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| 12. Elegir una canica azul | 13. Elegir una canica verde |
| 14. Elegir una canica morada | 15. Elegir una canica amarilla |
| 16. Elegir una canica que no sea roja | 17. Elegir una canica que no sea azul |
18. **ANÁLISIS DE ERRORES** Describe y corrige el error cometido al hallar el número de maneras en que se puede elegir un color que *no* sea morado.



morado	no morado
morado	rojo, azul, verde, amarillo

Se puede elegir un color que no sea morado de 4 maneras.

19. **MONEDAS** Tienes 10 monedas en el bolsillo. Cinco son dólares Susan B. Anthony, dos son monedas de cincuenta centavos Kennedy y tres son dólares presidenciales. Elige una moneda al azar. ¿De cuántas maneras puede ocurrir que elijas un dólar que *no* sea presidencial?



Moneda de cincuenta centavos Kennedy



Dólar presidencial

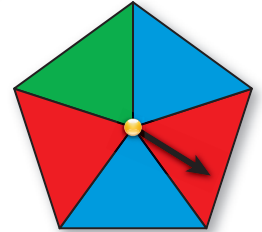
Dólar Susan B. Anthony



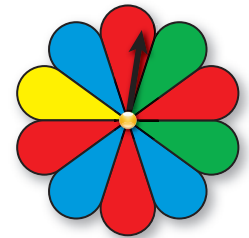
Rueda giratoria A

Indica si el enunciado es *verdadero* o *falso*. Si es falso, cambia la palabra en cursiva para que el enunciado sea verdadero.

20. En la rueda giratoria A, existen los mismos números de resultados favorables de sacar azul y *verde*.
21. En la rueda giratoria B, sacar azul tiene un resultado favorable *más* que sacar verde.
22. Hay *tres* posibles resultados al girar la rueda giratoria.
23. En la rueda giratoria B, se puede sacar *rojo* de cuatro maneras.
24. En la rueda giratoria B, no sacar verde puede ocurrir de *tres* maneras.



Rueda giratoria B



25. **MÚSICA** Un canasto de ofertas contiene CDs de música clásica y de rock. En el canasto, hay 60 CDs. Las probabilidades de que elijas al azar un CD de rock o que *no* lo escojas tienen el mismo número de resultados favorables. ¿Cuántos CDs de rock hay en el canasto?
26. **Precisión** Elige al azar una de las tarjetas y sepárala. Luego, elige al azar una segunda tarjeta. Describe cómo cambia el número de posibles resultados después de haber elegido la primera tarjeta.



Repaso del juego justo

Lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Resuelve la proporción. (Sección 5.4)

27. $\frac{x}{10} = \frac{1}{5}$

28. $\frac{60}{n} = \frac{20}{7}$

29. $\frac{1}{3} = \frac{w}{36}$

30. $\frac{25}{17} = \frac{100}{b}$

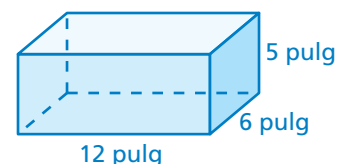
31. **OPCIÓN MÚLTIPLE** ¿Cuál es el área de superficie del prisma rectangular? (Sección 9.1)

(A) 162 pulg²

(B) 264 pulg²

(C) 324 pulg²

(D) 360 pulg²



Pregunta esencial ¿Cómo puedes describir la posibilidad de un suceso?

1 ACTIVIDAD: Rueda giratoria blanca y negra

Trabaja con un compañero. Trabajas para una compañía que hace juegos. Necesitas crear un juego en el que se use la siguiente rueda giratoria.

- Escribe las reglas de un juego donde se use la rueda giratoria. Luego, júégalo.
- Después de jugar el juego, ¿quieres corregir las reglas? Explica.



ESTÁNDARES COMUNES

Probabilidad y estadística

En esta lección, tú

- comprenderás el concepto de probabilidad y la relación entre probabilidad y posibilidad.
- hallarás las probabilidades de sucesos

Estándares de aprendizaje

7.SP.5

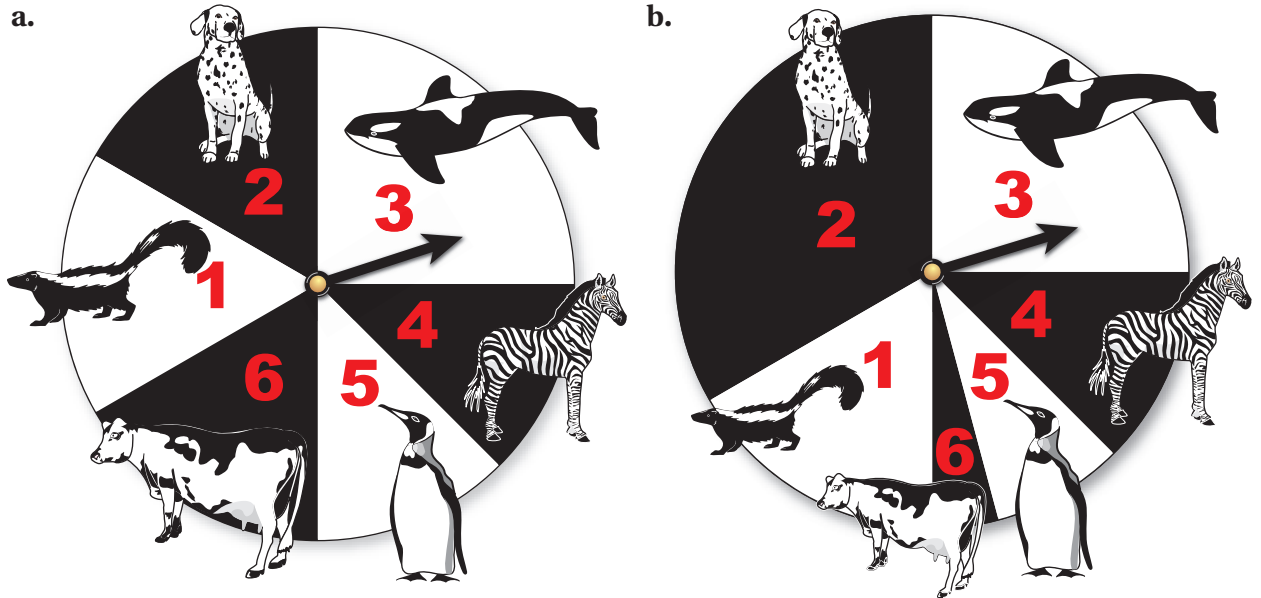
7.SP.7a

- ELIGE LAS HERRAMIENTAS** Usando el centro de la rueda giratoria como vértice, mide el ángulo de cada sección de la rueda. ¿Cada sección tiene el mismo tamaño? ¿Cómo piensas que esto afecta a la posibilidad de sacar un número determinado?
- Tu amigo está por hacer girar la rueda giratoria y quiere saber cuán probable es sacar un 3. ¿Cómo describirías la posibilidad de este suceso a tu amigo?

2 ACTIVIDAD: Cambiar la rueda giratoria

Trabaja con un compañero. Para cada rueda giratoria, haz lo siguiente.

- Mide el ángulo de cada sección.
- Indica si es más probable sacar un número en particular. Explica tu razonamiento.
- Indica si las reglas que hiciste en la actividad 1 tienen sentido para estas ruedas giratorias. Explica tu razonamiento.



3 ACTIVIDAD: ¿El juego es justo?

Práctica matemática 3

Usa resultados anteriores

¿Cómo puedes usar los resultados de las actividades anteriores para determinar si el juego es justo?

Trabaja con un compañero. Usa las siguientes reglas con cada rueda giratoria de las actividades 1 y 2. ¿El juego es justo? ¿Por qué sí o por qué no? Si no lo es, ¿quién tiene la mayor posibilidad de ganar?

- Túrnense para hacer girar la rueda giratoria.
- Si la rueda cae en un número impar, gana el jugador 1.
- Si la rueda cae en un número par, gana el jugador 2.

¿Cuál es tu respuesta?

4. **CON TUS PROPIAS PALABRAS** ¿Cómo puedes describir la posibilidad de un suceso?
5. Describe la posibilidad de sacar un 8 en la actividad 1.
6. Describe una profesión donde sea importante saber la posibilidad de un suceso.

Práctica

Usa lo que aprendiste sobre la posibilidad de un suceso para completar los ejercicios 4 y 5 de la página 410.

Vocabulario clave

probabilidad, pág. 408

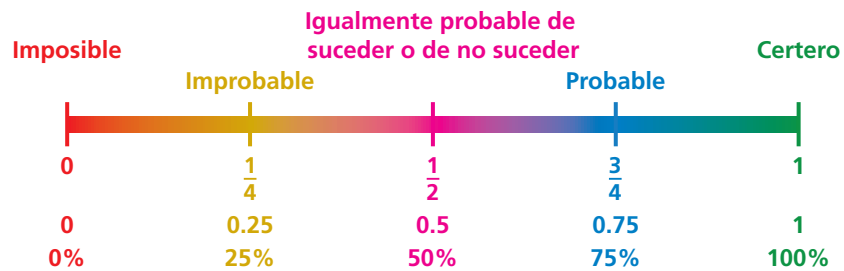
Consejo de estudio

Las probabilidades pueden escribirse como fracción, decimales o porcentajes.

Idea clave

Probabilidad

La **probabilidad** de un suceso es un número que mide la posibilidad de que se produzca dicho suceso. Las probabilidades están entre 0 y 1, incluidos 0 y 1. En este diagrama, se relacionan las posibilidades (en la parte superior del diagrama) con las probabilidades (en la parte inferior del diagrama).



EJEMPLO 1 Describir la probabilidad de un suceso



Hay un 80% de posibilidades de tormentas mañana. Describe la probabilidad del suceso.

La probabilidad de tormentas mañana es 80%.

Como 80% está cerca de 75%, es *probable* que haya tormentas mañana.

Por tu cuenta

Describe la posibilidad de un suceso dada su probabilidad.

1. La probabilidad de que hagas un salto en una tabla de snowboard es $\frac{1}{2}$.
2. Hay un 100% de posibilidad de que mañana la temperatura sea menor que 120 °F.

Ahora estás listo
Ejercicios 6 a 9

Idea clave

Hallar la probabilidad de un suceso.

Cuando todos los posibles resultados son igualmente probables, la probabilidad de un suceso es la razón del número de resultados favorables al número de posibles resultados. La probabilidad de un suceso se escribe “ $P(\text{suceso})$ ”.

$$P(\text{suceso}) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número de posibles resultados}}$$

EJEMPLO 2 Hallar una probabilidad

Lanzas el dado. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número impar?



$$P(\text{suceso}) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número de posibles resultados}}$$

$$P(\text{impar}) = \frac{3}{6}$$

Hay 3 números impares (1, 3, y 5).

Hay un total de 6 números.

$$= \frac{1}{2} \quad \text{Simplifica.}$$

∴ La probabilidad de sacar un número impar es $\frac{1}{2}$ o 50%.

EJEMPLO 3 Usar una probabilidad

La probabilidad de que saques al azar un sorbete corto de un grupo de 40 sorbetes es $\frac{3}{20}$. ¿Cuántos sorbetes cortos hay?



- (A) 4 (B) 6
(C) 15 (D) 34

$$P(\text{cortos}) = \frac{\text{número de sorbetes cortos}}{\text{número total de sorbetes}}$$

$$\frac{3}{20} = \frac{n}{40} \quad \text{Sustituye. Imagina que } n \text{ es el número de sorbetes cortos.}$$

$$6 = n \quad \text{Resuelve para hallar } n.$$

Hay 6 sorbetes cortos.

∴ Entonces, la respuesta correcta es (B).

Por tu cuenta

Ahora estás listo
Ejercicios 11 a 15

- En el ejemplo 2, ¿cuál es la probabilidad de sacar un número mayor que 2?
- En el ejemplo 2, ¿cuál es la probabilidad de sacar un 7?
- La probabilidad de que saques al azar un sorbete corto de un grupo de 75 sorbetes es $\frac{1}{15}$. ¿Cuántos sorbetes cortos hay?

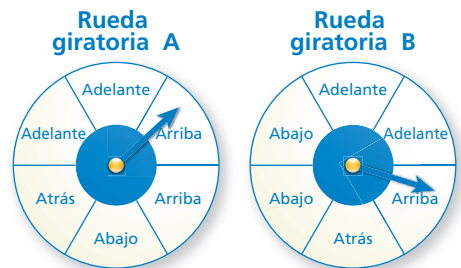
✓ Verificación de vocabulario y conceptos

- VOCABULARIO** Explica cómo hallar la probabilidad de un suceso.
- RAZONAR** ¿La probabilidad de un suceso puede ser 1.5? Explica.
- FINAL ABIERTO** Da un ejemplo de la vida real de un suceso que sea imposible. Da un ejemplo de la vida real de un suceso que sea seguro.

✍ Práctica y resolución de problemas

Juegas un juego usando las siguientes ruedas giratorias.

- Quieres moverte hacia abajo. ¿En qué rueda giratoria es más probable que saques “abajo”? Explica.
- Quieres moverte hacia adelante. ¿Qué rueda giratoria deberías hacer girar? Explica.



Describe la posibilidad de un suceso dada su probabilidad.

6. Tu equipo de fútbol gana $\frac{3}{4}$ del tiempo.
7. Hay un 0% de posibilidad de que crezcas 12 pies más.
8. La probabilidad de que mañana salga el sol es 1.
9. Llueve $\frac{1}{5}$ de los días durante julio.
- VIOLÍN** Tienes una posibilidad del 50% de tocar la nota correcta en un violín. Describe la probabilidad de tocar la nota correcta.



Elige al azar una camisa de los estantes. Halla la probabilidad del suceso.

11. Elegir una camisa roja
12. Elegir una camisa verde
13. No elegir una camisa blanca
14. No elegir una camisa negra
15. Elegir una camisa anaranjada

- ANÁLISIS DE ERRORES** Describe y corrige el error cometido al hallar la probabilidad de *no* elegir una camisa azul de los estantes del ejercicio anterior.



$$P(\text{no azul}) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

17. **CONCURSO** Las reglas de un concurso estipulan que hay una posibilidad de 5% de ganar un premio. Cuatrocientas personas se anotan en el concurso. Haz una predicción de cuántas personas ganarán un premio.

18. **PATOS DE GOMA** En una feria, la probabilidad de que elijas un pato de goma ganador de 25 patos es 0.24.

- ¿Cuántos patos *no* son ganadores?
- Describe la posibilidad de *no* elegir un pato ganador.



19. **DODECAEDRO** Un dodecaedro tiene doce lados numerados del 1 al 12. Halla la probabilidad y describe las posibilidades de cada suceso.

- Sacar un número menor que 9
- Sacar un múltiplo de 3
- Sacar un número mayor que 6

Un cuadrado de Punnett es una cuadrícula que muestra posibles combinaciones de genes para la descendencia de una pareja. En el siguiente cuadrado de Punnett, se representa al niño con XY. Se representa a la niña con XX.

		Genes de la madre	
		X	X
Genes del padre	X	XX	
	Y		

20. Completa el cuadrado de Punnett.

21. Explica por qué la probabilidad de que la pareja tenga un niño o una niña es igualmente probable.

22. **Pensamiento crítico** Cada integrante de una pareja tiene la combinación de genes Cc. El gen C corresponde al cabello rizado. El gen c corresponde al cabello lacio.

- Haz un cuadrado de Punnett para ambos padres. Si todos los resultados son igualmente probables, ¿cuál es la probabilidad de que un niño tenga la combinación de genes CC?
- Cualquier combinación de genes que incluya una C tiene como resultado el cabello rizado. Si todos los resultados son igualmente probables, ¿cuál es la probabilidad de que un niño tenga cabello rizado?



Repaso del juego justo

Lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Resuelve la desigualdad. Haz una gráfica de la solución. (Sección 4.2 y Sección 4.3)

23. $x + 5 < 9$

24. $b - 2 \geq -7$

25. $1 > -\frac{w}{3}$

26. $6 \leq -2g$

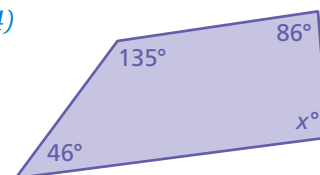
27. **OPCIÓN MÚLTIPLE** Halla el valor de x . (Sección 7.4)

(A) 85

(B) 90

(C) 93

(D) 102



10.3 Probabilidad experimental y teórica

Pregunta esencial ¿Cómo puedes usar frecuencias relativas para hallar probabilidades?

Cuando llevas a cabo un experimento, la **frecuencia relativa** de un suceso es la fracción o el porcentaje de tiempo en que ocurre el suceso.

$$\text{frecuencia relativa} = \frac{\text{número de veces que ocurre el suceso}}{\text{número total de veces que llevas a cabo el experimento}}$$

1 ACTIVIDAD: Hallar frecuencias relativas

Trabaja con un compañero.

- Lanza una moneda de veinticinco centavos 20 veces y anota tus resultados. Luego, completa la tabla. ¿Las frecuencias relativas son iguales a la probabilidad de sacar cara o cruz? Explica.

	Sacar cara	Sacar cruz
Frecuencia relativa		

- Compara tus resultados con los de otros estudiantes de tu clase. ¿Las frecuencias relativas son iguales? Si no lo son, ¿por qué piensas que se diferencian?
- Combina todos los resultados de tu clase. Luego, completa la tabla de nuevo. ¿Las frecuencias relativas cambiaron? ¿Qué observas? Explica.
- Supón que todos en tu escuela llevan a cabo este experimento y combinan los resultados. ¿Cómo crees que cambiarán las frecuencias relativas?



2 ACTIVIDAD: Usar frecuencias relativas

Trabaja con un compañero. Tienes una bolsa con fichas de colores. Seleccionas al azar una ficha de la bolsa y la repones. En la tabla, se muestra el número de veces que seleccionaste cada color.

Rojo	Azul	Verde	Amarillo
24	12	15	9

- Hay 20 fichas en la bolsa. ¿Puedes usar la tabla para hallar el número exacto de cada color en la bolsa? Explica.
- Selecciona una ficha de la bolsa al azar y la repones. Haz esto 50 veces, luego, 100 veces y calcula las frecuencias relativas después de cada experimento. ¿Cuál experimento crees que da una mejor aproximación del número exacto de cada color en la bolsa? Explica.



ESTÁNDARES COMUNES

Probabilidad y estadística
En esta lección, tú

- hallarás frecuencias relativas.
- usarás probabilidades experimentales para hacer predicciones.
- usarás probabilidades teóricas para hallar cantidades.
- compararás probabilidades experimentales y teóricas.

Estándares de aprendizaje

7.SP.5 7.SP.7a
7.SP.6 7.SP.7b

3 ACTIVIDAD: Realizar un experimento

Trabaja con un compañero. Lanzas una tachuela sobre la mesa. La tachuela puede caer de dos maneras.



Hacia arriba



De costado

Práctica matemática 4

Analizar relaciones

¿Cómo puedes usar los resultados de tu experimento para determinar si hay modelo de probabilidad uniforme?

- a. Tu amigo dice que porque existen dos posibles resultados, la probabilidad de que la tachuela caiga hacia arriba debe ser $\frac{1}{2}$.

¿Crees que esta conclusión es verdadera? Explica.

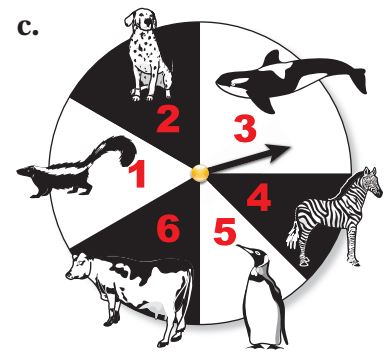
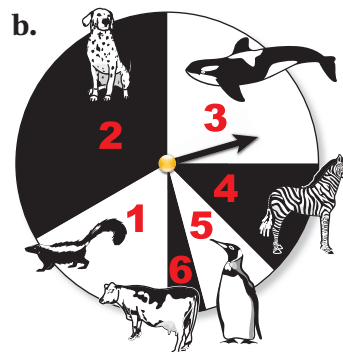
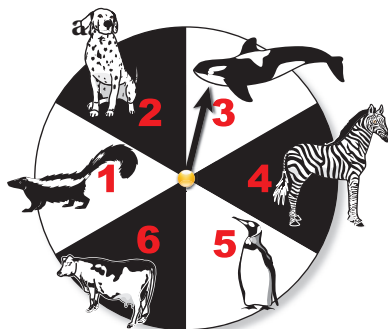
- b. Lanza una tachuela sobre una mesa 50 veces y anota tus resultados. En un *modelo de probabilidad uniforme*, cada resultado tiene las mismas posibilidades de ocurrir. ¿Crees que este experimento representa un modelo de probabilidad uniforme? Explica.

Usa las frecuencias relativas para completar lo siguiente.

$$P(\text{hacia arriba}) = \square \quad P(\text{de costado}) = \square$$

¿Cuál es tu respuesta?

- CON TUS PROPIAS PALABRAS** ¿Cómo puedes usar frecuencias relativas para hallar probabilidades? Da un ejemplo.
- Tu amigo lanza un dado 500 veces. ¿Cuántas veces crees que tu amigo sacará un número impar? Explica tu razonamiento.
- En la actividad 2, tu amigo dice: “No hay fichas anaranjadas en la bolsa”. ¿Crees que esta conclusión es verdadera? Explica.
- Da un ejemplo de un experimento que represente un modelo de probabilidad uniforme.
- Indica si puedes usar cada rueda giratoria para representar un modelo de probabilidad uniforme. Explica tu razonamiento.



Práctica

Usa lo que aprendiste sobre frecuencias relativas para completar los ejercicios 6 y 7 de la página 417.

Vocabulario clave

frecuencia relativa, pág. 412
probabilidad experimental, pág., 414
probabilidad teórica, pág. 415

Idea clave

Probabilidad experimental

La probabilidad que se basa en pruebas repetidas de un experimento se llama **probabilidad experimental**.

$$P(\text{suceso}) = \frac{\text{número de veces que ocurre el suceso}}{\text{número total de pruebas}}$$

EJEMPLO 1 Hallar una probabilidad experimental



En la gráfica de barras, se muestran los resultados de lanzar un dado 50 veces. ¿Cuál es la probabilidad experimental de que salga un número impar?

En la gráfica de barras, se muestra 10 unos, 8 tres y 11 cincos. Entonces, salió un número impar $10 + 8 + 11 = 29$ veces en un total de 50 lanzamientos.

$$P(\text{suceso}) = \frac{\text{número de veces que ocurre el suceso}}{\text{número total de pruebas}}$$

$$P(\text{impar}) = \frac{29}{50}$$

Salió 29 veces un número impar.

Se lanzó el dado 50 veces en total.

La probabilidad experimental es $\frac{29}{50}$, 0.58 o 58%.

EJEMPLO 2 Hacer una predicción



Llueve 2 de los últimos 12 días de marzo. Si esta tendencia continúa, ¿cuántos días lluviosos esperarías que haya en abril?

Halla la probabilidad experimental de un día de lluvia.

$$P(\text{suceso}) = \frac{\text{número de veces que ocurre el suceso}}{\text{número total de pruebas}}$$

$$P(\text{lluvia}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

Llueve 2 días.

Hay 12 días en total.

“Las lluvias de abril traen las flores de mayo”.
Proverbio antiguo, 1557.

Para hacer una predicción, multiplica la probabilidad de un día lluvioso por el número de días que tiene abril.

$$\frac{1}{6} \cdot 30 = 5$$

Entonces, puedes predecir que habrá 5 días lluviosos en abril.

Por tu cuenta

1. En el ejemplo 1, ¿cuál es la probabilidad experimental de que salga un número par?
2. En una compañía de ropa, un inspector encuentra 5 pares de jeans defectuosos en un envío de 200. Si esta tendencia continúa, ¿aproximadamente cuántos pares de jeans esperarías que sean defectuosos en un envío de 5000?

Idea clave

Probabilidad teórica

Cuando todos los posibles resultados son igualmente probables, la **probabilidad teórica** de un suceso es la razón del número de resultados favorables al número de posibles resultados.

$$P(\text{suceso}) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número de posibles resultados}}$$

EJEMPLO

3 Hallar una probabilidad teórica



Elige al azar una de las siguientes letras. ¿Cuál es la probabilidad teórica de elegir una vocal?

$$P(\text{suceso}) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número de posibles resultados}}$$

$$P(\text{vocal}) = \frac{3}{7}$$

Hay 3 vocales.

Hay 7 vocales en total.

∴ La probabilidad de elegir una vocal es $\frac{3}{7}$ o aproximadamente 43%.

EJEMPLO

4 Usar una probabilidad teórica

La probabilidad teórica de ganar un muñeco bobblehead al hacer girar una rueda de premios es $\frac{1}{6}$. La rueda tiene 3 secciones de muñecos. ¿Cuántas secciones tiene la rueda?

$$P(\text{muñeco bobblehead}) = \frac{\text{número de secciones del muñeco bobblehead}}{\text{número total de secciones}}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{3}{s}$$

Sustituye. Imagina que s es el número total de secciones.

$$s = 18$$

Propiedad de productos cruzados

∴ Entonces, la rueda tiene 18 secciones.

Ahora estás listo
Ejercicios 15 a 23

Por tu cuenta

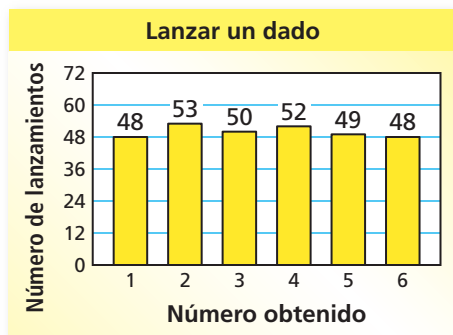
- En el ejemplo 3, ¿cuál es la probabilidad teórica de elegir X?
- La probabilidad teórica de que obtengas un número impar en una rueda giratoria es 0.6. La rueda tiene 10 secciones. ¿Cuántas secciones tienen números impares?
- La rueda de premios del ejemplo 4 se hizo girar 540 veces en un juego de béisbol. Aproximadamente, ¿cuántos muñecos bobblehead crees que se ganaron?



EJEMPLO 5 Comparar la probabilidad teórica y la experimental

En la gráfica de barras, se muestran los resultados de lanzar un dado 300 veces.

a. ¿Cuál es la probabilidad experimental de que salga un número impar?



En la gráfica de barras, se muestran 48 unos, 50 tres y 49 cincos. Entonces, salió un número impar $48 + 50 + 49 = 147$ veces en un total de 300 lanzamientos.

$$P(\text{suceso}) = \frac{\text{número de veces que ocurre el suceso}}{\text{número total de pruebas}}$$

$$P(\text{impar}) = \frac{147}{300}$$

Salió 147 veces un número impar.

Se lanzó el dado 300 veces en total.

$$= \frac{49}{100}, \text{ o } 49\%$$

b. ¿Cómo se compara la probabilidad experimental con la probabilidad teórica de que salga un número impar?

En el ejemplo 2 de la sección 10.2, hallaste que la probabilidad teórica de que salga un número impar es 50%. La probabilidad experimental, 49%, está cerca de la probabilidad teórica.

c. Compara la probabilidad experimental de la parte (a) con la probabilidad experimental del ejemplo 1.

Al aumentar el número de pruebas de 50 a 300, la probabilidad experimental disminuyó de 58% a 49%. Entonces, se acercó más a la probabilidad teórica de 50%.

Ahora estás listo
Ejercicios 25 a 27

Por tu cuenta

- Usa la gráfica de barras del ejemplo 5 para hallar la probabilidad experimental de que salga un número mayor que 1. Compara la probabilidad experimental con la probabilidad teórica de que salga un número mayor que 1.



Verificación de vocabulario y conceptos

- VOCABULARIO** Describe cómo hallar la probabilidad experimental de un suceso.
- RAZONAR** Lanzas una moneda 10 veces y hallas que la probabilidad experimental de sacar cruz es 0.7. ¿Parece razonable este resultado? Explica.
- VOCABULARIO** Un suceso tiene una probabilidad teórica de 0.5. ¿Qué significa esto?
- FINAL ABIERTO** Describe un suceso que tenga una probabilidad teórica de $\frac{1}{4}$.
- LÓGICA** Un encuestador le pregunta a personas seleccionadas al azar sobre las próximas elecciones. ¿Crees que el encuestador usará la probabilidad experimental o la probabilidad teórica para hacer predicciones? Explica.



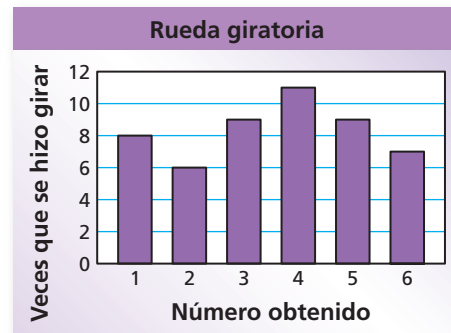
Práctica y resolución de problemas

Usa la gráfica de barras para hallar la frecuencia relativa del suceso.

- Sacar un 6
- Sacar un número par

Usa la gráfica de barras para hallar la probabilidad experimental del suceso.

8. Sacar un número menor que 3
- No sacar un 1
- Sacar un 1 o un 3
- Sacar un 7



- HUEVOS** Revisas 20 cartones de huevos. Tres de los cartones tienen al menos un huevo quebrado. ¿Cuál es la probabilidad experimental de que un cartón de huevos tenga al menos un huevo quebrado?

- JUEGO DE MESA** Hay 105 fichas con letras en un juego de mesa. Elige las fichas que se muestran aquí. ¿Cuántas de las 105 fichas esperarías que fueran vocales?



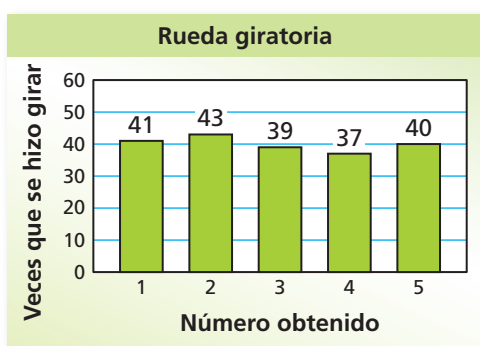
- TARJETAS** Tienes un paquete de 20 tarjetas de agradecimiento surtidas. Elige las cuatro tarjetas que se muestran aquí. ¿Cuántas de las 20 tarjetas esperarías que tuvieran dibujos florales?

Usa la rueda giratoria para hallar la probabilidad teórica del suceso.



- 3 15. Sacar rojo 16. Sacar un 1
 17. Sacar un número impar 18. Sacar un múltiplo de 2
 19. Sacar un número menor que 7 20. Sacar un 9
21. **LETRAS** Se imprime cada letra del alfabeto en una tarjeta en blanco. ¿Cuál es la probabilidad teórica de elegir al azar cualquier letra que no sea Z?
- 4 22. **PROGRAMA DE JUEGOS** En un programa de juegos, un concursante elige al azar una ficha de una bolsa que contiene números y aciertos. La probabilidad teórica de elegir un acierto es $\frac{3}{10}$. La bolsa contiene 9 aciertos. ¿Cuántas fichas hay en la bolsa?
23. **MÚSICA** La probabilidad teórica de que una canción de pop se reproduzca en tu reproductor de MP3 es 0.45. Hay 80 canciones en tu reproductor de MP3. ¿Cuántas canciones son canciones de pop?
24. **REPRESENTAR** Hay 16 niñas y 20 niños en una clase.
- ¿Cuál es la probabilidad teórica de elegir al azar una niña de la clase?
 - Una semana más tarde, hay 45 estudiantes en la clase. La probabilidad teórica de elegir al azar una niña de la clase es la misma que la semana pasada. ¿Cuántos niños se sumaron a la clase?

En la gráfica de barras, se muestran los resultados de hacer girar la rueda giratoria 200 veces. Compara las probabilidades teórica y experimental del suceso.



- 5 25. Sacar un 4
 26. Sacar un 3
 27. Sacar un número mayor que 4
 28. ¿Deberías usar la probabilidad *teórica* o *experimental* para predecir el número de veces que sacarás un 3 en 10,000 vueltas?



29. **SENTIDO NUMÉRICO** En la tabla de la derecha, se muestran los resultados de lanzar dos monedas 12 veces cada una.

Cara Cara	Cara Cruz	Cruz Cara	Cruz Cruz
2	6	3	1

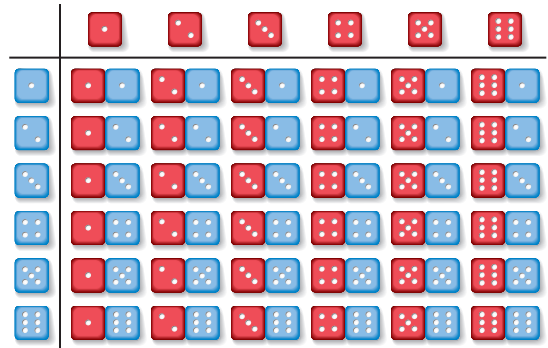
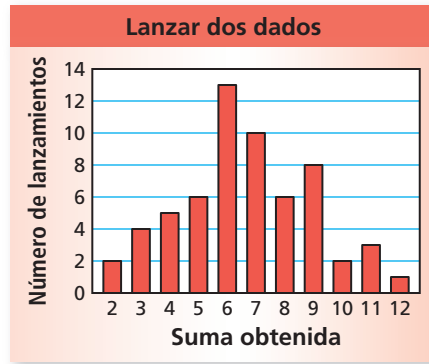
a. ¿Cuál es la probabilidad experimental de lanzar dos cruces? Basándote en esta probabilidad, ¿cuántas veces puedes anticipar lanzar dos cruces en 600 pruebas?

Cara Cara	Cara Cruz	Cruz Cara	Cruz Cruz
23	29	26	22

b. En la tabla de la izquierda, se muestran los resultados de lanzar las mismas monedas 100 veces cada una. ¿Cuál es la probabilidad experimental de lanzar dos cruces? Basándote en esta probabilidad, ¿cuántas veces puedes anticipar lanzar dos cruces en 600 pruebas?

c. ¿Por qué es importante usar un número grande de pruebas cuando se usa la probabilidad experimental para predecir resultados?

Lanzas un par de dados 60 veces. Registras tus resultados en la gráfica de barras que se muestra a continuación.



30. Usa la gráfica de barras para hallar la probabilidad experimental de sacar cada suma. ¿Cada suma es igual de probable? Explica. Si no lo es, ¿cuál es la más probable?
31. Usa la tabla para hallar la probabilidad teórica de sacar cada suma. ¿Cada suma es igual de probable? Explica. Si no lo es, ¿cuál es la más probable?
32. **PROBABILIDADES** Compara las probabilidades que hallaste en los ejercicios 30 y 31.
33. **RAZONAR** Considera los resultados de los ejercicios 30 y 31.
- ¿Cuál suma esperarías que fuese más probable luego de 500 pruebas? ¿1000 pruebas? ¿10,000 pruebas?
 - Explica cómo se relaciona la probabilidad experimental con la probabilidad teórica a medida que aumenta el número de pruebas.
34. **Proyecto** Cuando lanzas un vaso de papel al aire, el vaso puede caer de tres maneras: boca arriba, boca abajo o de costado.
- Lanza un vaso de papel 100 veces y anota tus resultados. ¿Los resultados de lanzar el vaso parecen ser igual de probables? Explica.
 - ¿Cuál es la probabilidad de que el vaso caiga boca arriba? ¿Boca abajo? ¿De costado?
 - Usa tus resultados para predecir el número de veces que el vaso cae de costado en 1000 lanzamientos.
 - Supón que pegas una moneda de veinticinco centavos con cinta en el fondo del vaso. ¿Crees que sea *más probable* o *menos probable* que el vaso caiga boca arriba? Justifica tu respuesta.



Repaso del juego justo Lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Halla la tasa de interés anual. (Sección 6.7)

35. $I = \$16$, $P = \$200$, $t = 2$ años

36. $I = \$26.25$, $P = \$500$, $t = 18$ meses

37. **OPCIÓN MÚLTIPLE** El volumen de un prisma es de 9 yardas cuadradas. ¿Cuál es su volumen en pies cúbicos? (Sección 9.4)

(A) 3 pies³

(B) 27 pies³

(C) 81 pies³

(D) 243 pies³

10.4 Sucesos compuestos

Pregunta esencial ¿Cómo puedes hallar el número de posibles resultados de uno o más sucesos?

1 ACTIVIDAD: Comparar candados con combinación

Trabaja con un compañero. Compras un candado con combinación. Tienes tres opciones.

- a. Este candado tiene 3 ruedas. Cada rueda está numerada de 0 a 9.

La menor combinación posible de tres dígitos es .

La mayor combinación posible de tres dígitos es .

¿Cuántas combinaciones posibles existen?

- b. Usa el candado de la parte (a).

Hay posibles resultados para la primera rueda.

Hay posibles resultados para la segunda rueda.

Hay posibles resultados para la tercera rueda.

¿Cómo puedes usar la multiplicación para determinar el número de combinaciones posibles?

- c. Este candado está numerado de 0 a 39. En cada combinación, se usan tres números en un patrón de derecha, izquierda, derecha.

¿Cuántas combinaciones posibles existen?

- d. Este candado tiene 4 ruedas.

Rueda 1: 0–9

Rueda 2: A–J

Rueda 3: K–T

Rueda 4: 0–9

¿Cuántas combinaciones posibles existen?

- e. ¿Cuál candado tiene una combinación más difícil de adivinar? ¿Por qué?



ESTÁNDARES COMUNES

Probabilidad y estadística

En esta lección, tú

- usarás diagramas de árbol, tablas o una fórmula para hallar el número de posibles resultados.
- hallarás probabilidades de sucesos compuestos.

Estándares de aprendizaje

7.SP.8a

7.SP.8b

2 ACTIVIDAD: Comparar la seguridad de las contraseñas

Trabaja con un compañero. ¿Qué requisito de contraseña es más seguro? Explica tu razonamiento. Incluye el número de contraseñas diferentes que sean posibles para cada requisito.

- a. La contraseña debe tener cuatro dígitos.

Nombre de usuario:

Contraseña:

- b. La contraseña debe tener cinco dígitos.

Nombre de usuario:

Contraseña:

- c. La contraseña debe tener seis letras.

Nombre de usuario:

Contraseña:

- d. La contraseña debe tener ocho dígitos o letras.

Nombre de usuario:

Contraseña:

Práctica matemática 7

Ver como componentes

¿Cuál es el número de posibles resultados para cada carácter de la contraseña? Explica.

¿Cuál es tu respuesta?

- CON TUS PROPIAS PALABRAS** ¿Cómo puedes hallar el número de posibles resultados de uno o más sucesos?
- SEGURIDAD** Un hacker usa un programa de software para adivinar la contraseña de la actividad 2. El programa verifica 600 contraseñas por minuto. ¿Cuál es la mayor cantidad de tiempo que le tomará al programa adivinar cada uno de los cuatro tipos de contraseñas?

Práctica

Usa lo que aprendiste sobre el número total de posibles resultados de uno o más sucesos para completar el ejercicio 5 de la página 425.

Vocabulario clave

espacio muestral, pág. 422
Principio fundamental de conteo, pág. 422
suceso compuesto, pág. 424

El conjunto de todos los posibles resultados de uno o más sucesos se llama **espacio muestral**.

Puedes usar tablas y diagramas de árbol para hallar espacios muestrales de dos o más sucesos.

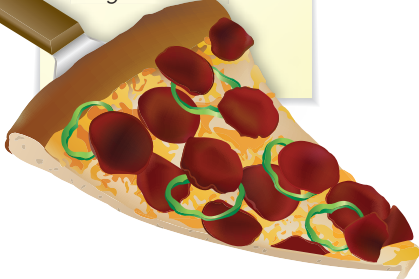
EJEMPLO 1 Hallar un espacio muestral

Masa

- Delgada Masa
- Rellena Masa

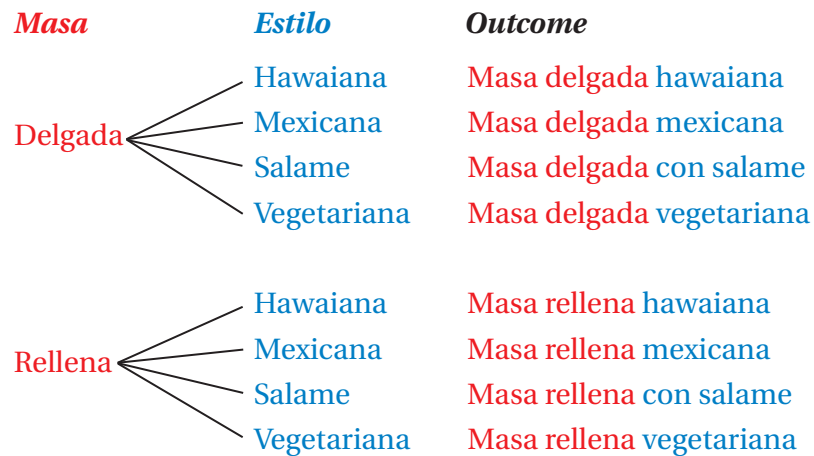
Estilo

- Hawaiana
- Mexicana
- Salame
- Vegetariana



Elige al azar una masa y un estilo de pizza. Halla el espacio muestral. ¿Cuántas pizzas diferentes se pueden formar?

Usa un diagrama de árbol para hallar el espacio muestral.



∴ Hay 8 resultados diferentes en el espacio muestral. Entonces, se pueden formar 8 pizzas diferentes.

Por tu cuenta

1. **¿QUÉ PASA SI?** La pizzería agrega una pizza de masa gruesa. Halla el espacio muestral. ¿Cuántas pizzas se pueden formar?

Otra manera de hallar el número total de posibles resultados es usar el **Principio fundamental de conteo**.

Consejo de estudio

El Principio fundamental del conteo puede extenderse a más de dos sucesos.

Idea clave

Principio fundamental de conteo


Un suceso M tiene m posibles resultados. Un suceso N tiene n posibles resultados. El número total de resultados del suceso M seguido del suceso N es $m \times n$.

EJEMPLO 2 Hallar el número total de posibles resultados



Halla el número total de posibles resultados de lanzar un dado y lanzar una moneda.

Método 1: Usa una tabla para hallar el espacio muestral. Imagina que H = cara y T = cruz.

	1	2	3	4	5	6
	1H	2H	3H	4H	5H	6H
	1T	2T	3T	4T	5T	6T

☘ Hay 12 posibles resultados.

Método 2: Usa el Principio fundamental de conteo. Identifica el número de posibles resultados para cada suceso.

Suceso 1: Lanzar un dado tiene 6 posibles resultados.

Suceso 2: Lanzar una moneda tiene 2 posibles resultados.

$$6 \times 2 = 12 \quad \text{Principio fundamental de conteo}$$

☘ Hay 12 posibles resultados.

EJEMPLO 3 Hallar el número total de posibles resultados



¿Cuántos atuendos diferentes puedes hacer con las camisetas, los jeans y los zapatos en el clóset?

Usa el Principio fundamental de conteo. Identifica el número de posibles resultados para cada suceso.

Suceso 1: Elegir una camiseta tiene 7 posibles resultados.

Suceso 2: Elegir jeans tiene 4 posibles resultados.

Suceso 3: Elegir zapatos tiene 3 posibles resultados.

$$7 \times 4 \times 3 = 84 \quad \text{Principio fundamental de conteo}$$

☘ Entonces, puedes hacer 84 atuendos diferentes.

Por tu cuenta

- Halla el número total de posibles resultados de hacer girar la rueda giratoria y elegir un número de 1 a 5.
- ¿Cuántos atuendos diferentes puedes hacer con 4 camisetas, 5 pares de jeans y 5 pares de zapatos?



Ahora estás listo
Ejercicios 8 a 11

Un **suceso compuesto** consiste de dos o más sucesos. Al igual que un solo suceso, la probabilidad de un suceso compuesto es la razón del número de resultados favorables al número de posibles resultados.

EJEMPLO 4 Hallar la probabilidad de un evento compuesto

En el ejemplo 2, ¿cuál es la probabilidad de sacar un número mayor que 4 y sacar cruces?

Hay dos resultados favorables en el espacio muestral para sacar un número mayor que 4 y sacar cruces: 5T y 6T.

$$P(\text{suceso}) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número de posibles resultados}}$$

$$P(\text{mayor que cuatro y cruz}) = \frac{2}{12} \quad \text{Sustituye.}$$

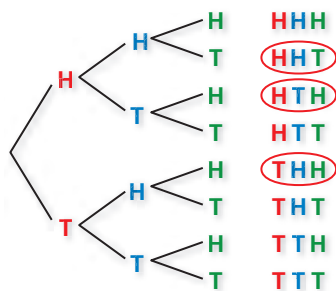
$$= \frac{1}{6} \quad \text{Simplifica.}$$

∴ La probabilidad es $\frac{1}{6}$ o $16\frac{2}{3}\%$.

EJEMPLO 5 Hallar la probabilidad de un evento compuesto

Lanza tres monedas de cinco centavos. ¿Cuál es la probabilidad de sacar dos caras y una cruz?

Usa un diagrama de árbol para hallar el espacio muestral. Imagina que H = cara y T = cruz.



Hay tres resultados favorables en el espacio muestral para sacar dos caras y una cruz: HHT, HTH y THH.

$$P(\text{suceso}) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número de posibles resultados}}$$

$$P(2 \text{ caras y } 1 \text{ cruz}) = \frac{3}{8} \quad \text{Sustituye.}$$

∴ La probabilidad es $\frac{3}{8}$ o 37.5%.

Por tu cuenta

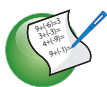
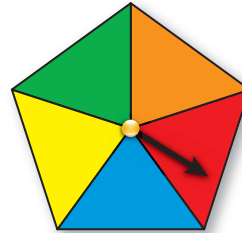
Ahora estás listo
Ejercicios 15 a 24

- En el ejemplo 2, ¿cuál es la probabilidad de sacar como máximo 4 y sacar cara?
- En el ejemplo 5, ¿cuál es la probabilidad de sacar al menos dos cruces?
- Lanza dos dados. ¿Cuál es la probabilidad de sacar doble tres?
- En el ejemplo 1, ¿cuál es la probabilidad de elegir una pizza hawaiana con masa rellena?



Verificación de vocabulario y conceptos

- VOCABULARIO** ¿Cuál es el espacio muestral de un suceso? ¿Cómo puedes hallar el espacio muestral de dos o más sucesos?
- ESCRIBIR** Explica cómo usar el Principio fundamental de conteo.
- ESCRIBIR** Describe dos maneras de hallar el número total de posibles resultados al hacer girar la rueda giratoria y lanzar el dado.
- FINAL ABIERTO** Da un ejemplo de la vida real de un suceso compuesto.



Práctica y resolución de problemas

- COMBINACIONES** El candado está numerado de 0 a 49. En cada combinación, se usan tres números en un patrón de derecha, izquierda, derecha. Halla el número total de combinaciones posibles para el candado.



Usa un diagrama de árbol para hallar el espacio muestral y el número total de posibles resultados.

1 6.

Fiesta de cumpleaños	
Suceso	Mini Golf, Laser Tag, Patinaje
Hora	1:00 P.M.–3:00 P.M., 6:00 P.M.–8:00 P.M.

7.

Nueva mascota de la escuela	
Tipo	León, Oso, Halcón, Dragón
Estilo	Realista, caricatura

Usa el Principio fundamental de conteo para hallar el número total de posibles resultados.

2 8.

Bebida	
Tamaño	Chica, Mediana, Grande
Sabor	Zarzaparrilla, Gaseosa, Gaseosa dietética, Té helado, Limonada, Agua, Café

9.

Reproductor de MP3	
Memoria	2 GB, 4 GB, 8 GB, 16 GB
Color	Plateado, Verde, Azul, Rosado, Negro

3 10.

Payaso	
Traje	A lunares, A rayas, A cuadros
Peluca	Liso, Multicolor
Talento	Globos de animales, Malabares, Uniciclo, Magia

11.

Comida	
Aperitivo	Nachos, Sopa, Crema de espinacas, Ensalada, Fruta
Plato principal	Pollo, Carne roja, Pescado, Spaghetti
Postre	Pastel, Galletas, Helado

12. **TARJETAS PARA NOTAS** En una tienda, se venden tres tipos de tarjetas para notas. Hay tres tamaños de cada tipo. Muestra dos maneras de hallar el número total de tarjetas para notas que se venden en la tienda.

13. **ANÁLISIS DE ERRORES** Un cuestionario de verdadero o falso tiene cinco preguntas. Describe y corrige el error cometido al usar el Principio fundamental de conteo para hallar el número total de maneras en que puedes responder el cuestionario.



$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$$

Puedes responder el cuestionario de 10 maneras diferentes.



14. **ELIGE HERRAMIENTAS** Elige una de las canicas al azar. Sin reponer la primera canica, elige una segunda canica.

- Nombra dos maneras de hallar el número total de posibles resultados.
- Halla el número total de posibles resultados.

Haz girar la rueda y lanza una moneda. Halla la probabilidad del suceso compuesto.

- 4 15. Sacar un 1 y sacar cara
16. Sacar un número par y sacar cara
17. Sacar un número menor que 3 y sacar cruz
18. Sacar un 6 y sacar cruz
19. No sacar un 5 y sacar cara
20. Sacar un número primo y *no* sacar cara



Haz girar la rueda giratoria, lanza una moneda, luego, vuelve a hacer girar la rueda giratoria. Halla la probabilidad del suceso compuesto.



- 5 21. Sacar azul, sacar cara y luego, sacar un 1
22. Sacar un número impar, sacar cara y luego, sacar amarillo
23. Sacar un número par, sacar cruz y luego, sacar un número impar
24. No sacar rojo, sacar cruz y luego, *no* sacar un número par

25. **RENDIR UNA PRUEBA** Adivinas la respuesta de dos preguntas en una prueba de opción múltiple. Cada pregunta tiene tres opciones: A, B y C.
- ¿Cuál es la probabilidad de que escojas la respuesta correcta de ambas preguntas?
 - Supón que puedes eliminar una de las opciones de cada pregunta. ¿Cómo cambia la probabilidad de que escojas las respuestas correctas?

26. **CONTRASEÑA** Olvidaste los últimos dos dígitos de la contraseña que usas para ingresar a un sitio web.
- ¿Cuál es la probabilidad de que escojas al azar los dígitos correctos?
 - Supón que recuerdas que ambos dígitos son números pares. ¿Cómo cambia esto la probabilidad de que tus elecciones sean correctas?

27. **CANDADO CON COMBINACIÓN** El candado con combinación tiene 3 ruedas, cada una numerada de 0 a 9.



- ¿Cuál es la probabilidad de que una persona adivine la combinación correcta en un intento?
 - Explica cómo hallar la probabilidad de que una persona adivine la combinación correcta en cinco intentos.
28. **TRENES** Tu tren eléctrico tiene una locomotora y ocho vagones. Halla el número total de maneras en que puedes ordenar el tren. (La locomotora debe ir primero).



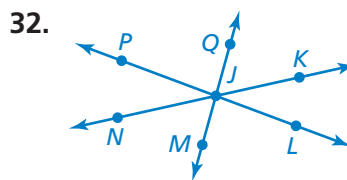
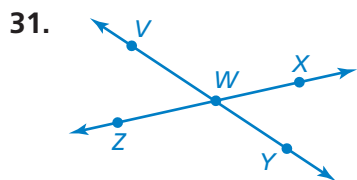
29. **RAZONAMIENTO REPETIDO** Te han asignado un número de identificación de 9 dígitos.
- ¿Por qué deberías usar el Principio fundamental de conteo en lugar de un diagrama de árbol para hallar el número total de números de identificación posibles?
 - ¿Cuántos números de identificación posibles se pueden formar?
 - INVESTIGACIÓN** Consulta en Internet para hallar por qué el número posible de números de Seguro Social no es igual que tu respuesta de la parte (b).

30. **Resolver Problemas** De un grupo de 5 candidatos, se selecciona un comité de 3 personas. ¿De cuántas maneras diferentes se puede seleccionar el comité?



Repaso del juego justo Lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Nombra dos pares de ángulos adyacentes y dos pares de ángulos opuestos por el vértice en la figura. (Sección 7.1)



33. **OPCIÓN MÚLTIPLE** Un dibujo tiene una escala de 1 cm : 1 m. ¿Cuál es el factor de escala del dibujo? (Sección 7.5)

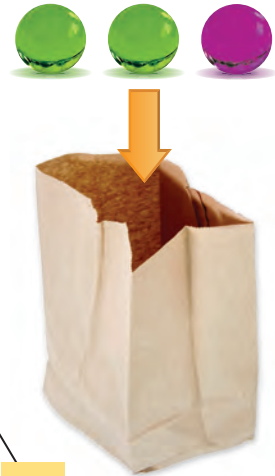
- (A) 1 : 1 (B) 1 : 100 (C) 10 : 1 (D) 100 : 1

10.5 Sucesos independientes y dependientes

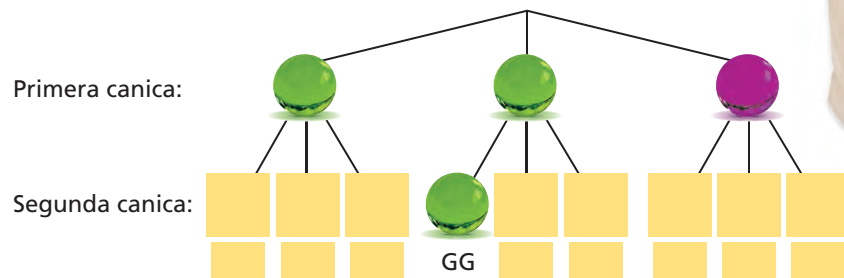
Pregunta esencial ¿Cuál es la diferencia entre los sucesos dependientes y los sucesos independientes?

1 ACTIVIDAD: Sacar canicas de una bolsa (con reemplazo)

Trabaja con un compañero. Tienes tres canicas en una bolsa. Hay dos canicas verdes y una canica morada. Sacas una canica de la bolsa al azar. Luego, vuelves a poner la canica dentro de la bolsa y sacas una segunda canica.



- a. Completa el diagrama de árbol. Imagina que G = verde y P = morado. Halla la probabilidad de que ambas canicas sean verdes.

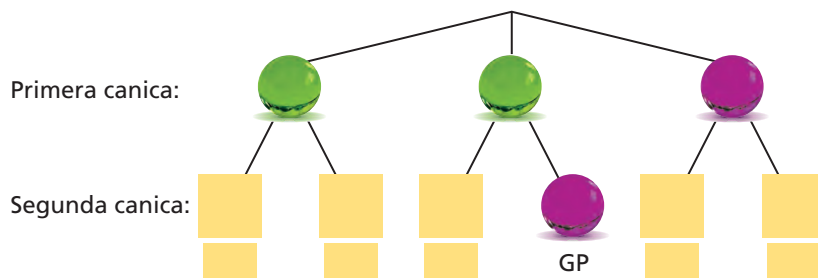


- b. ¿La probabilidad de sacar una canica verde en la segunda vez *depende* del color de la primera canica? Explica.

2 ACTIVIDAD: Sacar canicas de una bolsa (sin reemplazo)

Trabaja con un compañero. Usas las mismas canicas de la actividad 1 para sacar dos canicas de la bolsa al azar.

- a. Completa el diagrama de árbol. Imagina que G = verde y P = morado. Halla la probabilidad de que ambas canicas sean verdes.



¿Este suceso es más probable que el suceso de la actividad 1? Explica.

- b. ¿La probabilidad de sacar una canica verde en la segunda vez *depende* del color de la primera canica? Explica.



ESTÁNDARES
COMUNES

Probabilidad y estadística

En esta lección, tú

- identificarás sucesos independientes y dependientes.
- usarás fórmulas para hallar probabilidades de sucesos independientes y dependientes.

Aplicar estándares

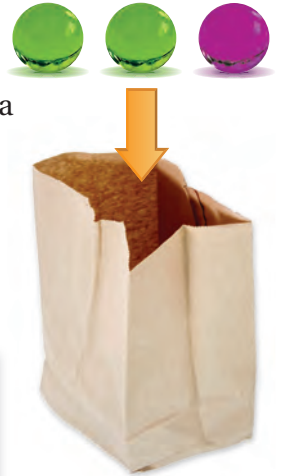
7.SP.8a

7.SP.8b

3 ACTIVIDAD: Realizar un experimento

Trabaja con un compañero. Lleva a cabo dos experimentos.

- En el primer experimento, saca al azar una canica de la bolsa. Vuelve a ponerla dentro de la bolsa. Sacas una segunda canica. Repite este proceso 36 veces. Registra cada resultado. Haz una gráfica de barras con tus resultados.
- En el segundo experimento, saca al azar dos canicas de la bolsa 36 veces. Registra cada resultado. Haz una gráfica de barras con tus resultados.

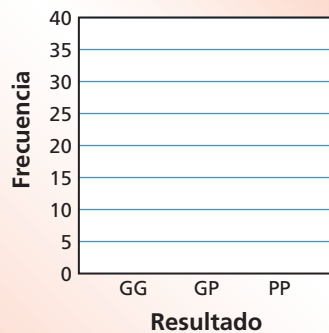


Práctica matemática 3

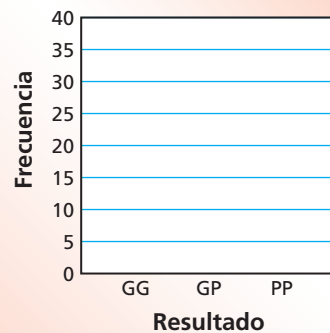
Usar definiciones

¿En qué otro contexto matemático has visto los términos *independiente* y *dependiente*?
¿Cómo te ayuda saber estas definiciones para responder las preguntas en la parte (d)?

Resultados del primer experimento



Resultados del segundo experimento



- Para cada experimento, estima la probabilidad de sacar dos canicas verdes.
- ¿Cuál experimento crees que representa a los *sucesos dependientes*? ¿Cuál representa a los *sucesos independientes*? Explica tu razonamiento.

¿Cuál es tu respuesta?

- CON TUS PROPIAS PALABRAS** ¿Cuál es la diferencia entre los sucesos dependientes y los sucesos independientes? Describe un ejemplo de la vida real de cada uno.

En las preguntas 5 a 7, indica si los sucesos son *independientes* o *dependientes*. Explica tu razonamiento.

- Sacas 5 en un dado y sacas azul en una rueda giratoria.
- Tu maestro elige a un estudiante para liderar un grupo y luego, elige a otro estudiante para liderar otro grupo.
- Sacas rojo en una rueda giratoria y verde en otra rueda giratoria.
- En las actividades 1 y 2, ¿cuál es la probabilidad de sacar una canica verde en la primera vez? ¿En la segunda vez? ¿Cómo crees que puedes usar estas dos probabilidades para hallar la probabilidad de sacar dos canicas verdes?

Práctica

Usa lo que aprendiste sobre sucesos independientes y dependientes para completar los ejercicios 3 y 4 de la página 433.

Vocabulario clave

sucesos independientes,
pág. 430
sucesos dependientes,
pág. 431

Los sucesos compuestos pueden ser *sucesos independientes* o *sucesos dependientes*. Los sucesos son **sucesos independientes** si la ocurrencia de un suceso *no* afecta la probabilidad de que se produzca el(los) otro(s) suceso(s).

Idea clave

Probabilidad de sucesos independientes

Palabras La probabilidad de dos o más sucesos independientes es el producto de las probabilidades de los sucesos.

Símbolos $P(A \text{ y } B) = P(A) \cdot P(B)$
 $P(A \text{ y } B \text{ y } C) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C)$

EJEMPLO 1 Hallar la probabilidad de sucesos independientes



Haz girar la rueda giratoria y lanza la moneda. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número primo y sacar cruz?

El resultado de hacer girar la rueda no afecta el resultado de lanzar la moneda. Entonces, los sucesos son independientes.

$$P(\text{primo}) = \frac{3}{5}$$

← Hay 3 números primos (2, 3, y 5)
 ← Hay un total de 5 números.

$$P(\text{cruz}) = \frac{1}{2}$$

← Hay 1 lado de cruz.
 ← Hay un total de 2 lados.

Usa la fórmula para hallar la probabilidad de sucesos independientes.

$$P(A \text{ y } B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(\text{primo y cruz}) = P(\text{primo}) \cdot P(\text{cruz})$$

$$= \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} \quad \text{Sustituye.}$$

$$= \frac{3}{10} \quad \text{Multiplica.}$$

∴ La probabilidad de sacar un número primo y sacar cruz es $\frac{3}{10}$ o 30%.

Por tu cuenta

- ¿Cuál es la probabilidad de sacar un múltiplo de 2 y sacar cara?

Ahora estás listo
Ejercicios 5 a 8

Los sucesos son **sucesos dependientes** si la ocurrencia de un suceso *sí* afecta la probabilidad de que se produzca el(los) otro(s) suceso(s).

Idea clave

Probabilidad de sucesos dependientes

Palabras La probabilidad de dos sucesos dependientes *A* y *B* es la probabilidad de *A* multiplicado por la probabilidad de *B* luego de que ocurra *A*.

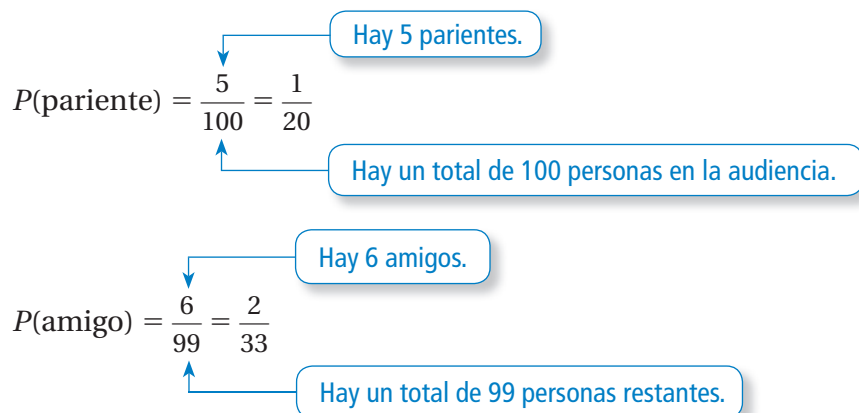
Símbolos $P(A \text{ y } B) = P(A) \cdot P(B \text{ después } A)$

EJEMPLO 2 Hallar la probabilidad de sucesos dependientes



Se seleccionan al azar personas de un público de 100 personas para que sean participantes en un programa de juegos. Estás con 5 parientes y 6 amigos. ¿Cuál es la probabilidad de que elijan primero a uno de tus parientes y que elijan luego a uno de tus amigos?

Elegir a alguien del público cambia el número de miembros del público que quedan. Entonces, los sucesos son dependientes.



Usa la fórmula para hallar la probabilidad de sucesos dependientes.

$$P(A \text{ y } B) = P(A) \cdot P(B \text{ después } A)$$

$$P(\text{pariente y amigo}) = P(\text{pariente}) \cdot P(\text{amigo después de pariente})$$

$$= \frac{1}{20} \cdot \frac{2}{33} \quad \text{Sustituye.}$$

$$= \frac{1}{330} \quad \text{Simplifica.}$$

∴ La probabilidad es $\frac{1}{330}$ o aproximadamente 0.3%.

Por tu cuenta

- ¿Cuál es la probabilidad de que *no* elijan a tus parientes, a tus amigos ni a ti para ser los primeros dos concursantes?

Ahora estás listo
Ejercicios 9 a 12

Un estudiante elige, al azar, la respuesta para cada una de las preguntas de opción múltiple. ¿Cuál es la probabilidad de responder las tres preguntas correctamente?

- ¿En qué año los Estados Unidos ganó la independencia de Gran Bretaña?
A. 1492 B. 1776 C. 1788 D. 1795 E. 2000
- ¿Qué enmienda de la Constitución les garantiza la ciudadanía a todas las personas nacidas en los Estados Unidos y les garantiza igual protección ante la ley?
A. 1st B. 5th C. 12th D. 13th E. 14th
- ¿En qué año ocurrió el Boston Tea Party?
A. 1607 B. 1773 C. 1776 D. 1780 E. 1812

Elegir la respuesta para una pregunta no afecta la elección para las otras preguntas. Entonces, los sucesos son independientes.

Método 1: Usa la fórmula para hallar la probabilidad de sucesos independientes.



$$\begin{aligned}
 P(\#1 \text{ y } \#2 \text{ y } \#3 \text{ correcto}) &= P(\#1 \text{ correcto}) \cdot P(\#2 \text{ correcto}) \cdot P(\#3 \text{ correcto}) \\
 &= \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} && \text{Sustituye.} \\
 &= \frac{1}{125} && \text{Multiplica.}
 \end{aligned}$$

- La probabilidad de responder las tres preguntas correctamente es $\frac{1}{125}$ o 0.8%.

Método 2: Usa el Principio fundamental de conteo.

Hay 5 opciones para cada pregunta, entonces hay $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ posibles resultados. Hay solo 1 manera para responder las tres preguntas correctamente.

$$P(\#1 \text{ y } \#2 \text{ y } \#3 \text{ correcto}) = \frac{1}{125}$$

- La probabilidad de responder las tres preguntas correctamente es $\frac{1}{125}$ o 0.8%.

Por tu cuenta

- El estudiante puede eliminar la opción A para las tres preguntas. ¿Cuál es la probabilidad de responder las tres preguntas correctamente? Compara esta probabilidad con la probabilidad del ejemplo 3. ¿Qué observas?

Ahora estás listo
Ejercicios 18 a 22



Verificación de vocabulario y conceptos

- DISTINTAS PALABRAS, LA MISMA PREGUNTA** Elige al azar una de las fichas. Sin reponer la primera ficha, elige una segunda ficha. ¿Cuál pregunta es diferente? Halla “ambas” respuestas.



¿Cuál es la probabilidad de elegir un 1 y luego una ficha azul?

¿Cuál es la probabilidad de elegir un 1 y luego un número par?

¿Cuál es la probabilidad de elegir una ficha verde y luego una ficha que *no* sea roja?

¿Cuál es la probabilidad de elegir un número menor que 2 y luego un número par?

- ESCRIBIR** ¿Cómo hallas la probabilidad de dos sucesos A y B cuando A y B son independientes? ¿Y dependientes?



Práctica y resolución de problemas

Indica si los sucesos son *independientes* o *dependientes*. Explica.

- Sacas 4 en un dado. Luego, sacas un número par en otro dado.
- Dibujas al azar un carril con números para una carrera de 100 metros. Luego, tu amigo dibuja al azar un carril con números para la misma carrera.

Haz girar la rueda giratoria y lanza una moneda. Halla la probabilidad del suceso compuesto.

- Sacar un 3 y sacar cara
- Sacar un número par y sacar cruz
- Sacar un número mayor que 1 y sacar cruz
- No sacar 2 y sacar cara



Elige al azar una de las fichas. Sin reponer la primera ficha, elige una segunda ficha. Halla la probabilidad del suceso compuesto.

- Elegir un 5 y luego un 6
- Elegir un número impar y luego un 20
- Elegir un número menor que 7 y luego un múltiplo de 4
- Elegir dos números pares

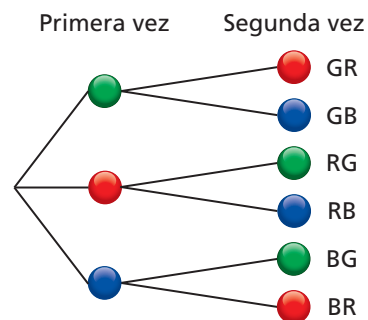
13. **ANÁLISIS DE ERRORES** Describe y corrige el error cometido al hallar la probabilidad.



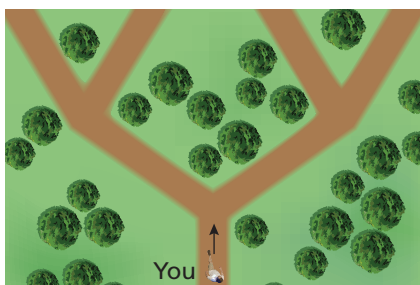
Elige al azar una de las canicas. Sin reponer la primera canica, elige una segunda canica. ¿Cuál es la probabilidad de elegir rojo y luego verde?

$$P(\text{rojo y verde}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

14. **LÓGICA** En una bolsa, hay tres canicas. En el diagrama de árbol, ¿se muestran los resultados de sucesos *independientes* o *dependientes*? Explica.



15. **ARETES** En un alhajero, hay dos aretes argolla de oro y dos aretes argolla de plata. Eliges dos aretes al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que ambos sean aretes de argolla de plata?



16. **CAMINATA** Caminas a un puesto de guardabosques. Hay un camino correcto. Llegas a una bifurcación y eliges al azar el camino de la izquierda. Llegas a otra bifurcación y eliges al azar el camino de la derecha. ¿Cuál es la probabilidad de que aún estés en el camino correcto?

17. **CARNAVAL** En un juego de una feria, arrojas al azar dos dardos a la pizarra y rompes dos globos. ¿Cuál es la probabilidad de que los dos globos que rompes sean morados?



Haz girar la rueda giratoria, lanza una moneda, luego, vuelve a hacer girar la rueda giratoria. Halla la probabilidad del suceso compuesto.

- 3 18. Sacar un 4, sacar cara y luego, sacar un 7
 19. Sacar un número impar, sacar cara y luego, sacar un 3
 20. Sacar un número par, sacar cruz y luego, sacar un número impar
 21. No sacar un 5, sacar cara y luego, sacar un 1
 22. Sacar un número impar, no sacar cara y luego, no sacar un 6



23. **IDIOMAS** Hay 16 estudiantes en tu clase de español. Tu maestro elige al azar un estudiante a la vez para rendir un examen oral. ¿Cuál es la probabilidad de que *no* seas uno de los primeros cuatro estudiantes?

24. **ZAPATOS** En una fábrica, el veinte por ciento de los zapatos son negros. Se elige un zapato y se repone. Se elige un segundo zapato y se repone. Luego, se elige un tercer zapato. ¿Cuál es la probabilidad de que *ninguno* de los zapatos sea negro?

25. **RESOLVER PROBLEMAS** Tu maestro divide la clase en dos grupos y luego, elige al azar un líder para cada grupo. La probabilidad de que te elijan para ser líder es $\frac{1}{12}$. La probabilidad de que elijan a ti y a tu mejor amigo es $\frac{1}{132}$.

- ¿Tu mejor amigo está en tu grupo? Explica.
- ¿Cuál es la probabilidad de que elijan a tu mejor amigo para ser líder de un grupo?
- ¿Cuántos estudiantes hay en la clase?

26. **Estructura** Después de descartar algunas de las respuestas, eliges al azar la respuesta para cada una de las siguientes preguntas.

- | | | | | |
|-------------------------------|-------------|------------|-----------|--------------|
| 1. ¿Quién era el más grande? | | | | |
| A. Ned | B. Yvonne | C. Sun Li | D. Angel | E. Dusty |
| 2. ¿De qué ciudad era Stacey? | | | | |
| A. Raleigh | B. New York | C. Roanoke | D. Dallas | E. San Diego |

- ¿Cómo es posible que la probabilidad de acertar ambas respuestas sea 25%?
- ¿Cómo es posible que la probabilidad de acertar ambas respuestas sea $8\frac{1}{3}\%$?



Repaso del juego justo Lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Dibuja un triángulo con las medidas de los ángulos dadas. Luego, clasifica el triángulo. (Sección 7.3)

27. $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$

28. $20^\circ, 50^\circ, 110^\circ$

29. $50^\circ, 50^\circ, 80^\circ$

30. **OPCIÓN MÚLTIPLE** ¿Cuál conjunto de números está en orden de menor a mayor? (Sección 6.2)

(A) $\frac{2}{3}, 0.6, 67\%$

(B) $44.5\%, \frac{4}{9}, 0.4\bar{6}$

(C) $0.269, 27\%, \frac{3}{11}$

(D) $2\frac{1}{7}, 214\%, 2.\bar{14}$

Vocabulario clave

simulación, pág. 436

Una **simulación** es un experimento diseñado para reproducir las condiciones de una situación o un proceso. Las simulaciones te permiten estudiar situaciones que no sean prácticas para crear en la vida real.

EJEMPLO 1 Simular resultados que son igualmente probables

HTH	HTT
HTT	HTH
HTT	TTT
HHH	HTT
HTT	TTT
HTT	HTH
HTH	HHH
HTT	HTT
TTT	HTH
HTH	HTT

Una pareja planea tener tres hijos. El género de cada hijo es igualmente probable. (a) Diseña una simulación con 20 pruebas que puedas usar para representar los géneros de los hijos. (b) Usa tu simulación para hallar la probabilidad experimental de que los tres hijos sean niños.

- Elige un experimento que tenga dos resultados igualmente probables para cada suceso (género), tal como lanzar tres monedas. Imagina que cara (H) representa a un niño y que cruz (T) representa a una niña.
- Para hallar la probabilidad experimental, necesitas pruebas repetidas de la simulación. En la tabla, se muestran 20 pruebas.

$$P(\text{tres niños}) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$$

HHH salió 2 veces.
Hay un total de 20 pruebas.

La probabilidad experimental es $\frac{1}{10}$, 0.1 o 10%.

EJEMPLO 2 Simular resultados que no son igualmente probables

Consejo de estudio

En el ejemplo 2, los dígitos del 1 al 6 representan el 60% de los dígitos posibles (0 a 9) en la posición de las decenas. De igual modo, los dígitos 1 y 2 representan el 20% de los dígitos posibles en la posición de las unidades.

Hay 60% de posibilidades de lluvia el lunes y 20% de posibilidades de lluvia el martes. Diseña y usa una simulación con 50 números generados al azar para hallar la probabilidad experimental de que llueva ambos días.

Usa el generador de números al azar en una calculadora gráfica. Genera al azar 50 números de 0 a 99. En la siguiente tabla, se muestran los resultados.

Imagina que los dígitos del 1 al 6 en la posición de las decenas representan la lluvia del lunes. Imagina que los dígitos 1 y 2 en la posición de las unidades representan la lluvia del martes. Cualquier número que cumpla estos criterios representa la lluvia de ambos días.

```
randInt(0,99,50)
(52 66 73 68 75...
```

52	66	73	68	75	28	35	47	48	2
16	68	49	3	77	35	92	78	6	6
58	18	89	39	24	80	32	41	77	21
32	40	96	59	86	1	12	0	94	73
40	71	28	61	1	24	37	25	3	25

$$P(\text{llueve ambos días}) = \frac{7}{50}$$

7 números cumplen los criterios.
Hay un total de 50 pruebas.

La probabilidad experimental es $\frac{7}{50}$, 0.14 o 14%.

EJEMPLO 3 Usar una hoja de cálculo para simular resultados



Probabilidad y estadística

En esta extensión, tú

- usarás simulaciones para hallar probabilidades experimentales.

Estándar de aprendizaje 7.SP.8c

Consejo de estudio

Para crear una tabla con números de cuatro dígitos al azar en una hoja de cálculo, sigue los siguientes pasos:

1. Resalta el grupo de celdas que usarás en tu tabla.
2. Formatea las celdas para que muestren números enteros de cuatro dígitos.
3. Ingresa la fórmula $\text{RAND}()*10000$ en cada celda.

Cada año escolar, hay un 50% de posibilidades de que se suspenda uno o más días de clases por cuestiones climáticas. Diseña y usa una simulación con 50 números generados al azar para hallar la probabilidad experimental de que se suspendan las clases por cuestiones climáticas durante al menos tres de los siguientes cuatro años escolares.

Usa una tabla numérica al azar en una hoja de cálculo. Genera al azar 50 números enteros de cuatro dígitos. En la siguiente hoja de cálculo, se muestran los resultados.

Imagina que los dígitos de 1 a 5 representan años escolares durante los cuales se suspendieron las clases. En la hoja de cálculo, los números que tienen al menos tres dígitos de 1 a 5 representan cuatro años escolares donde se suspendieron las clases en al menos tres de los años.

	A	B	C	D	E	F
1	7584	3974	8614	2500	4629	
2	3762	3805	2725	7320	6487	
3	3024	1554	2708	1126	9395	
4	4547	6220	9497	7530	3036	
5	1719	0662	1814	6218	2766	
6	7938	9551	8552	4321	8043	
7	6951	0578	5560	0740	4479	
8	4714	4511	5115	6952	5609	
9	0797	3022	9067	2193	6553	
10	3300	5454	5351	6319	0387	
11						

17 números contienen al menos tres dígitos del 1 al 5.

$$P\left(\begin{array}{l} \text{suspendido al menos tres años} \\ \text{de los próximos cuatro años} \end{array}\right) = \frac{17}{50}$$

Hay un total de 50 pruebas.

∴ La probabilidad experimental es $\frac{17}{50}$, 0.34 o 34%.

Práctica

1. **PRUEBA** Adivinas, al azar, las respuestas de cuatro preguntas de verdadero o falso. (a) Diseña una simulación que puedas usar para representar las respuestas. (b) Usa tu simulación para hallar la probabilidad experimental de que respondas las cuatro preguntas correctamente.
2. **BÉISBOL** Un equipo de béisbol gana el 70% de sus partidos. Supón que la tendencia continúa, diseña y usa una simulación para hallar la probabilidad experimental de que el equipo gane los próximos tres partidos.
3. **¿QUÉ PASA SI?** En el ejemplo 3, hay 40% de posibilidades de que se suspenda uno o más días de clase por cuestiones climáticas durante cada año escolar. Halla la probabilidad experimental de que se suspendan las clases por cuestiones climáticas al menos durante tres de los siguientes cuatro años escolares.
4. **RAZONAR** En los ejemplos de 1 a 3 y ejercicios de 1 a 3, intenta hallar la probabilidad teórica del suceso. ¿Qué crees que suceda con la probabilidad experimental cuando aumentas el número de pruebas en la simulación?

Puedes usar un **organizador de notas** para escribir notas, vocabulario y preguntas sobre un tema. A continuación, encontrarás un ejemplo de un organizador de notas para escribir probabilidades.

Escribe el vocabulario o las fórmulas importantes en este espacio.	<p>Si $P(\text{suceso}) = 0$, the el suceso es imposible.</p> <p>Si $P(\text{suceso}) = 0.25$, el suceso es improbable.</p> <p>Si $P(\text{suceso}) = 0.5$, es igualmente probable que el suceso suceda o no suceda.</p> <p>Si $P(\text{suceso}) = 0.75$, el suceso es probable.</p> <p>Si $P(\text{suceso}) = 1$, el suceso es seguro.</p>	<p>Probabilidad</p> <p>Un número que mide la posibilidad de que ocurra un suceso</p> <p>Se puede escribir como una fracción, un decimal o un porcentaje</p> <p>Siempre entre 0 y 1, inclusive</p>	En este espacio, escribe tus notas sobre el tema.
	¿Cómo hallas la probabilidad de dos o más sucesos?		En este espacio, escribe tus preguntas sobre el tema.

Por tu cuenta

Haz organizadores de notas como ayuda para estudiar estos temas.

1. probabilidad experimental
2. probabilidad teórica
3. Principio fundamental de conteo
4. sucesos independientes
5. sucesos dependientes

Después de terminar este capítulo, haz organizadores de notas de los siguientes temas.

6. muestra
7. población



"Estoy usando un organizador de notas para planear mi autobiografía".

Elige una mariposa al azar. Halla el número de maneras en que puede ocurrir el suceso. (Sección 10.1)

1. Elegir una roja
2. Elegir una marrón
3. Elegir una que no sea azul



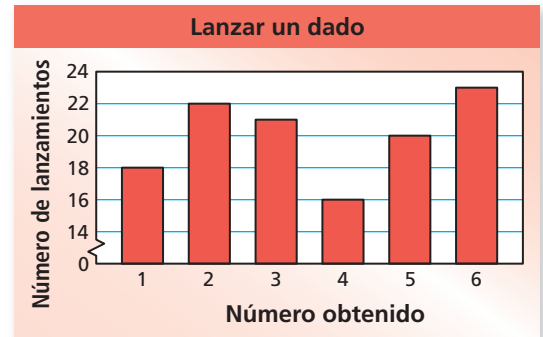
- 6 Verdes
- 3 Blancos
- 4 Rojos
- 2 Azules
- 5 Amarillos

Elige un clip del frasco al azar. Halla la probabilidad del suceso. (Sección 10.2)

4. Elegir un clip verde
5. Elegir un clip amarillo
6. No elegir un clip amarillo
7. Elegir un clip morado

Usa la gráfica de barras para hallar la probabilidad experimental del suceso. (Sección 10.3)

8. Sacar un 4
9. Sacar un múltiplo de 3
10. Sacar un 2 o un 3
11. Sacar un número menor que 7



Usa el Principio fundamental de conteo para hallar el número total de posibles resultados. (Sección 10.4)

12.

Calculadora	
Tipo	Pantalla básica, Científica, Gráfica, Financiera
Color	Negra, Blanca, Plateada

13.

Vacaciones	
Destino	Florida, Italia, México, Inglaterra
Duración	1 semana, 2 semanas

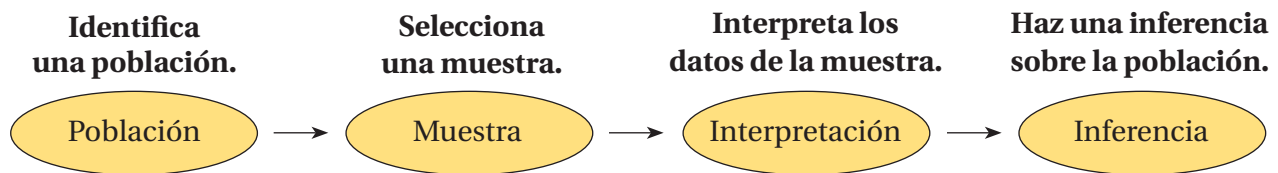


14. **BOLÍGRAFOS NEGROS** Elige al azar uno de los siguientes bolígrafos. ¿Cuál es la probabilidad teórica de elegir un bolígrafo negro? (Sección 10.3)
15. **BOLÍGRAFOS AZULES** Elige al azar uno de los cinco bolígrafos que se muestran. Tu amigo elige al azar uno de los bolígrafos que quedan. ¿Cuál es la probabilidad de que tú y tu amigo elijan un bolígrafo azul? (Sección 10.5)

10.6 Muestras y poblaciones

Pregunta esencial ¿Cómo puedes determinar si una muestra representa una población con exactitud?

Una **población** es un grupo entero de personas u objetos. Una **muestra** es parte de la población. Puedes usar una muestra para hacer una *inferencia*, o sacar una conclusión, sobre una población.



1 ACTIVIDAD: Identificar poblaciones y muestras

Trabaja con un compañero. Identifica la población y la muestra.

a.  Los estudiantes en una escuela

 Los estudiantes en una clase de matemáticas

b.  Los osos pardos con collares GPS en un parque

 Los osos pardos en un parque

c.  150 monedas de veinticinco centavos

 Todas las monedas de veinticinco centavos en circulación

d.  Todos los libros en una biblioteca

 libros de ficción en una biblioteca



ESTÁNDARES COMUNES
Probabilidad y estadística

En esta lección, tú

- determinarás cuándo las muestras son representativas de las poblaciones.
- usarás datos de muestras aleatorias para hacer predicciones sobre las poblaciones.

Estándares de aprendizaje

7.SP.1

7.SP.2

2 ACTIVIDAD: Identificar muestras aleatorias

Trabaja con un compañero. Cuando se selecciona una muestra aleatoria, es igualmente probable que se seleccione a cada miembro de la población. Quieres saber la actividad extracurricular favorita de los estudiantes de tu escuela. Determina si cada método dará como resultado una muestra aleatoria. Explica tu razonamiento.

- Le preguntas a los miembros de la banda escolar.
- Publicas una encuesta en el periódico escolar.
- Le preguntas a uno de cada ocho estudiantes que llega a la escuela por la mañana.
- Le preguntas a los estudiantes de tu clase.

Hay muchas maneras diferentes de seleccionar una muestra de una población. Para hacer inferencias válidas sobre una población, debes elegir una muestra aleatoria con mucho cuidado para que represente la población con exactitud.

3

ACTIVIDAD: Identificar muestras representativas

Trabaja con un compañero. Se construye una nueva central eléctrica en las afueras de una ciudad. En cada una de las siguientes situaciones que se muestran, se pregunta a los habitantes de la ciudad qué opinan sobre la nueva central eléctrica. Determina si cada conclusión es válida. Explica tu razonamiento.

- a. Un programa de radio local recibe llamadas de 500 habitantes. En la tabla, se muestran los resultados. La estación de radio llega a la conclusión de que la mayoría de los habitantes de la ciudad se opone a la nueva central eléctrica.

Nueva central eléctrica	
A favor	70
En contra	425
No sabe	5

Práctica matemática 2

Comprender cantidades

¿El tamaño de la muestra puede afectar la validez de una conclusión acerca de una población?

Nueva central eléctrica



- b. Un reportero de noticias encuesta al azar a 2 habitantes afuera de un supermercado. En la gráfica, se muestran los resultados. El reportero llega a la conclusión de que los habitantes de la ciudad están divididos en partes iguales con respecto a la nueva central eléctrica.

- c. Encuestas al azar a 250 habitantes en un centro comercial. En la tabla, se muestran los resultados. Llegas a la conclusión de que aproximadamente el doble de habitantes de la ciudad está en contra de la nueva central eléctrica que a favor de la nueva central eléctrica.

Nueva central eléctrica	
A favor	32%
En contra	62%
No sabe	6%

¿Cuál es tu respuesta?

- CON TUS PROPIAS PALABRAS** ¿Cómo puedes determinar si una muestra representa a una población con exactitud?
- INVESTIGACIÓN** Elige un tema sobre el que te gustaría pedir la opinión de las personas y luego, escribe una pregunta de encuesta. ¿Cómo elegirías a las personas para encuestar para que tu muestra sea al azar? ¿A cuántas personas encuestarías? Realiza tu encuesta y muestra tus resultados. ¿Cambiarías alguna parte de tu encuesta para hacerla más precisa? Explica.
- ¿Aumentar el tamaño de una muestra implica necesariamente que la muestra representa una población? Da un ejemplo para respaldar tu explicación.

Práctica

Usa lo que aprendiste sobre poblaciones y muestras para completar los ejercicios 3 y 4 de la página 444.

Vocabulario clave

población, pág. 440
muestra, pág. 440
muestra imparcial, pág. 442
muestra parcial, pág. 442

Una **muestra imparcial** representa a una población. Se selecciona al azar y es suficientemente grande como para brindar datos exactos.

Una **muestra parcial** no representa a una población. Se favorecen una o más partes de la población sobre otras.

EJEMPLO

1 Identificar una muestra imparcial

Quieres estimar el número de estudiantes de una escuela preparatoria que toman el autobús escolar. ¿Cuál muestra es imparcial?

- (A) 4 estudiantes en el pasillo
- (B) todos los estudiantes de la banda escolar.
- (C) 50 estudiantes de último año al azar
- (D) 100 estudiantes al azar durante el almuerzo



La opción A no es suficientemente grande como para brindar datos exactos.

La opción B no se seleccionó al azar.

La opción C no representa a la población porque es más probable que los estudiantes de último año vayan a la escuela en carro que otros estudiantes.

La opción D representa a la población, se selecciona al azar y es suficientemente grande como para brindar datos exactos.

∴ Entonces, la respuesta correcta es (D).

Por tu cuenta

1. **¿QUÉ PASA SI?** Quieres estimar el número de estudiantes del último año de una escuela preparatoria que toman el autobús. ¿Cuál muestra es imparcial? Explica.
2. Quieres estimar el número de estudiantes de octavo grado de tu escuela que consideran que escuchar música es relajante. Encuestas al azar a 15 miembros de la banda. Tu amigo encuesta a uno de cada cinco estudiantes de octavo grado cuyos nombres aparecen en una lista en orden alfabético. ¿Cuál muestra es imparcial? Explica.

Los resultados de una muestra imparcial son proporcionales a los resultados de la población. Entonces, puedes usar muestras imparciales para hacer predicciones sobre la población.

Las muestras parciales no representan a la población. Entonces, no deberías usarlas para hacer predicciones sobre la población porque las predicciones podrían no ser válidas.

Ahora estás listo
Ejercicios 5 a 7

EJEMPLO

2

Determinar si las conclusiones son válidas

Quieres saber qué piensan los habitantes de tu ciudad sobre agregar una nueva señal de alto. Determina si cada conclusión es válida.

- a. Encuestas a 20 habitantes que viven más cerca de la nueva señal. Quince apoyan la señal, cinco no la apoyan. Entonces, llegas a la conclusión de que el 75% de los habitantes de tu ciudad apoyan la nueva señal.

La muestra no es representativa de la población porque es más probable que los habitantes que viven cerca de la señal la apoyen.

∴ Entonces, la muestra es parcial y la conclusión no es válida.

- b. Encuestas a 100 habitantes al azar. Cuarenta apoyan la nueva señal, sesenta no la apoyan. Entonces, llegas a la conclusión de que el 40% de los habitantes de tu ciudad apoyan la nueva señal.

La muestra es representativa de la población, se selecciona al azar y es suficientemente grande como para brindar datos exactos.

∴ Entonces, la muestra es imparcial y la conclusión es válida.

EJEMPLO

3

Hacer predicciones

Películas por semana



Preguntas, al azar, a 75 estudiantes cuántas películas miran por semana. Hay 1200 estudiantes en la escuela. Haz una predicción sobre el número n de estudiantes que miran una película por semana.

La muestra representa a la población, se selecciona al azar y es suficientemente grande como para brindar datos exactos. Entonces, la muestra es imparcial y puedes usarla para hacer una predicción sobre la población.

Escribe y resuelve una proporción para hallar n .

Muestra	Población
$\frac{\text{estudiantes en la encuesta (una película)}}{\text{número de estudiantes en la encuesta}}$	$\frac{\text{estudiantes en la escuela (una película)}}{\text{número de estudiantes de la escuela}}$

$$\frac{21}{75} = \frac{n}{1200} \quad \text{Sustituye.}$$

$$336 = n \quad \text{Resuelve para hallar } n.$$

∴ Entonces, aproximadamente 336 estudiantes en la escuela miran una película cada semana.

Por tu cuenta

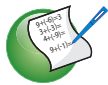
- En el ejemplo 2, cada uno de los 25 bomberos elegidos al azar apoyan la nueva señal. Entonces, llegas a la conclusión de que el 100% de los habitantes de tu ciudad apoyan la nueva señal. ¿La conclusión es válida? Explica.
- En el ejemplo 3, haz una predicción del número de estudiantes de la escuela que miran dos o más películas cada semana.

Ahora estás listo
Ejercicios 8, 9
y 12



Verificación de vocabulario y conceptos

- VOCABULARIO** ¿Por qué encuestarías a una muestra en lugar de una población?
- PENSAMIENTO CRÍTICO** ¿Qué deberías considerar cuando lles a cabo una encuesta?



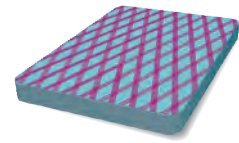
Práctica y resolución de problemas

Identifica la población y la muestra.

- Habitantes de New Jersey  Habitantes de Ocean County 



4 cartas



Todas las cartas de una baraja de cartas

Determina si la muestra es *parcial* o *imparcial*. Explica.

- Quieres estimar el número de estudiantes de tu escuela que tocan un instrumento musical. Encuestas a los primeros 15 estudiantes que llegan a una clase de la banda.
 - Quieres estimar el número de libros que los estudiantes de tu escuela leen durante el verano. Encuestas a uno de cada cuatro estudiantes que llegan a la escuela.
 - Quieres estimar el número de personas en una ciudad que creen que se debe remodelar un parque. Encuestas a una de cada diez personas que llegan al parque.



Determina si la conclusión es *válida*. Explica.

- Quieres determinar el número de estudiantes de tu escuela que han ido a un museo de ciencias. Encuestas a 50 estudiantes al azar. Veinte han ido a un museo de ciencias y treinta no han ido. Entonces, llegas a la conclusión de que el 40% de los estudiantes de tu escuela han ido a un museo de ciencias.
 - Quieres saber qué piensan los habitantes de tu ciudad sobre construir un nuevo estadio de béisbol. Encuestas a 100 personas al azar que ingresan al estadio actual. Ochenta apoyan la construcción del nuevo estadio y veinte no la apoyan. Entonces, llegas a la conclusión de que el 80% de los habitantes de tu ciudad apoyan la construcción de un nuevo estadio de béisbol.

¿Cuál muestra es mejor para hacer una predicción? Explica.

- Haz una predicción del número de estudiantes de una escuela que les gusta la clase de educación física.

Muestra A	Una muestra aleatoria de 8 estudiantes del anuario.
Muestra B	Una muestra aleatoria de 80 estudiantes del anuario.

- Haz una predicción del número de lápices defectuosos elaborados por día.

Muestra A	Una muestra aleatoria de 500 lápices de 20 máquinas.
Muestra B	Una muestra aleatoria de 500 lápices de 1 máquina.

- 3 12. **COMIDA** Le preguntas a 125 estudiantes elegidos al azar cuál es su comida favorita. Hay 1500 estudiantes en la escuela. Haz una predicción del número de estudiantes de la escuela cuya comida favorita sea pizza.

Comida favorita	
Pizza	58
Hamburguesas	36
Pasta	14
Otros	17

Determina si encuestarías a la población o a una muestra. Explica.

13. Quieres saber la altura promedio de los estudiantes de séptimo grado en los Estados Unidos.
 14. Quieres saber los estilos favoritos de música de los estudiantes de tu salón de clases.
 15. Quieres saber el número de estudiantes de tu estado que trabajan durante el verano.

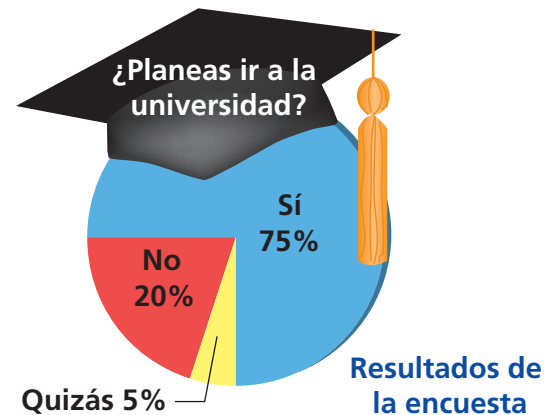
Venta de entradas para el teatro	
Adultos	Estudiantes
522	210

16. **TEATRO** Encuestas a 72 estudiantes elegidos al azar sobre si irán a ver la obra escolar. Doce dicen que sí. Haz una predicción del número de estudiantes que van a la escuela.

17. **PENSAMIENTO CRÍTICO** Explica por qué 200 personas con correo electrónico podrían no ser una muestra aleatoria. ¿Cuándo podrían ser una muestra aleatoria?
 18. **LÓGICA** Una persona encuesta a los habitantes de una ciudad para determinar si deberían anular la prohibición al patinaje.

- a. Describe cómo la persona podría realizar la encuesta para que la muestra sea parcial a anular la prohibición.
 b. Describe cómo la persona podría realizar la encuesta para que la muestra sea parcial a mantener la prohibición.

19. **Razonar** Una consejera escolar encuesta una muestra aleatoria de 60 de 900 estudiantes de una escuela preparatoria. Basándose en los resultados de la encuesta, la consejera hace una predicción de que aproximadamente 720 estudiantes planean ir a la universidad. ¿Estás de acuerdo con su predicción? Explica.



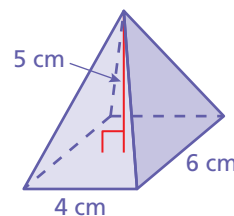
Repaso del juego justo

Lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Escribe y resuelve una proporción para responder la pregunta. (Sección 6.3)

20. ¿Qué porcentaje de 60 es 18?
 21. ¿El 70% de qué número es 98?
 22. ¿30 es el 15% de qué número?
 23. ¿Qué número es 0.6% de 500?
 24. **OPCIÓN MÚLTIPLE** ¿Cuál es el volumen de la pirámide? (Sección 9.5)

- (A) 40 cm^3 (B) 50 cm^3
 (C) 100 cm^3 (D) 120 cm^3



Ya has usado muestras imparciales para hacer inferencias sobre una población. En algunos casos, hacer una inferencia sobre una población de una sola muestra no es tan preciso como usar varias muestras.

1 ACTIVIDAD: Usar varias muestras aleatorias

Trabaja con un compañero. Tú y un grupo de amigos quieren saber cuántos estudiantes de tu escuela escuchan música pop. Hay 840 estudiantes en tu escuela. Cada persona del grupo encuesta al azar a 20 estudiantes.

Paso 1: En la tabla, se muestran tus resultados. Haz una inferencia sobre el número de estudiantes de tu escuela que prefieren música pop.

Tipo de música favorita			
Country	Pop	Rock	Rap
4	10	5	1

Paso 2: En la tabla, se muestran los resultados de Kevin. Usa estos resultados para hacer otra inferencia sobre el número de estudiantes de tu escuela que prefieren música pop.

Tipo de música favorita			
Country	Pop	Rock	Rap
2	13	4	1

Compara los resultados del paso 1 y 2.

Paso 3: En la tabla, se muestran los resultados de otros tres amigos. Usa estos resultados para hacer tres inferencias más sobre el número de estudiantes de tu escuela que prefieren música pop.

	Tipo de música favorita			
	Country	Pop	Rock	Rap
Steve	3	8	7	2
Laura	5	10	4	1
Ming	5	9	3	3

Paso 4: Describe la variación de las cinco inferencias. ¿Cuál usarías para describir el número de estudiantes de tu escuela que prefieren música pop? Explica tu razonamiento.

Paso 5: Muestra cómo puedes usar las cinco muestras para hacer una inferencia.



ESTÁNDARES COMUNES

Probabilidad y estadística
En esta extensión, tú

- usarás varias muestras para hacer predicciones sobre poblaciones.

Estándar de aprendizaje
7.SP.2

Práctica

- 1. EMPACAR BOLITAS** Trabaja con un compañero. Marca 24 bolitas de poliestireno con un marcador rojo o negro. Coloca las bolitas dentro de una bolsa de papel. Intercambia bolsas con otros estudiantes de la clase.
 - Genera una muestra eligiendo una bolita de tu bolsa seis veces y volviéndola a poner en la bolsa cada vez. Registra el número de veces que eliges cada color. Repite este proceso para generar cuatro muestras más. Organiza tus resultados en una tabla.
 - Usa cada muestra para hacer una inferencia sobre el número de bolitas rojas en la bolsa. Luego, describe la variación de las cinco inferencias. Haz inferencias sobre los números de bolitas rojas y negras en la bolsa basándote en todas las muestras.
 - Saca las bolitas de la bolsa. ¿Cómo se comparan tus inferencias con la población? ¿Crees que puedes realizar una predicción más exacta? Si es así, explica cómo.

2 ACTIVIDAD: Usar medidas de varias muestras aleatorias

Horas trabajadas cada semana

1: 6, 8, 6, 6, 7, 4, 10, 8, 7, 8
2: 10, 4, 4, 6, 8, 6, 7, 12, 8, 8
3: 10, 9, 8, 6, 5, 8, 6, 6, 9, 10
4: 4, 8, 4, 4, 5, 4, 4, 6, 5, 6
5: 6, 8, 8, 6, 12, 4, 10, 8, 6, 12
6: 10, 10, 8, 9, 16, 8, 7, 12, 16, 14
7: 4, 5, 6, 6, 4, 5, 6, 6, 4, 4
8: 16, 20, 8, 12, 10, 8, 8, 14, 16, 8

Trabaja con un compañero. Quieres saber la media del número de horas que trabajan por semana los estudiantes con empleos de tiempo parcial. Vas a 8 escuelas diferentes. En cada escuela, encuestas al azar a 10 estudiantes con empleos de tiempo parcial. A la izquierda, se muestran tus resultados.

Paso 1: Halla la media de cada muestra.

Paso 2: Haz un diagrama de distribución de datos de las medias de las muestras.

Paso 3: Usa el diagrama de distribución de datos para estimar la media real del número de horas que trabajan por semana los estudiantes con empleos de tiempo parcial. ¿Cómo se compara tu estimación con la media de todo el conjunto de datos?

3 ACTIVIDAD: Usar una simulación

Trabaja con un compañero. Otra manera de generar varias muestras de datos es usar una simulación. Supón que el 70% de todos los estudiantes de séptimo grado miran reality shows en televisión.

Paso 1: Diseña una simulación con 50 bolitas de poliestireno marcando el 70% de las bolitas con un color determinado. Coloca las bolitas dentro de una bolsa de papel.

Paso 2: Simula elegir una muestra de 30 estudiantes tomando bolitas de la bolsa y colocándolas en la bolsa cada vez. Registra tus resultados. Repite este proceso para generar ocho muestras más. ¿Cuánta variación esperas que haya entre las muestras? Explica.

Paso 3: Muestra tus resultados.



● Práctica

2. **BEBIDAS DEPORTIVAS** Quieres saber si los estudiantes-atletas prefieren agua o bebidas deportivas durante los partidos. Vas a 10 escuelas diferentes. En cada escuela, encuestas al azar a 10 estudiantes-atletas. A continuación, se muestran los porcentajes de estudiantes-atletas que prefieren agua.

60% 70% 60% 50% 80% 70% 30% 70% 80% 40%

- Haz un diagrama de distribución de datos de los datos.
 - Usa el diagrama de distribución de datos para estimar el porcentaje real de estudiantes atletas que prefieren agua. ¿Cómo se compara tu estimación con la media de los datos?
3. **TRABAJOS A TIEMPO PARCIAL** Repite la actividad 2 usando las medianas de las muestras.
4. **TELEVISIÓN** En la actividad 3, ¿cómo se comparan los porcentajes de tus muestras con los porcentajes dados de estudiantes de séptimo grado que miran reality shows en la televisión?
5. **RAZONAR** ¿Por qué es mejor hacer inferencias sobre una población basándose en varias muestras en lugar de usar sólo una muestra? ¿Qué información adicional obtienes al tomar varias muestras al azar? Explica.

10.7 Comparar poblaciones

Pregunta esencial ¿Cómo puedes comparar conjuntos de datos que representan dos poblaciones?

1 ACTIVIDAD: Comparar dos distribuciones de datos

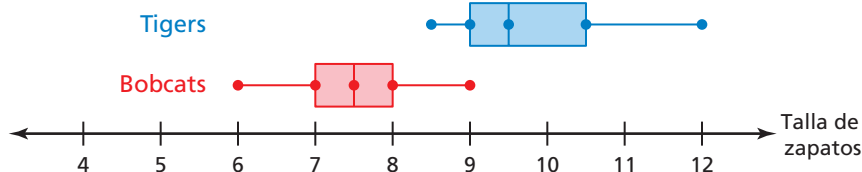
Trabaja con un compañero. Quieres comparar las tallas de zapatos de los estudiantes de sexo masculino de dos clases. Recopilas los datos que se muestran en la tabla.

Estudiantes de sexo masculino de octavo grado														
7	9	8	$7\frac{1}{2}$	$8\frac{1}{2}$	10	6	$6\frac{1}{2}$	8	8	$8\frac{1}{2}$	9	11	$7\frac{1}{2}$	$8\frac{1}{2}$
Estudiantes de sexo masculino de sexto grado														
6	$5\frac{1}{2}$	6	$6\frac{1}{2}$	$7\frac{1}{2}$	$8\frac{1}{2}$	7	$5\frac{1}{2}$	5	$5\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{2}$	7	$4\frac{1}{2}$	6	6

- ¿Cómo puedes representar ambos conjuntos de datos para que puedas comparar visualmente las medidas de centro y la variación? Haz la representación de datos que elegiste.
- Describe la forma de cada distribución.
- Completa la tabla.

	Media	Mediana	Moda	Rango	Rango intercuartil (RIC)	Desviación media absoluta (DMA)
Estudiantes masculinos de octavo grado						
Estudiantes masculinos de sexto grado						

- Compara las medidas de centro de los conjuntos de datos.
- Compara las medidas de variación de los conjuntos de datos. ¿Algún conjunto de datos muestra más variación que otro? Explica.
- ¿Se superponen las distribuciones? ¿Cómo puedes saberlo usando la representación de datos que elegiste en la parte (a)?
- En el siguiente diagrama de distribución de datos doble, se muestran las tallas de zapatos de los miembros de dos equipos de básquetbol femenino. ¿Puedes llegar a la conclusión de que al menos una niña de cada equipo tiene la misma talla de zapatos? ¿Puedes llegar a la conclusión de que al menos una niña de los Bobcats tiene una talla de zapatos más grande que una de las niñas de los Tigers? Explica tu razonamiento.



ESTÁNDARES COMUNES

Probabilidad y estadística
En esta lección, tú

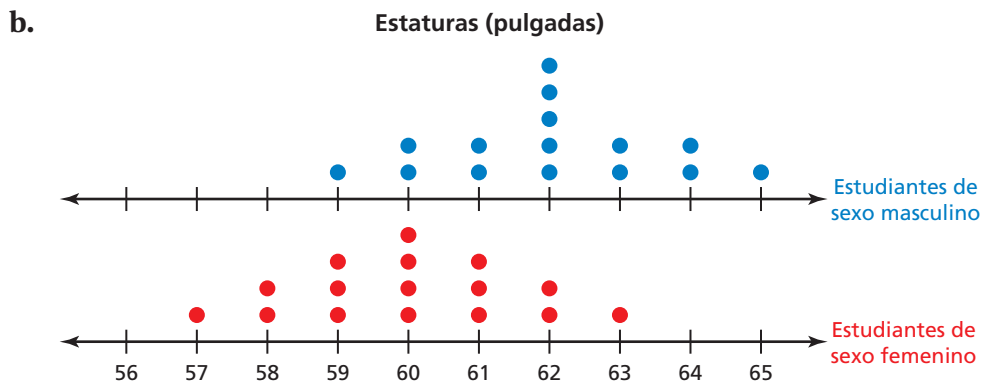
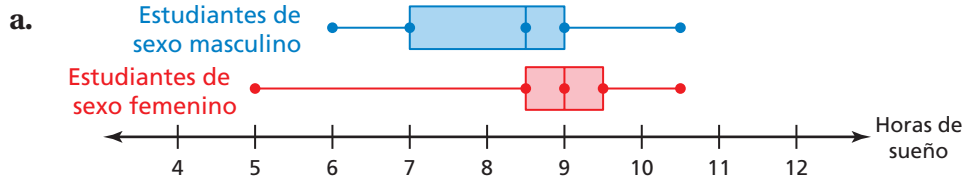
- usarás medidas de centro y variación para comparar poblaciones.
- usarás muestras aleatorias para comparar poblaciones.

Estándares de aprendizaje
7.SP.3
7.SP.4

2

ACTIVIDAD: Comparar dos distribuciones de datos

Trabaja con un compañero. Compara las formas de las distribuciones. ¿Se superponen los dos conjuntos de datos? Explica. Si es así, usa medidas de centro y el menor y el mayor valor para describir la superposición entre los dos conjuntos de datos.



c. **Edades de las personas en dos clases de gimnasia**

Clase de las 10 A.M.		Clase de las 8 P.M.
	1	8 9
	2	1 2 2 7 9 9
	3	0 3 4 5 7
9 7 3 2 2 2	4	0
7 5 4 3 1	5	
7 0 0	6	
0	7	

Clave: 1 | 8 = 18

Práctica matemática 5

Reconocer la utilidad de las herramientas

¿De qué manera es útil cada tipo de representación de datos? ¿Cuál prefieres? Explica.

¿Cuál es tu respuesta?

3. **CON TUS PROPIAS PALABRAS** ¿Cómo puedes comparar conjuntos de datos que representan dos poblaciones?

Práctica

Usa lo que aprendiste sobre comparar conjuntos de datos para completar el ejercicio 3 de la página 452.

Recuerda que usas la media y la desviación media absoluta (DMA) para describir distribuciones de datos simétricas. Usas la mediana y el rango intercuartil (RIC) para describir distribuciones de datos asimétricas.

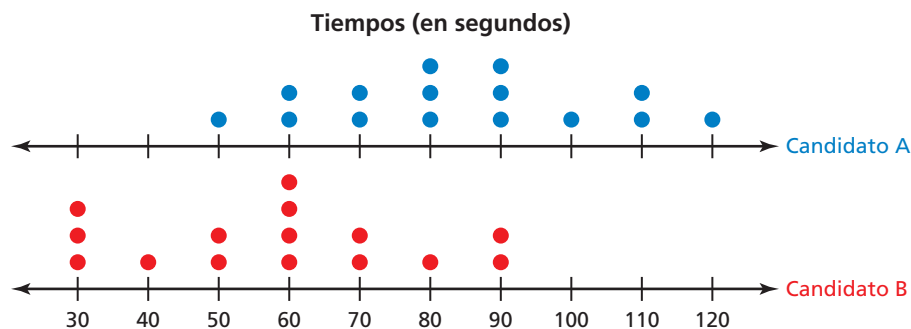
Para comparar dos poblaciones, usa la media y la DMA cuando ambas distribuciones sean simétricas. Usa la mediana y el RIC cuando una o ambas distribuciones sean asimétricas.

EJEMPLO 1 Comparar poblaciones

En el gráfico de puntos doble, se muestra el tiempo que dedicó cada candidato en un debate a responder cada una de las 15 preguntas.

Consejo de estudio

Puedes ver con más facilidad la superposición visual de puntos que están alineados verticalmente.



a. Compara las poblaciones usando medidas de centro y variación.

Ambas distribuciones son aproximadamente simétricas, entonces usa la media y la DMA.

$$\begin{aligned} \text{Candidato A} \\ \text{Media} &= \frac{1260}{15} = 84 \\ \text{DMA} &= \frac{244}{15} \approx 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Candidato B} \\ \text{Media} &= \frac{870}{15} = 58 \\ \text{DMA} &= \frac{236}{15} \approx 16 \end{aligned}$$

Entonces, la variación en los tiempos fue aproximadamente igual, pero el candidato A tiene un tiempo medio mayor.

b. Expresa la diferencia en las medidas de centro como un múltiplo de la medida de variación.

$$\frac{\text{media del candidato A} - \text{media del candidato B}}{\text{DMA}} = \frac{26}{16} \approx 1.6$$

Entonces, la diferencia en las medias es aproximadamente 1.6 multiplicado por la DMA.

Consejo de estudio

Cuando dos poblaciones tienen variabilidades similares, el valor en la parte (b) describe la superposición visual entre los datos. En general, cuanto mayor es el valor, la superposición es menor.

Por tu cuenta

1. **¿QUÉ PASA SI?** Cada valor en el gráfico de puntos para el candidato A aumenta en 30 segundos. ¿Cómo afecta esto a las respuestas del ejemplo 1? Explica.

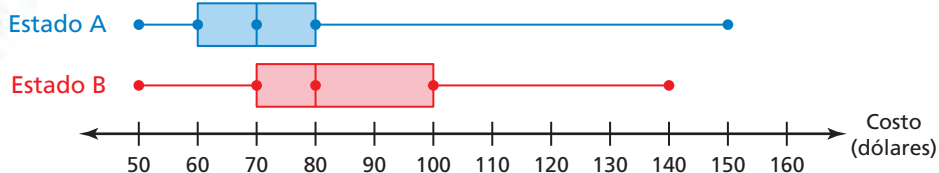
Ahora estás listo
Ejercicios 4 a 6

No necesitas tener todos los datos de dos poblaciones para hacer comparaciones. Puedes usar muestras al azar para hacer comparaciones.

EJEMPLO 2 Usar muestras aleatorias para comparar poblaciones

Quieres comparar los costos de multas por exceso de velocidad en dos estados.

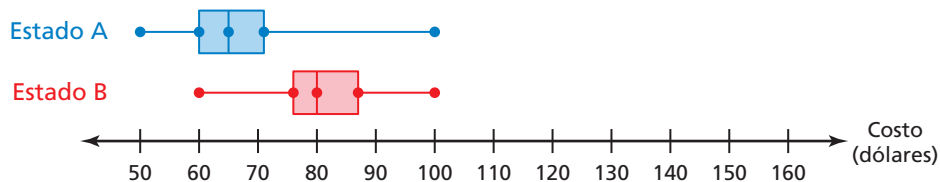
- a. En el diagrama de distribución de datos doble, se muestra una muestra aleatoria de 10 multas por exceso de velocidad emitidas en dos estados. Compara las muestras usando medidas de centro y variación. ¿Puedes usar esto para hacer una comparación válida sobre las multas por exceso de velocidad en los dos estados? Explica.



Ambas distribuciones son asimétricas hacia la derecha, entonces usa la mediana y el RIC.

- La mediana y el RIC del Estado A, 70 y 20, son menores que la mediana y el RIC del Estado B, 80 y 30. Sin embargo, el tamaño de la muestra es muy pequeño y la variabilidad es demasiado grande para llegar a la conclusión de que las multas por exceso de velocidad generalmente cuestan más en el Estado B.

- b. En el diagrama de distribución de datos doble, se muestran las medianas de 100 muestras al azar de 10 multas por exceso de velocidad emitidas por cada estado. Compara la variabilidad de las medianas de la muestra con la variabilidad de los costos de la muestra de la parte (a).



El RIC de las medianas de la muestra para cada estado es aproximadamente 10.

- Entonces, las medianas de la muestra varían mucho menos que los costos de la muestra.

- c. **Saca una conclusión sobre los costos de las multas por exceso de velocidad en los dos estados.**

Las medianas de la muestra muestran menos variabilidad. La mayoría de las medianas de la muestra del Estado B son mayores que las medianas de la muestra del Estado A.

- Entonces, las multas por exceso de velocidad generalmente cuestan más en el Estado B que en el Estado A.

Por tu cuenta

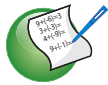
2. **¿QUÉ PASA SI?** Una muestra aleatoria de 8 multas por exceso de velocidad emitidas en el Estado C tiene una mediana de \$120. ¿Puedes llegar a la conclusión de que una multa por exceso de velocidad en el Estado C cuesta más que en los Estados A y B? Explica.

Ahora estás listo
Ejercicio 8



Verificación de vocabulario y conceptos

- RAZONAR** Cuando comparas dos poblaciones, ¿cuándo deberías usar la media y la DMA? ¿La mediana y el RIC?
- ESCRIBIR** Dos conjuntos de datos tienen variabilidades semejantes. Supón que las medidas de centro de los conjuntos de datos se diferencian en 4 veces la medida de variación. Describe la superposición visual de los datos.



Práctica y resolución de problemas

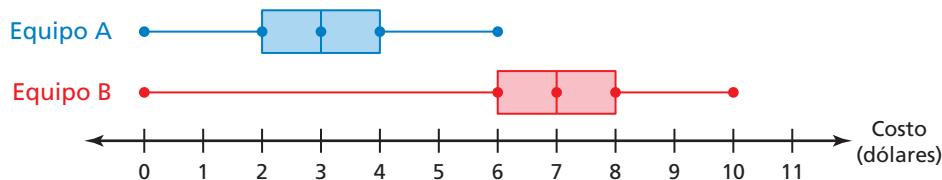
- SERPIENTES** En las tablas, se muestran las longitudes de dos tipos de serpientes en una tienda de animales.

Serpiente <i>Thamnophis</i> (pulgadas)					
26	30	22	15	21	24
28	32	24	25	18	35

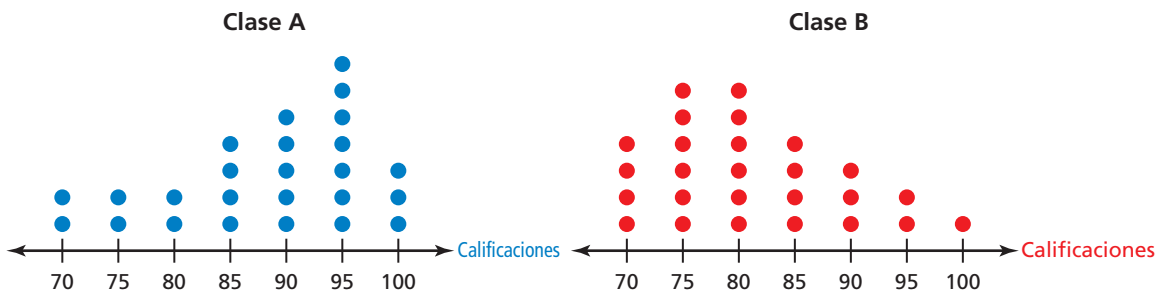
Serpiente de agua (pulgadas)					
34	25	24	35	40	32
41	27	37	32	21	30

- Halla la media, la mediana, la moda, el rango, el rango intercuartil y la desviación media absoluta de cada conjunto de datos.
- Compara los conjuntos de datos.

- HOCKEY** En el diagrama de distribución de datos doble, se muestran los goles que lograron por partido dos equipos de hockey durante una temporada de 20 partidos.



- Compara las poblaciones usando medidas de centro y variación.
 - Expresa la diferencia en las medidas de centro como un múltiplo de la medida de variación.
- CALIFICACIONES** En el gráfico de puntos, se muestran las calificaciones de las pruebas de dos clases de un mismo maestro.

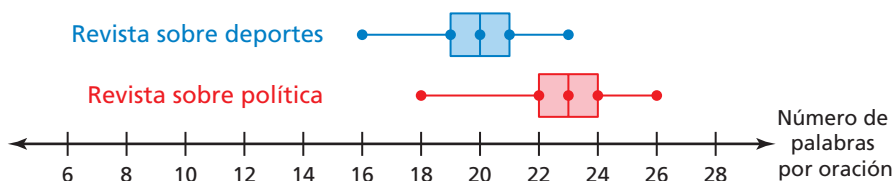


- Compara las poblaciones usando medidas de centro y variación.
- Expresa la diferencia en las medidas de centro como un múltiplo de cada medida de variación.

6. **ASISTENCIA** En la tabla, se muestran las asistencias a los partidos de vóleybol y básquetbol de una escuela durante el año.

Asistencia al juego de vóleybol							Asistencia al juego de básquetbol						
112	95	84	106	62	68	53	202	190	173	155	169	188	195
75	88	93	127	98	117	60	176	141	152	181	198	214	179
49	54	85	74	88	132		163	186	184	207	219	228	

- a. Compara las poblaciones usando medidas de centro y variación.
 b. Expresa la diferencia en las medidas de centro como un múltiplo de cada medida de variación.
7. **SENTIDO NUMÉRICO** Compara las respuestas de los ejercicios 4(b), 5(b) y 6(b). ¿Cuál valor es el mayor? ¿Qué significa esto?
- 2 8. **REVISTAS** Quieres comparar el número de palabras por oración en una revista sobre deportes con el número de palabras por oración en una revista sobre política.
- a. Los datos representan muestras al azar de 10 oraciones en cada revista. Compara las muestras usando medidas de centro y variación. ¿Puedes usar esto para hacer una comparación válida sobre las revistas? Explica.
 Revista sobre deportes: 9, 21, 15, 14, 25, 26, 9, 19, 22, 30
 Revista sobre política: 31, 22, 17, 5, 23, 15, 10, 20, 20, 17
- b. En el diagrama de distribución de datos doble, se muestran las medias de 200 muestras al azar de 20 oraciones. Compara la variabilidad de las medias de la muestra con la variabilidad de los números de la muestra de palabras de la parte (a).



- c. Sacar una conclusión sobre los números de palabras por oración en las revistas.
9. **Proyecto** Quieres comparar las cantidades de tiempo promedio que los estudiantes de sexto, séptimo y octavo grado dedican a hacer la tarea por semana.
- a. Diseña un experimento donde se use un muestreo aleatorio que pueda ayudarte a hacer una comparación.
 b. Realiza el experimento. ¿Puedes sacar una conclusión sobre qué estudiantes dedican la mayor parte del tiempo a hacer la tarea? Explica tu razonamiento.



Repaso del juego justo Lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Haz una gráfica de la desigualdad en una recta numérica. (Sección 4.1)

10. $x > 5$

11. $b \leq -3$

12. $n < -1.6$

13. $p \geq 2.5$

14. **OPCIÓN MÚLTIPLE** El número de estudiantes en la banda de la escuela aumentó de 100 a 125. ¿Cuál es el porcentaje de aumento? (Sección 6.5)

(A) 20%

(B) 25%

(C) 80%

(D) 500%

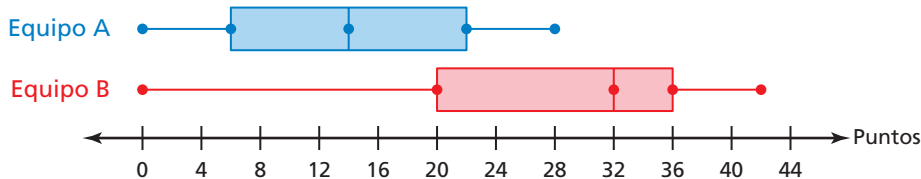
10.6–10.7 Prueba

1. ¿Cuál muestra es mejor para hacer una predicción? Explica. (Sección 10.6)

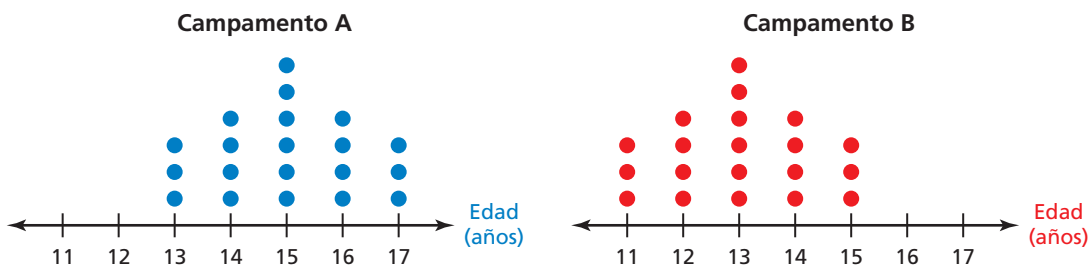
Haz una predicción del número de estudiantes de tu escuela que practican al menos un deporte.

Muestra A	Una muestra aleatoria de 10 estudiantes del listado de estudiantes de la escuela.
Muestra B	Una muestra aleatoria de 80 estudiantes del listado de estudiantes de la escuela.

2. **GIMNASIO** Quieres estimar el número de estudiantes de tu escuela que piensan que debería remodelarse el gimnasio. Encuestas a 12 estudiantes del equipo de básquetbol. Determina si la muestra es *parcial* o *imparcial*. Explica. (Sección 10.6)
3. **AYUNTAMIENTO** Quieres saber qué opinan los habitantes de tu ciudad sobre una decisión reciente del ayuntamiento. Encuestas a 100 habitantes al azar. Sesenta y cinco apoyan la decisión y treinta y cinco no la apoyan. Entonces, llegas a la conclusión de que el 65% de los habitantes de tu ciudad apoyan la decisión. Determina si la conclusión es válida. Explica. (Sección 10.6)
4. **EXCURSIÓN** De 60 estudiantes que participaron en una encuesta al azar, 16 eligieron el acuario como su excursión favorita. Hay 720 estudiantes en la escuela. Haz una predicción del número de estudiantes de la escuela que elegirían el acuario como su excursión favorita. (Sección 10.6)
5. **FÚTBOL** En el diagrama de distribución de datos doble, se muestran los puntos que dos equipos de fútbol americano marcaron por partido durante la temporada normal. (Sección 10.7)



- a. Compara las poblaciones usando medidas de centro y variación.
b. Expresa la diferencia en las medidas de centro como un múltiplo de la medida de variación.
6. **CAMPAMENTO DE VERANO** En los gráficos de puntos, se muestran las edades de las personas que van a dos campamentos de verano. (Sección 10.7)



- a. Compara las poblaciones usando medidas de centro y variación.
b. Expresa la diferencia en las medidas de centro como un múltiplo de la medida de variación.

Vocabulario clave de repaso

experimento, *pág.* 402
resultados, *pág.* 402
suceso, *pág.* 402
resultados favorables,
pág. 402
probabilidad, *pág.* 408
frecuencia relativa, *pág.* 412

probabilidad experimental,
pág. 414
probabilidad teórica,
pág. 415
espacio muestral, *pág.* 422
Principio fundamental de
conteo, *pág.* 422
suceso compuesto, *pág.* 424

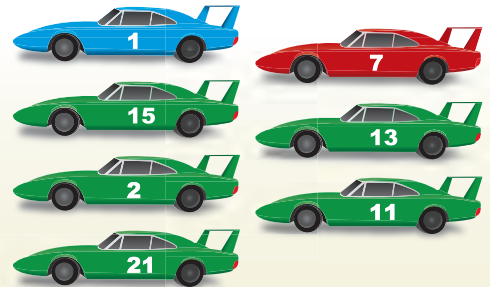
sucesos independientes,
pág. 430
sucesos dependientes,
pág. 431
simulación, *pág.* 436
población, *pág.* 440
muestra, *pág.* 440
muestra imparcial, *pág.* 442
muestra parcial, *pág.* 442

Ejemplos y ejercicios de repaso

10.1 Resultados y sucesos (*págs.* 400 a 405)

Elige un carro de carrera de juguete al azar.

- ¿De cuántas maneras se puede elegir un carro verde?
- ¿De cuántas maneras se puede elegir un carro que *no* sea verde? ¿Cuáles son los resultados favorables de elegir un carro que *no* sea verde?



- Hay 5 carros verdes. Entonces, se puede elegir un carro verde de 5 maneras.
- Hay 2 carros que *no* son verdes. Entonces, se puede elegir un carro que *no* sea verde de 2 maneras.

verde	no verde
verde, verde, verde, verde, verde	azul, rojo

Los resultados favorables del suceso son azul y rojo.

Ejercicios

Haz girar la rueda giratoria. (a) Halla el número de maneras en que puede ocurrir el suceso. (b) Halla los resultados favorables del suceso.

- Sacar un 1
- Sacar un 3
- Sacar un número impar
- Sacar un número par
- Sacar un número mayor que 0
- Sacar un número menor que 3



10.2 Probabilidad (págs. 406 a 411)

Lanza una moneda. ¿Cuál es la probabilidad de sacar cruz?

$$P(\text{suceso}) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número de posibles resultados}}$$

$$P(\text{cruz}) = \frac{1}{2}$$

Hay 1 cruz.

Hay 2 lados en total.

∴ La probabilidad de sacar cruz es $\frac{1}{2}$, o 50%.

Ejercicios

7. Lanza un dado. Halla la probabilidad de sacar un número par.

10.3 Probabilidad experimental y teórica (págs. 412 a 419)



a. En la gráfica de barras, se muestran los resultados de hacer girar la rueda giratoria 70 veces. ¿Cuál es la probabilidad experimental de sacar un 2?

En la gráfica de barras, se muestran 12 dos. Entonces, la rueda se detuvo en dos 12 veces de las 70 vueltas.

$$P(\text{suceso}) = \frac{\text{número de veces que ocurre el suceso}}{\text{número total de pruebas}}$$

La flecha cayó en el dos 12 veces.

$$P(2) = \frac{12}{70} = \frac{6}{35}$$

La rueda giró 70 veces en total.

∴ La probabilidad experimental es $\frac{6}{35}$, o aproximadamente 17%.

b. La probabilidad teórica de elegir una uva morada de una bolsa es $\frac{2}{9}$. Hay 8 uvas moradas en la bolsa. ¿Cuántas uvas hay en la bolsa?

$$P(\text{morado}) = \frac{\text{número de uvas moradas}}{\text{número total de uvas}}$$

$$\frac{2}{9} = \frac{8}{g}$$

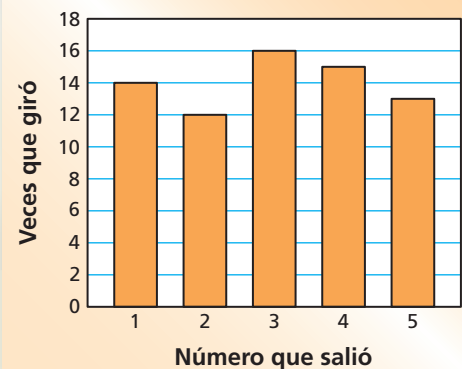
Sustituye. Imagina que g es el número total de uvas.

$$g = 36$$

Resuelve para hallar g .

∴ Entonces, hay 36 uvas moradas en la bolsa.

Hacer girar una rueda giratoria



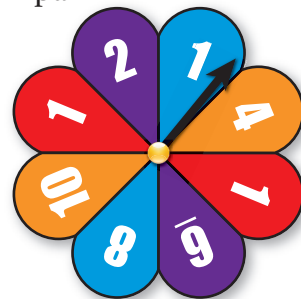
Ejercicios

Usa la gráfica de barras de la página 456 para hallar la probabilidad experimental del suceso.

8. Sacar un 3
9. Sacar un número impar
10. No sacar un 5
11. Sacar un número mayor que 3

Usa la rueda giratoria para hallar la probabilidad teórica del suceso.

12. Sacar azul
13. Sacar un 1
14. Sacar un número par
15. Sacar un 4
16. La probabilidad teórica de sacar un número par en una rueda giratoria es $\frac{2}{3}$.
La rueda giratoria tiene 8 secciones con números pares. ¿Cuántas secciones tiene la rueda giratoria?



10.4 Sucesos compuestos (págs. 420 a 427)

- a. ¿Cuántos sistemas de cine en casa diferentes puedes hacer con 6 reproductores de DVD, 8 televisores y 3 marcas de parlantes?

$$6 \times 8 \times 3 = 144 \quad \text{Principio fundamental de conteo}$$

∴ Entonces, puedes hacer 144 sistemas de cine en casa diferentes.

- b. Lanza dos monedas de un centavo. ¿Cuál es la probabilidad de sacar dos caras?

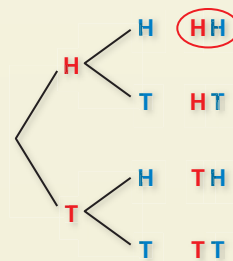
Usa un diagrama de árbol para hallar la probabilidad. Imagina que H = cara y T = cruz.

Hay un resultado favorable en el espacio muestral de sacar dos caras: HH.

$$P(\text{suceso}) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número de posibles resultados}}$$

$$P(2 \text{ cara}) = \frac{1}{4} \quad \text{Sustituye.}$$

∴ La probabilidad es $\frac{1}{4}$, o 25%.



Ejercicios

17. Tienes 6 pulseras y 15 collares. Halla el número de maneras en que puedes usar una pulsera y un collar.
18. Lanza dos monedas y lanza un dado. ¿Cuál es la probabilidad de sacar dos cruces y sacar un número par?



10.5 Sucesos independientes y dependientes (págs. 428 a 437)

Elige al azar una de las fichas y lanza la moneda. ¿Cuál es la probabilidad de elegir una vocal y sacar cara?

Elegir una de las fichas no afecta el resultado de lanzar la moneda. Entonces, los sucesos son independientes.

$$P(\text{vocal}) = \frac{2}{7}$$

← Hay 2 vocales (A y E).
← Hay 7 fichas en total.

$$P(\text{cruz}) = \frac{1}{2}$$

← Hay 1 lado que tiene cruz.
← Hay 2 lados en total.



Usa la fórmula para hallar la probabilidad de sucesos independientes.

$$P(A \text{ y } B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$= \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{7}$$

❖ La probabilidad de elegir una vocal y sacar cara es $\frac{1}{7}$, o aproximadamente 14%.

Ejercicios

Elige al azar una de las fichas de arriba y lanza la moneda. Halla la probabilidad del suceso compuesto.

19. Sacar una ficha azul y sacar cruz
20. Elegir la letra G y sacar cruz

Elige al azar una de las fichas de arriba. Sin reponer la primera ficha, elige una segunda ficha. Halla la probabilidad del suceso compuesto.

21. Sacar una ficha verde y luego una ficha azul
22. Sacar una ficha roja y luego una vocal

10.6 Muestras y poblaciones (págs. 440 a 447)

Quieres estimar el número de estudiantes de tu escuela cuya materia favorita es matemáticas. Encuestas a uno de cada tres estudiantes que sale de la escuela. Determina si la muestra es *parcial* o *imparcial*.

La muestra representa a la población, se selecciona al azar y es suficientemente grande como para brindar datos exactos.

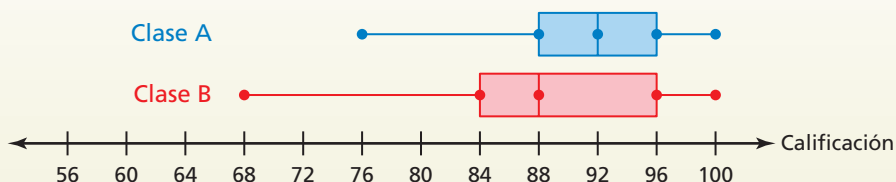
❖ Entonces, la muestra es imparcial.

Ejercicios

23. Quieres estimar el número de estudiantes de tu escuela cuya materia favorita es biología. Encuestas a los primeros 10 estudiantes que llegan al club de biología. Determina si la muestra es *partial* o *imparcial*. Explica.

10.7 Comparar poblaciones (págs. 448 a 453)

En el diagrama de distribución de datos doble, se muestran las calificaciones de las pruebas de dos clases de francés dictadas por un mismo maestro.



- a. **Compara las poblaciones usando medidas de centro y variación.**

Ambas distribuciones son asimétricas hacia la izquierda, entonces usa la mediana y el RIC.

- La mediana de la clase A, 92, es mayor que la mediana de la clase B, 88. El RIC de la clase B, 12, es mayor que el RIC de la clase A, 8. Las calificaciones de la clase A son generalmente mayores y tienen menos variabilidad que las calificaciones en la clase B.

- b. **Expresa la diferencia en las medidas de centro como un múltiplo de cada medida de variación.**

$$\frac{\text{mediana de la clase A} - \text{mediana de la clase B}}{\text{RIC de la clase A}} = \frac{4}{8} = 0.5$$

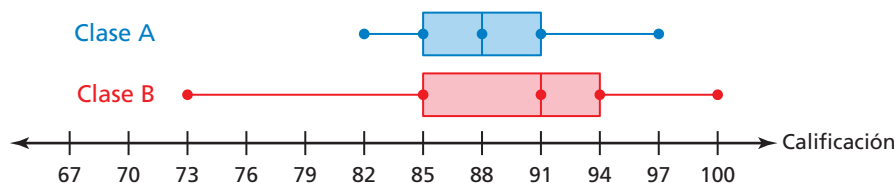
$$\frac{\text{mediana de la clase A} - \text{mediana de la clase B}}{\text{RIC de la clase B}} = \frac{4}{12} = 0.3$$

- Entonces, la diferencia entre las medianas es aproximadamente 0.3 a 0.5 multiplicada por el RIC.

Ejercicios

24. **PRUEBA DE ESPAÑOL** En el diagrama de distribución de datos doble, se muestran las calificaciones de las pruebas de dos clases de español dictadas por un mismo maestro.

- a. Compara las poblaciones usando medidas de centro y variación.
b. Expresa la diferencia en las medidas de centro como un múltiplo de cada medida de variación.



10 Prueba del capítulo

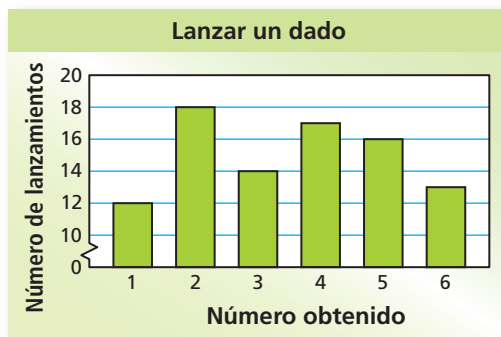
Elige al azar una pieza de juego. (a) Halla el número de maneras en que puede ocurrir el suceso. (b) Halla los resultados favorables del suceso.

- Elegir verde
- no elegir amarillo.



- Usa el Principio Fundamental de Conteo para hallar el número total de diferentes protectores solares posibles.

Protector solar	
SFP	10, 15, 30, 45, 50
Tipo	Loción, Aerosol, Gel



Usa la gráfica de barras para hallar la probabilidad experimental del suceso.

- Sacar un 1 o un 2
- Sacar un número impar
- No sacar un 5



Usa la rueda giratoria para hallar la probabilidad teórica del(los) suceso(s).

- Sacar un número par
- Sacar un 1 y luego un 2

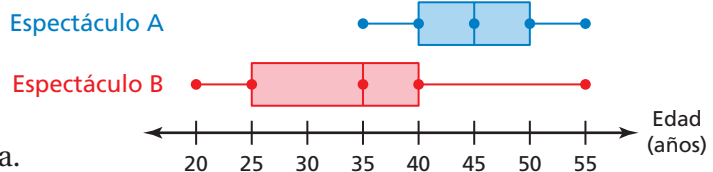


Elige al azar una pieza de ajedrez. Sin reponer la primera pieza, elige una segunda pieza. Halla la probabilidad de elegir la primera pieza, luego la segunda pieza.

- Alfil y alfil
- Rey y reina

- ALMUERZO** Quieres estimar el número de estudiantes de tu escuela que prefieren traer el almuerzo de su casa en vez de comprarlo en la escuela. Encuestas a cinco estudiantes que están en la fila para comprar el almuerzo. Determina si la muestra es *parcial* o *imparcial*. Explica.

- EDADES** En el diagrama de distribución de datos doble, se muestran las edades de los espectadores de dos programas de televisión de una ciudad pequeña.



- Compara las poblaciones usando medidas de centro y variación.
- Expresa la diferencia en las medidas de centro como un múltiplo de cada medida de variación.

10 Evaluación de estándares

1. El director de atletismo de una escuela pidió a cada integrante del equipo de atletismo que nombrase su equipo deportivo profesional favorito. A continuación, se muestran los resultados:

- D.C. United: 3
- Florida Panthers: 8
- Jacksonville Jaguars: 26
- Jacksonville Sharks: 7
- Miami Dolphins: 22
- Miami Heat: 15
- Miami Marlins: 20
- Minnesota Lynx: 4
- New York Knicks: 5
- Orlando Magic: 18
- Tampa Bay Buccaneers: 17
- Tampa Bay Lightning: 12
- Tampa Bay Rays: 28
- Otro: 6

Se elige al azar a un integrante del equipo de atletismo. ¿Cuál es la probabilidad de que el equipo deportivo profesional preferido de este integrante *no* esté ubicado en Florida? (7.SP.5)

- A. seguro
B. probable, pero no seguro
C. improbable, pero no imposible
D. imposible

2. Cada estudiante de tu clase votó por su día de la semana favorito. A continuación, se muestran los votos:



Día favorito de la semana



Se elige a un estudiante de tu clase al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que su día preferido de la semana sea el domingo? (7.SP.7b)



3. ¿Qué distancia recorrerá, en milímetros, la punta de la manecilla de la hora en 2 horas? (Usa $\frac{22}{7}$ para π .) (7.G.4)

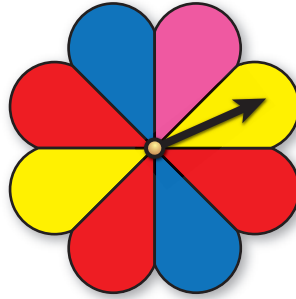


- F. 44 mm
 G. 88 mm
 H. 264 mm
 I. 528 mm
4. Nathaniel resolvió la proporción que está en el siguiente recuadro.

$$\begin{aligned} \frac{16}{40} &= \frac{p}{27} \\ 16 \cdot p &= 40 \cdot 27 \\ 16p &= 1080 \\ \frac{16p}{16} &= \frac{1080}{16} \\ p &= 67.5 \end{aligned}$$

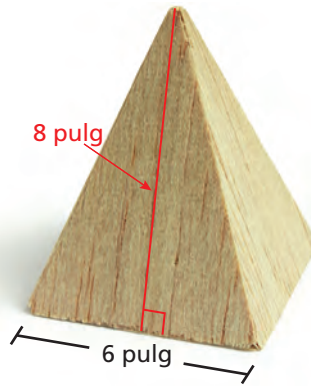
- ¿Qué debería hacer Nathaniel para corregir el error que cometió? (7.RP.2c)
- A. Sumar 40 a 16 y 27 a p .
 B. Restar 16 de 40 y 27 de p .
 C. Multiplicar 16 por 27 y p por 40.
 D. Dividir 16 entre 27 y p entre 40.
5. Una pista de hockey de América del Norte contiene 5 círculos de enfrentamientos. Cada uno de estos círculos tiene un radio de 15 pies. ¿Cuál es el área total, en pies cuadrados, de todos los círculos de enfrentamiento? (Usa 3.14 para π .) (7.G.4)
- F. 706.5 pies²
 G. 2826 pies²
 H. 3532.5 pies²
 I. 14,130 pies²

6. Una rueda giratoria se divide en ocho secciones congruentes, como se muestra a continuación.



Haz girar la rueda giratoria dos veces. ¿Cuál es la probabilidad de que la flecha se detenga en una sección amarilla ambas veces? (7.SP.8a)

7. ¿Cuál es el área de superficie, en pulgadas cuadradas, de la pirámide cuadrada? (7.G.6)



- A. 24 pulg^2
B. 96 pulg^2
C. 132 pulg^2
D. 228 pulg^2
8. El valor de una de las tarjetas de béisbol de Kevin era \$6.00 cuando la consiguió. Ahora, el valor de esta tarjeta es \$15.00. ¿Cuál es el porcentaje de aumento en el valor de la tarjeta? (7.RP.3)
- F. 40%
G. 90%
H. 150%
I. 250%
9. Lanza un dado dos veces. Quieres sacar dos números pares. (7.SP.8a)

Piensa
Resuelve
Explica

Parte A Determina si los sucesos son independientes o dependientes.

Parte B Halla el número de resultados favorables y el número de posibles resultados de cada lanzamiento.

Parte C Halla la probabilidad de sacar dos números pares. Explica tu razonamiento.

