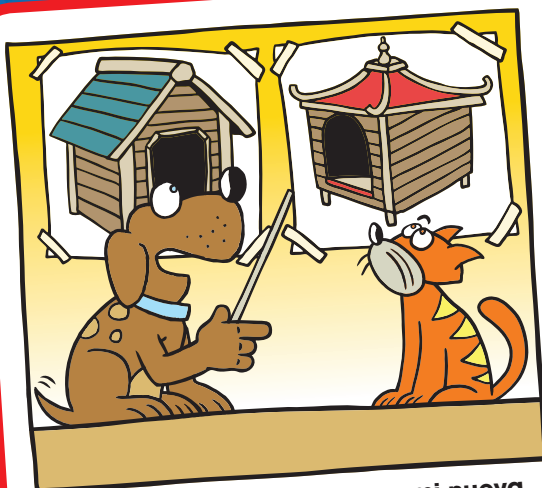


# 9 Área de superficie y volumen

- 9.1 Áreas de superficie de prismas
- 9.2 Áreas de superficie de pirámides
- 9.3 Áreas de superficie de cilindros
- 9.4 Volúmenes de prismas
- 9.5 Volúmenes de pirámides



"Estaba pensando que para mi nueva perrera quiero un techo pagodal en lugar techo a dos aguas".



"Porque PADOGAL empieza con P igual que PERRO".



"Respira profundo y aguanta".



"Ahora, ¿sientes que tu área de superficie o tu volumen aumenta más?".

# Qué aprendiste antes

## Hallar área de cuadrados y rectángulos (4.MD.3, 5.NF.4b)

**Ejemplo 1** Halla el área del rectángulo.



$$\begin{aligned}\text{Área} &= \ell w \\ &= 7(3) \\ &= 21\end{aligned}$$

Escribe la fórmula para hallar el área.

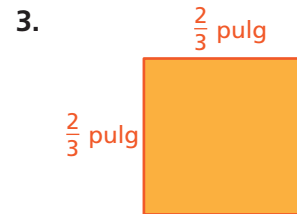
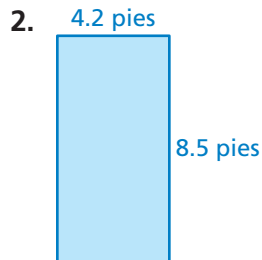
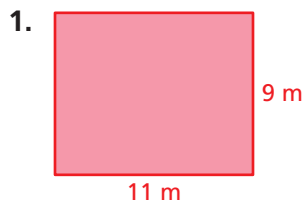
Sustituye 7 por  $\ell$  y 3 por  $w$ .

Multiplícala.

☼ El área del rectángulo es de 21 milímetros cuadrados.

### Inténtalo tú mismo

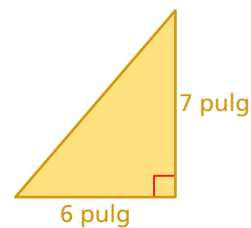
Halla el área del cuadrado o del rectángulo.



## Hallar área de triángulos (6.G.1)

**Ejemplo 2** Halla el área del triángulo.

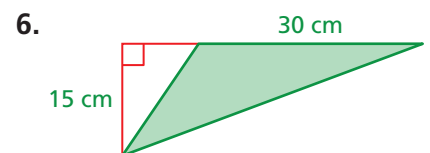
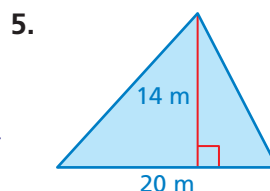
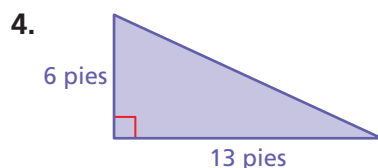
$$\begin{aligned}A &= \frac{1}{2}bh && \text{Escribe la fórmula.} \\ &= \frac{1}{2}(6)(7) && \text{Sustituye 6 por } b \text{ y 7 por } h. \\ &= \frac{1}{2}(42) && \text{Multiplícala 6 y 7.} \\ &= 21 && \text{Multiplícala } \frac{1}{2} \text{ y 42.}\end{aligned}$$



☼ El área del triángulo es de 21 pulgadas cuadradas.

### Inténtalo tú mismo

Halla el área del triángulo.

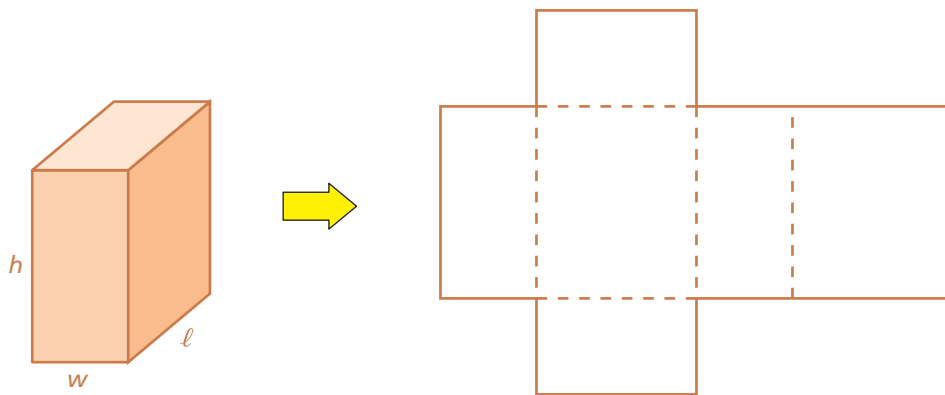


# 9.1 Áreas de superficie de prismas

**Pregunta esencial** ¿Cómo puedes hallar el área de superficie de un prisma?

## 1 ACTIVIDAD: Área de superficie de un prisma rectangular

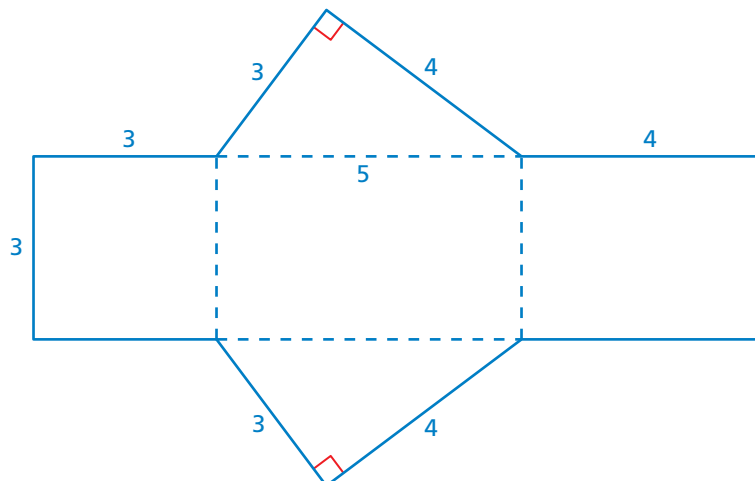
Trabaja con un compañero. Usa la plantilla para un prisma rectangular. Rotula cada lado como  $h$ ,  $w$ , o  $l$ . Luego, escribe una fórmula para el área de superficie del prisma rectangular.



## 2 ACTIVIDAD: Área de superficie de un prisma triangular

Trabaja con un compañero.

- a. Halla el área de superficie del cuerpo geométrico que se muestra en la plantilla. Usa un corte de la plantilla\*. Dóblala para formar un cuerpo geométrico. Identifica el cuerpo geométrico.



### Geometría

En esta lección, tú

- usarás plantillas bidimensionales para representar cuerpos geométricos tridimensionales.
- hallarás áreas de superficie de prismas rectangulares y triangulares.

Estándar de aprendizaje  
7.G.6

- b. ¿Cuáles de las superficies del cuerpo geométrico son bases? ¿Por qué?

3

**ACTIVIDAD: Formar prismas rectangulares****Práctica matemática 3****Construir argumentos**

¿Qué método usaste para hallar el área de superficie del prisma rectangular? Explica.

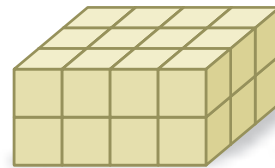
Trabaja con un compañero.

- Usa 24 cubos de una pulgada para formar un prisma rectangular que tenga las dimensiones dadas.
- Dibuja cada prisma.
- Halla el área de superficie de cada prisma.



a.  $4 \times 3 \times 2$

Dibujo



Área de superficie

  $\text{pulg}^2$

b.  $1 \times 1 \times 24$

c.  $1 \times 2 \times 12$

d.  $1 \times 3 \times 8$

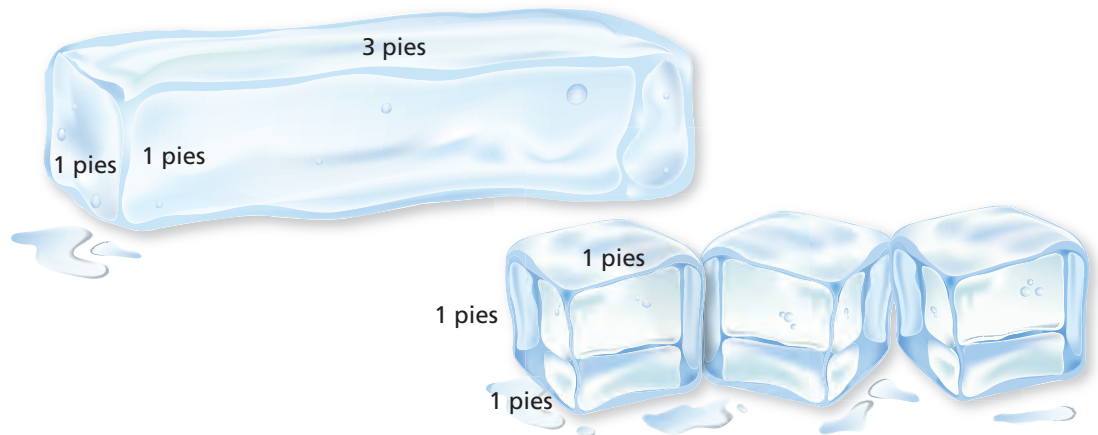
e.  $1 \times 4 \times 6$

f.  $2 \times 2 \times 6$

g.  $2 \times 4 \times 3$

**¿Cuál es tu respuesta?**

4. Usa tu fórmula de la actividad 1 para verificar tus resultados de la actividad 3.
5. **CON TUS PROPIAS PALABRAS** ¿Cómo puedes hallar el área de superficie de un prisma?
6. **RAZONAR** Cuando comparas bloques de hielo con el mismo volumen, el hielo con mayor área de superficie se derretirá más rápido. ¿Cuál se derretirá más rápido, el bloque más grande o los tres bloques más pequeños? Explica tu razonamiento.

**Práctica**

Usa lo que aprendiste sobre áreas de superficie de prismas rectangulares para completar los ejercicios 4 a 6 de la página 359.

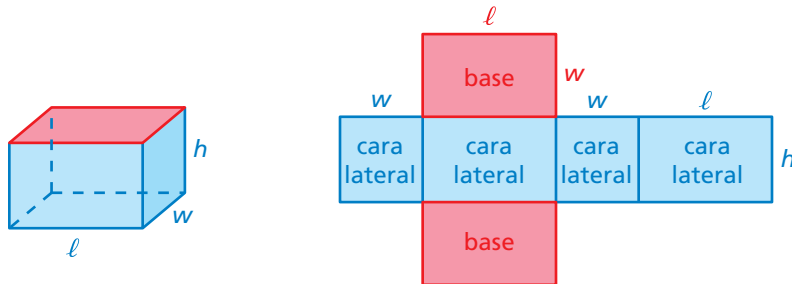
**Vocabulario clave**

área de superficie lateral, pág. 358

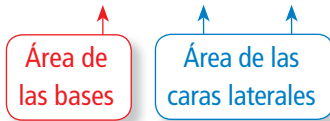
**Idea clave**

**Área de superficie de un prisma rectangular**

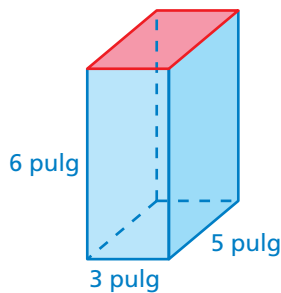
**Palabras** El área de superficie  $S$  de un prisma rectangular es la suma de las áreas de las bases y las caras laterales.



**Álgebra**  $S = 2\ell w + 2\ell h + 2wh$



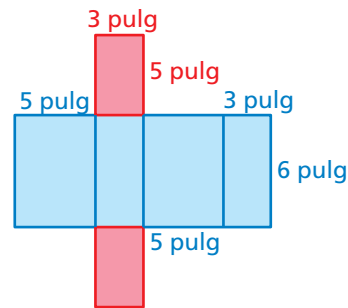
**EJEMPLO 1 Hallar el área de superficie de un prisma rectangular**



Halla el área de superficie del prisma.

Dibuja una plantilla.

$$\begin{aligned} S &= 2\ell w + 2\ell h + 2wh \\ &= 2(3)(5) + 2(3)(6) + 2(5)(6) \\ &= 30 + 36 + 60 \\ &= 126 \end{aligned}$$

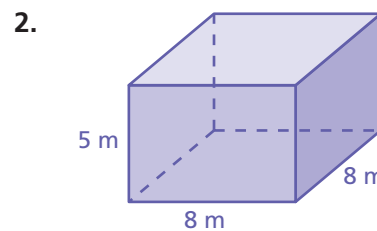
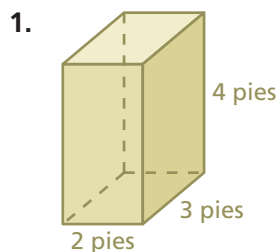


El área de superficie es de 126 pulgadas cuadradas.

**Por tu cuenta**

Halla el área de superficie del prisma.

Ahora estás listo  
Ejercicios 7 a 9



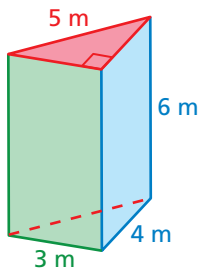
## Idea clave

### Área de superficie de un prisma

El área de superficie  $S$  de cualquier prisma es la suma de las áreas de las bases y las caras laterales.

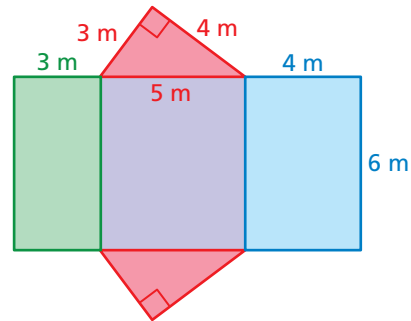
$$S = \text{áreas de las bases} + \text{áreas de las caras laterales}$$

## EJEMPLO 2 Hallar el área de superficie de un prisma triangular



Halla el área de superficie del prisma.

Dibuja una plantilla.



### Recuerda

El área  $A$  de un triángulo con base  $b$  y altura  $h$  es  $A = \frac{1}{2}bh$ .

#### Área de una base

$$\text{Base roja: } \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6$$

#### Áreas de las caras laterales

$$\text{Cara lateral verde: } 3 \cdot 6 = 18$$

$$\text{Cara lateral morada: } 5 \cdot 6 = 30$$

$$\text{Cara lateral azul: } 4 \cdot 6 = 24$$

Suma las áreas de las bases y las caras laterales.

$$S = \text{áreas de las bases} + \text{áreas de las caras laterales}$$

$$= 6 + 6 + 18 + 30 + 24$$

$$= 84$$

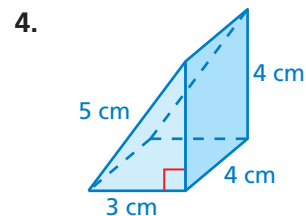
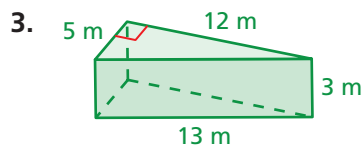
Hay dos bases idénticas.  
Cuenta el área dos veces.

∴ El área de superficie es de 84 metros cuadrados.

## Por tu cuenta

Halla el área de superficie del prisma.

 Ahora estás listo  
Ejercicios 10 a 12



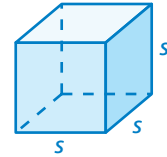
## Recuerda



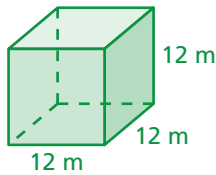
Un cubo tiene 6 caras cuadradas congruentes.

Cuando todas las aristas de un prisma rectangular tienen la misma longitud  $s$ , el prisma rectangular es un cubo. La fórmula para hallar el área de superficie de un cubo es

$$S = 6s^2. \quad \text{Fórmula para el área de superficie de un cubo}$$



### EJEMPLO 3 Hallar el área de superficie de un cubo



Halla el área de superficie del cubo.

$$\begin{aligned} S &= 6s^2 && \text{Escribe la fórmula para hallar el área de superficie de un cubo.} \\ &= 6(12)^2 && \text{Sustituye 12 por } s. \\ &= 864 && \text{Simplifica.} \end{aligned}$$

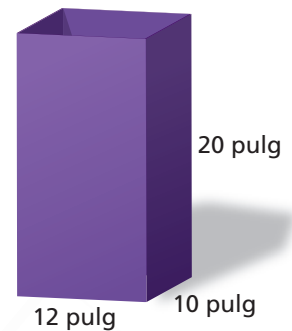
El área de superficie del cubo es de 864 metros cuadrados.

El **área de superficie lateral** de un prisma es la suma de las áreas de las caras laterales.

### EJEMPLO 4 Uso en la vida real



El exterior de las trampas moradas están cubiertas con pegamento para atrapar barrenadores esmeralda del fresno. Haces tu propia trampa con forma de prisma rectangular con la parte superior y la parte inferior abiertas. ¿Cuál es el área de superficie que necesitas cubrir con pegamento?



Halla el área de superficie lateral.

$$\begin{aligned} S &= 2\ell h + 2wh && \leftarrow \text{No incluyas las áreas de las bases en la fórmula.} \\ &= 2(12)(20) + 2(10)(20) && \text{Sustituye.} \\ &= 480 + 400 && \text{Multiplica.} \\ &= 880 && \text{Suma.} \end{aligned}$$

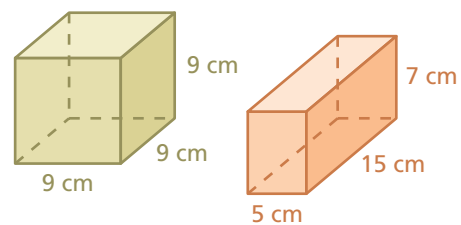


Entonces, necesitas cubrir 880 pulgadas cuadradas con pegamento.

### Por tu cuenta

Ahora estás listo  
Ejercicios 13 a 15

- ¿Cuál prisma tiene mayor área de superficie?
- ¿QUÉ PASA SI?** En el ejemplo 4, tanto la longitud como el ancho de tu trampa miden 12 pulgadas. ¿Cuál es el área de superficie que necesitas cubrir con pegamento?



## Verificación de vocabulario y conceptos

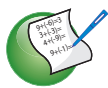
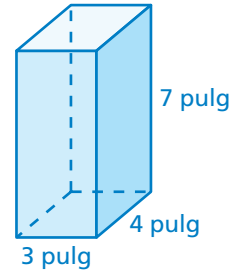
- VOCABULARIO** Describe dos maneras para hallar el área de superficie de un prisma rectangular.
- ESCRIBIR** Compara y contrasta un prisma rectangular con un cubo.
- DISTINTAS PALABRAS, LA MISMA PREGUNTA** ¿Cuál es diferente? Halla “ambas” respuestas.

Halla el área de superficie del prisma.

Halla el área de las bases del prisma.

Halla el área de la plantilla del prisma.

Halla la suma de las áreas de las bases y las caras laterales del prisma.



## Práctica y resolución de problemas

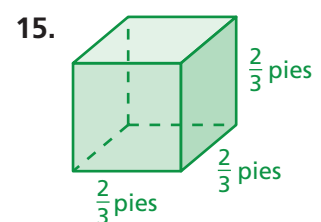
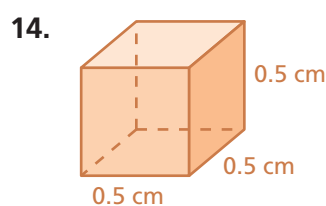
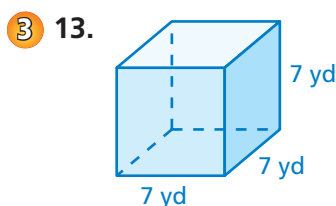
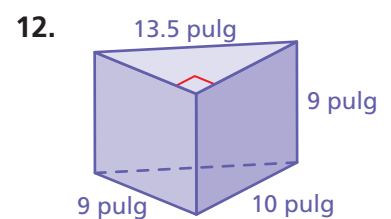
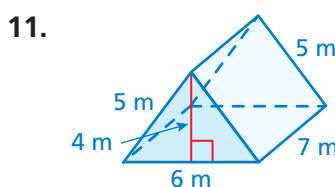
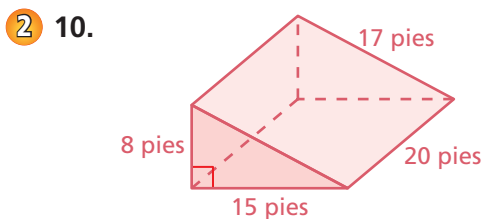
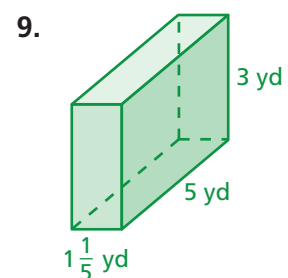
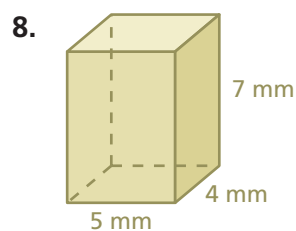
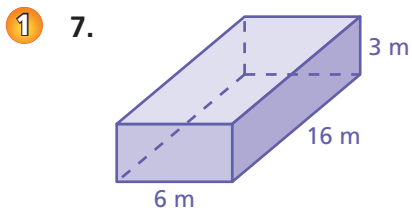
Usa cubos de una pulgada para formar un prisma rectangular que tenga las dimensiones dadas. Luego, halla el área de superficie del prisma.

4.  $1 \times 2 \times 3$

5.  $3 \times 4 \times 1$

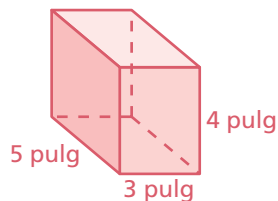
6.  $2 \times 3 \times 2$

Halla el área de superficie del prisma.





16. **ANÁLISIS DE ERRORES** Describe y corrige el error cometido al hallar el área de superficie del prisma.

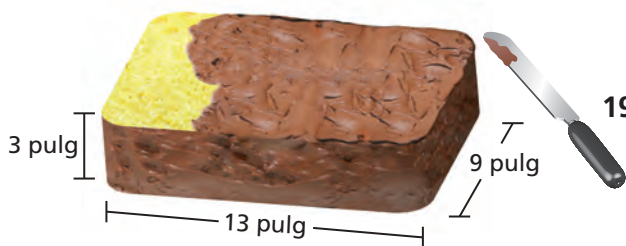


$$\begin{aligned}
 S &= 2(5)(3) + 2(3)(4) + 2(5)(3) \\
 &= 30 + 24 + 30 \\
 &= 84 \text{ pulg}^2
 \end{aligned}$$

17. **JUEGO** Halla el área de superficie de la caja de lata del juego.



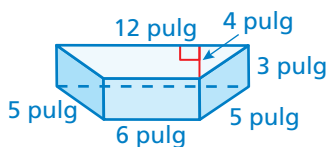
18. **PAPEL DE REGALO** Un regalo con forma de cubo mide 11 centímetros de largo. ¿Cuál es la menor cantidad de papel de regalo que necesitas para envolver el regalo?



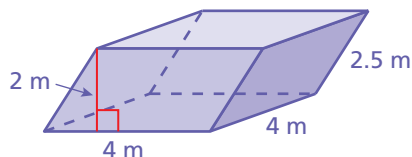
19. **GLASEADO** Una lata de glaseado cubre alrededor de 280 pulgadas cuadradas. ¿Una lata de glaseado es suficiente para glasear el pastel? Explica.

Halla el área de superficie del prisma.

20.

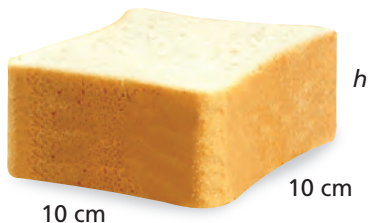


21.



22. **FINAL ABIERTO** Dibuja y rotula un prisma rectangular que tenga un área de superficie de 158 yardas cuadradas.

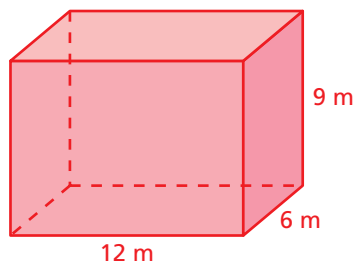
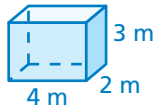
23. **ETIQUETA** Una etiqueta que envuelve una caja de pelotas de golf cubre el 75% de su área de superficie lateral. ¿Cuál es el valor de  $x$ ?



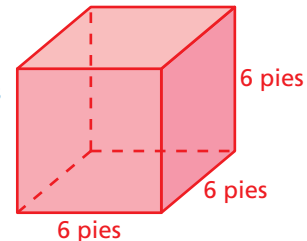
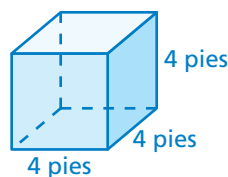
24. **PAN** Cincuenta por ciento del área de superficie del pan es corteza. ¿Cuál es la altura  $h$ ?

Compara las dimensiones de los prismas. ¿Cuántas veces mayor es el área de superficie del prisma rojo que el área de superficie del prisma azul?

25.

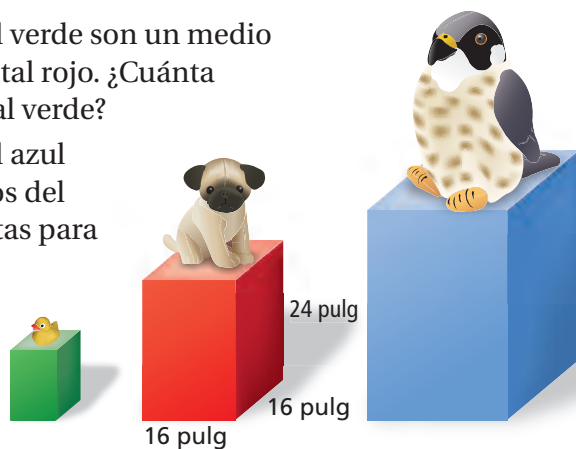


26.



27. **ESTRUCTURA** Estás pintando los siguientes pedestales para premios (incluyendo la parte inferior). Necesitas 0.5 pinta de pintura para pintar el pedestal rojo.

- Las longitudes de los lados del pedestal verde son un medio de las longitudes de los lados del pedestal rojo. ¿Cuánta pintura necesitas para pintar el pedestal verde?
- Las longitudes de los lados del pedestal azul son tres veces las longitudes de los lados del pedestal verde. ¿Cuánta pintura necesitas para pintar el pedestal azul?
- Compara la razón de las cantidades de pintura con la razón de las longitudes de los lados de los pedestales verde y rojo. Repite para los pedestales verde y el azul. ¿Qué observas?



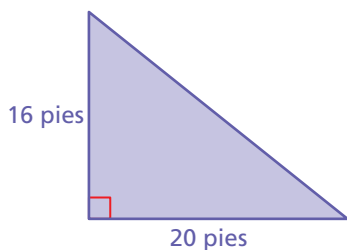
28. **Sentido Numérico** Un cubo de Rubik® del tamaño de un llavero está compuesto por cubos pequeños. Cada cubo pequeño tiene un área de superficie de 1.5 pulgadas cuadradas.
- ¿Cuál es la longitud de lado de cada cubo pequeño?
  - ¿Cuál es el área de superficie del cubo de Rubik® entero?



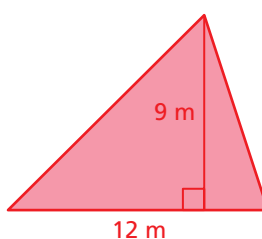
## Repaso del juego justo Lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Halla el área del triángulo. *(Manual de revisión de destrezas)*

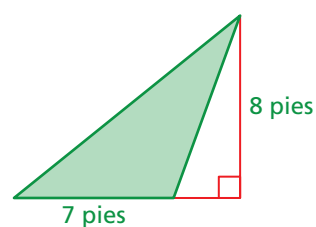
29.



30.



31.



32. **OPCIÓN MÚLTIPLE** ¿Cuál es la circunferencia de la pelota de básquetbol? Usa 3.14 para  $\pi$ . *(Sección 8.1)*

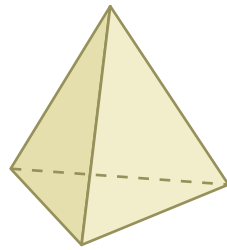
- (A) 14.13 pulg (B) 28.26 pulg (C) 56.52 pulg (D) 254.34 pulg



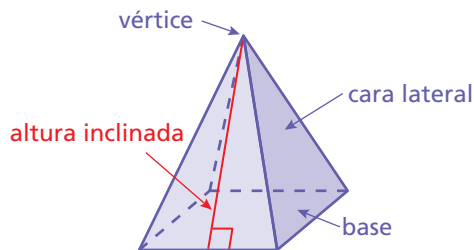
## 9.2 Áreas de superficie de pirámides

**Pregunta esencial** ¿Cómo puedes hallar el área de superficie de una pirámide?

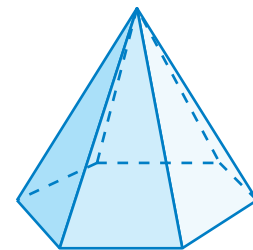
Aunque muchas pirámides famosas tienen bases cuadradas, la base de una pirámide puede ser cualquier polígono.



Base triangular



Base cuadrada



Base hexagonal

### 1 ACTIVIDAD: Hacer un modelo a escala

Trabaja con un compañero. Cada pirámide tiene una base cuadrada.

- Dibuja una plantilla de un modelo a escala de una de las pirámides. Describe tu escala.
- Recorta la plantilla y dóblala para formar una pirámide.
- Halla el área de superficie lateral de la pirámide real.

a. Pirámide de Keops en Egipto



Lado = 230 m, Altura inclinada  $\approx$  186 m

b. Muttart Conservatory en Edmonton



Lado = 26 m, Altura inclinada  $\approx$  27 m

c. Pirámide de Louvre en París



Lado = 35 m, Altura inclinada  $\approx$  28 m

d. Pirámide de Cayo Cestio en Roma



Lado = 22 m, Altura inclinada  $\approx$  29 m



#### Geometría

En esta lección, tú

- hallarás áreas de superficies de pirámides regulares.
- resolverás problemas de la vida real.

Estándar de aprendizaje

7.G.6

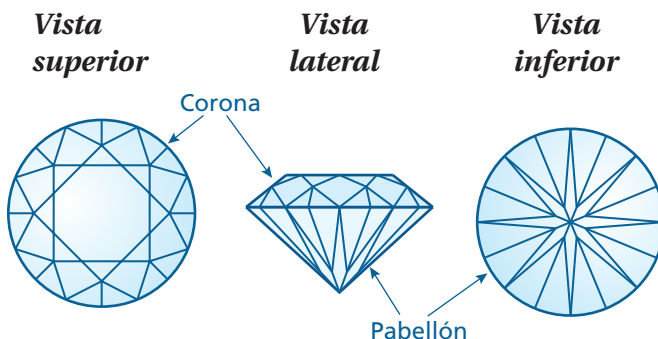
**Práctica matemática 6**

**Calcular con exactitud**

¿Cómo puedes verificar que calculaste el área de superficie lateral con exactitud?

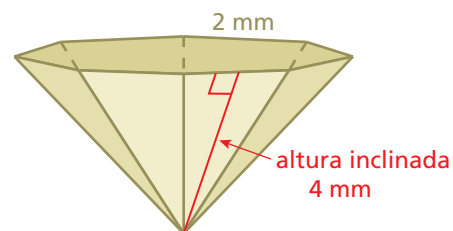
**2 ACTIVIDAD: Estimación**

Trabaja con un compañero. Hay muchas clases diferentes de cortes de piedras preciosas. Aquí hay uno que se llama corte brillante.



El tamaño y la forma del pabellón pueden aproximarse con una pirámide octagonal.

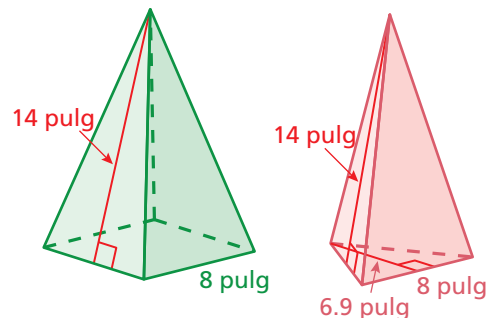
- ¿Qué significa *octagonal*?
- Dibuja una plantilla de la pirámide.
- Halla el área de superficie lateral de la pirámide.



**3 ACTIVIDAD: Comparar áreas de superficie**

Trabaja con un compañero. Ambas pirámides tienen las mismas longitudes de los lados de base y las mismas alturas inclinadas.

- RAZONAR** Sin calcular, ¿cuál pirámide tiene mayor área de superficie? Explica.
- Verifica tu respuesta de la parte (a) hallando el área de superficie de cada pirámide.



**¿Cuál es tu respuesta?**

- CON TUS PROPIAS PALABRAS** ¿Cómo puedes hallar el área de superficie de una pirámide? Dibuja un diagrama en tu explicación.

**Práctica**

Usa lo que aprendiste sobre el área de superficie de una pirámide para completar los ejercicios 4 a 6 de la página 366.

### Vocabulario clave

pirámide regular,  
pág. 364  
altura inclinada,  
pág. 364

### Recuerda

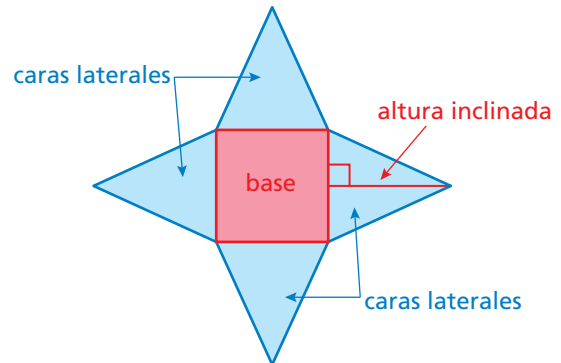
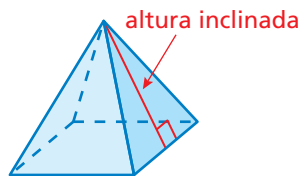
En un polígono regular, todos los lados son congruentes y todos los ángulos son congruentes.

Una **pirámide regular** es una pirámide cuya base es un polígono regular. Las caras laterales son triángulos. La altura de cada triángulo es la **altura inclinada** de la pirámide.

### Idea clave

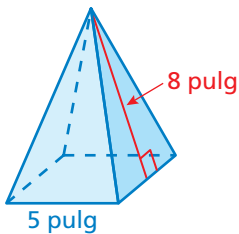
#### Área de superficie de una pirámide

El área de superficie  $S$  de una pirámide es la suma de las áreas de la base y las caras laterales.



$$S = \text{área de la base} + \text{área de las caras laterales}$$

### EJEMPLO 1 Hallar el área de superficie de una pirámide cuadrada



Halla el área de superficie de una pirámide regular.

Dibuja una plantilla.

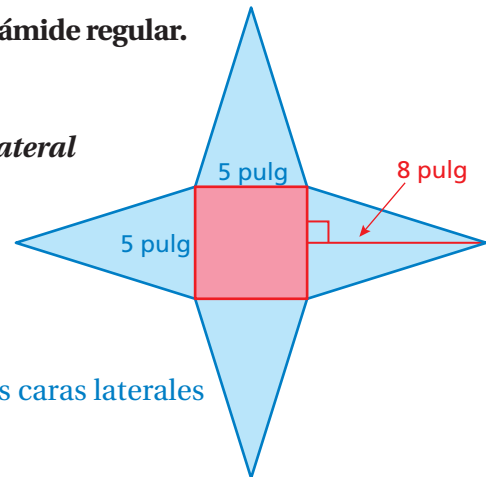
Área de la base    Área de una cara lateral

$$5 \cdot 5 = 25 \qquad \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 8 = 20$$

Halla la suma de las áreas de la base y las caras laterales.

$$\begin{aligned} S &= \text{área de la base} + \text{área de las caras laterales} \\ &= 25 + 20 + 20 + 20 + 20 \\ &= 105 \end{aligned}$$

Hay 4 caras laterales idénticas. Cuenta el área 4 veces.

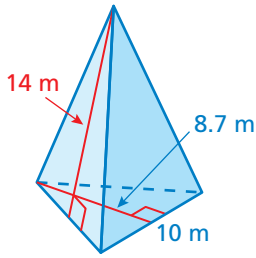


El área de superficie es de 105 pulgadas cuadradas.

### Por tu cuenta

- ¿Cuál es el área de superficie de una pirámide cuadrada con una longitud de base lateral de 9 centímetros y una altura inclinada de 7 centímetros?

## EJEMPLO 2 Hallar el área de superficie de una pirámide triangular



Halla el área de superficie de una pirámide regular.

Dibuja una plantilla.

**Área de la base**

$$\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 8.7 = 43.5$$

**Área de una cara lateral**

$$\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 14 = 70$$

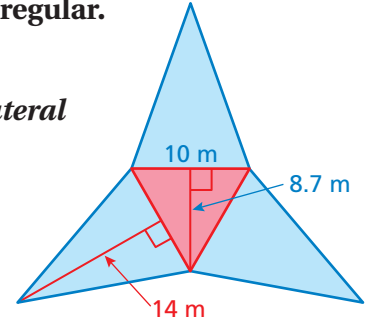
Halla la suma de las áreas de la base y las caras laterales.

$$S = \text{área de la base} + \text{área de las caras laterales}$$

$$= 43.5 + 70 + 70 + 70$$

$$= 253.5$$

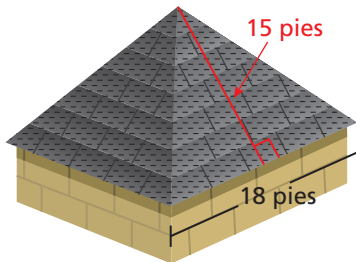
Hay 3 caras laterales idénticas.  
Cuenta el área 3 veces.



El área de superficie es de 253.5 metros cuadrados.

## EJEMPLO 3 Uso en la vida real

Un techo tiene la forma de una pirámide cuadrada. Un paquete de tejas cubre 25 pies cuadrados. ¿Cuántos paquetes deberías comprar para cubrir el techo?



La base del techo no necesita tejas. Entonces, halla la suma de las áreas de las caras laterales de la pirámide.

**Área de una cara lateral**

$$\frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 15 = 135$$

Hay cuatro caras laterales idénticas. Entonces, el área de superficie lateral es

$$135 + 135 + 135 + 135 = 540.$$

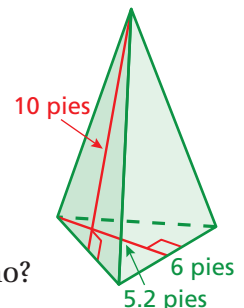
Como un paquete de tejas cubre 25 pies cuadrados, se necesitarán  $540 \div 25 = 21.6$  paquetes para cubrir el techo.

Entonces, deberías comprar 22 paquetes de tejas.

### Por tu cuenta

Ahora estás listo  
Ejercicios 7 a 12

- ¿Cuál es el área de superficie de la pirámide regular de la derecha?
- ¿QUÉ PASA SI? En el ejemplo 3, un paquete de tejas cubre 32 pies cuadrados. ¿Cuántos paquetes deberías comprar para cubrir el techo?



## Verificación de vocabulario y conceptos

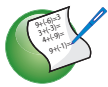
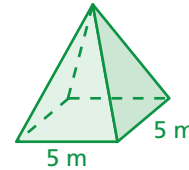
- VOCABULARIO** ¿Una pirámide puede tener rectángulos como caras laterales? Explica.
- PENSAMIENTO CRÍTICO** ¿Por qué es útil saber la altura inclinada de una pirámide para hallar su área de superficie?
- ¿CUÁL NO CORRESPONDE?** ¿Cuál de las siguientes descripciones del cuerpo geométrico *no* corresponde al grupo de la otras tres? Explica tu respuesta.

pirámide cuadrada

pirámide regular

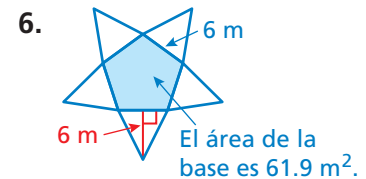
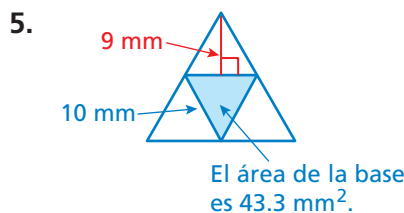
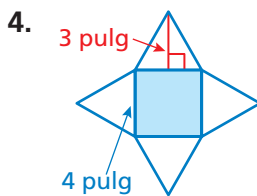
pirámide rectangular

pirámide triangular

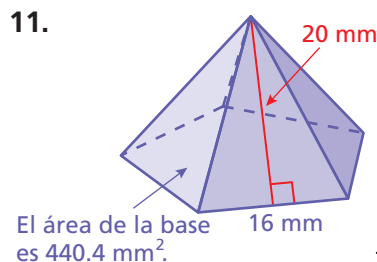
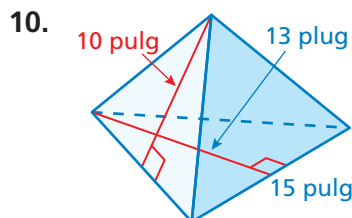
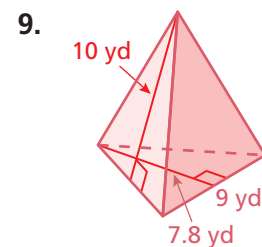
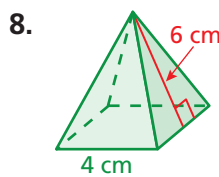
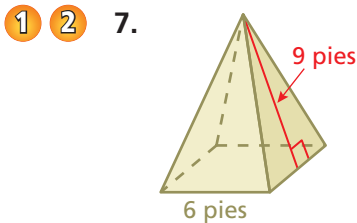


## Práctica y resolución de problemas

Usa la plantilla para hallar el área de superficie de la pirámide regular.

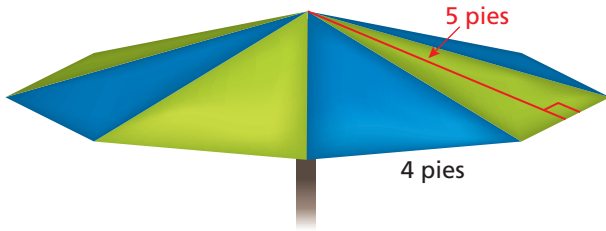
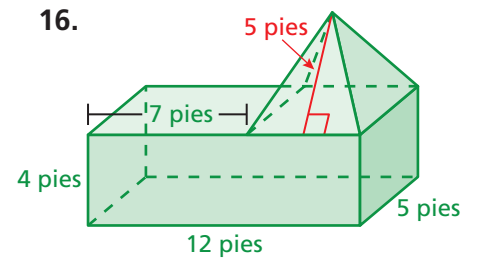
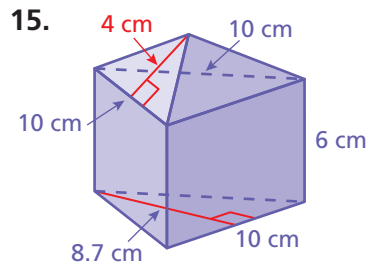
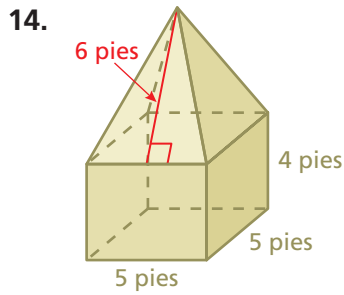


En los ejercicios 7 a 11, halla el área de superficie de la pirámide regular.



- PANTALLA** La base de una pantalla de una lámpara es un hexágono regular con una longitud de lado de 8 pulgadas. Estima la cantidad de vidrio que se necesita para hacer la pantalla.
- GEOMETRÍA** El área de superficie de una pirámide cuadrada es de 85 metros cuadrados. La longitud de la base mide 5 metros. ¿Cuál es la altura inclinada?

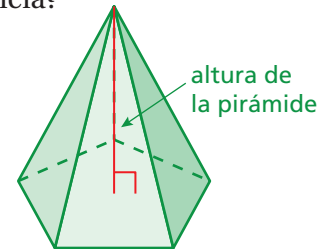
Halla el área de superficie del cuerpo geométrico compuesto.



17. **RESOLVER PROBLEMAS** Vas a fabricar un paraguas que tiene la forma de una pirámide regular octagonal.

- Estima la cantidad de tela que necesitas para fabricar el paraguas.
- La tela viene en rollos que miden 72 pulgadas de ancho. No quieres cortar la tela “en el bias”. Averigua qué significa esto. Luego, dibuja un diagrama de cómo puedes cortar la tela de la manera más eficiente.
- ¿Cuánta tela se desperdicia?

18. **RAZONAR** La *altura* de una pirámide es la distancia perpendicular entre la base y la cima de la pirámide. ¿Cuál es mayor, la altura de la pirámide o la altura inclinada? Explica tu razonamiento.



19. **TETRAEDRO** Un tetraedro es una pirámide triangular cuyas cuatro caras son triángulos equiláteros idénticos. El área total de superficie lateral es de 93 centímetros cuadrados. Halla el área de superficie del tetraedro.

20. **Razonar** ¿El área total de las caras laterales de una pirámide es *mayor que*, *menor que* o *igual a* el área de la base? Explica.

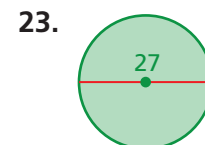
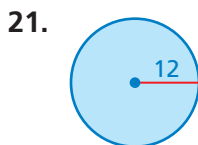


## Repaso del juego justo

Lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Halla el área y la circunferencia del círculo. Usa 3.14 para  $\pi$ .

(Sección 8.1 y Sección 8.3)



24. **OPCIÓN MÚLTIPLE** La distancia entre las bases de un campo de béisbol amateur es proporcional a la distancia entre las bases de un campo de béisbol profesional. La razón de la distancia amateur a la distancia profesional es 2 : 3. La distancia entre las bases en un campo de béisbol amateur es de 60 pies. ¿Cuál es la distancia entre las bases en un campo de béisbol profesional? (Sección 5.4)

(A) 40 pies

(B) 90 pies

(C) 120 pies

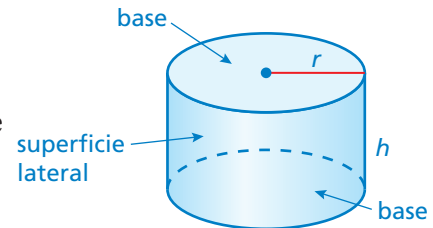
(D) 180 pies



## 9.3 Áreas de superficie de cilindros

**Pregunta esencial** ¿Cómo puedes hallar el área de superficie de un cilindro?

Un *cilindro* es un cuerpo geométrico que tiene dos bases circulares idénticas y paralelas.



### 1 ACTIVIDAD: Hallar el área

Trabaja con un compañero.  
Utiliza un cilindro de cartón.

- Comenta cómo puedes hallar el área de la parte exterior del rollo.
- Estima el área usando los métodos que comentaste.
- Usa el rollo y la tijera para hallar el área real del cartón.
- Compara el área real con tus estimaciones.



### 2 ACTIVIDAD: Hallar el área de superficie

Trabaja con un compañero.



Geometría

En esta lección, tú

- hallarás áreas de superficie de cilindros.

Aplicar estándares  
7.G.4



- Haz una plantilla para la lata. Nombra las formas en la plantilla.
- Halla el área de superficie de la lata.
- ¿Cómo se relacionan las dimensiones del rectángulo con las dimensiones de la lata?

### 3 ACTIVIDAD: Estimación

#### Práctica matemática 7

##### Ver como componentes

¿Cómo puedes usar los resultados de la actividad 2 como ayuda para identificar los componentes del área de superficie?

Trabaja con un compañero. Estima, de memoria, las dimensiones en pulgadas un un objeto de la vida real. Luego, usa las dimensiones para estimar el área de superficie del objeto en pulgadas cuadradas.

a.



b.



c.

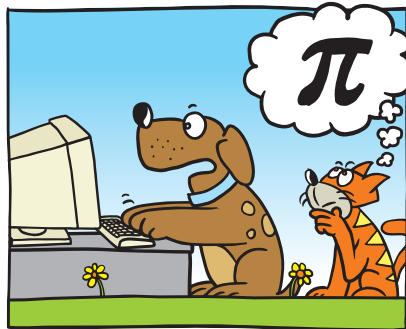


d.



### ¿Cuál es tu respuesta?

- CON TUS PROPIAS PALABRAS** ¿Cómo puedes hallar el área de superficie de un cilindro? Da un ejemplo en tu descripción. Incluye un dibujo del cilindro.
- Si se usan ocho lugares decimales,  $\pi \approx 3.14159265$ . ¿Cuál de las siguientes opciones es más cercana a  $\pi$ ?
  - 3.14
  - $\frac{22}{7}$
  - $\frac{355}{113}$



"Para aproximar  $\pi \approx 3.141593$ , simplemente recuerdo 1, 1, 3, 3, 5, 5."



"Luego, calculo  $\frac{355}{113} \approx 3.141593$ ."

#### Práctica

Usa lo que aprendiste sobre el área de superficie de un cilindro para completar los ejercicios 3 a 5 de la página 372.

## Idea clave

### Área de superficie de un cilindro

**Palabras** El área de superficie  $S$  de un cilindro es la suma de las áreas de las bases y la superficie lateral.

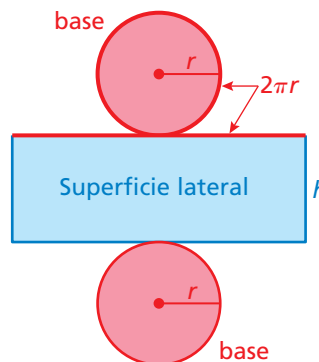
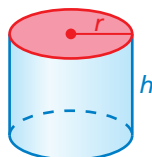
### Recuerda

Pi puede aproximarse como 3.14 o  $\frac{22}{7}$ .

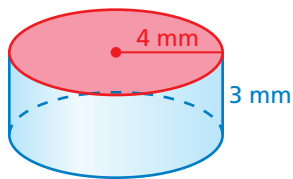
**Álgebra**  $S = 2\pi r^2 + 2\pi rh$

Área de las bases

Área de la superficie lateral



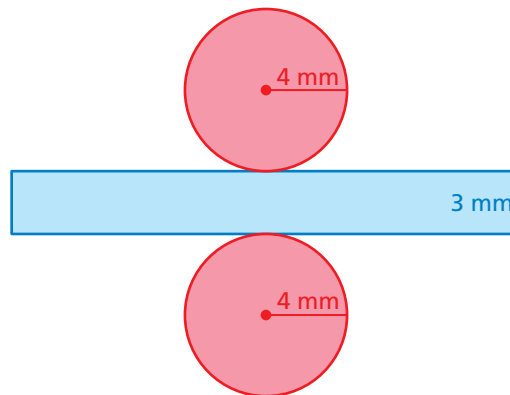
## EJEMPLO 1 Hallar el área de superficie de un cilindro



Halla el área de superficie del cilindro. Redondea tu respuesta a la décima más cercana.

Dibuja una plantilla.

$$\begin{aligned} S &= 2\pi r^2 + 2\pi rh \\ &= 2\pi(4)^2 + 2\pi(4)(3) \\ &= 32\pi + 24\pi \\ &= 56\pi \\ &\approx 175.8 \end{aligned}$$

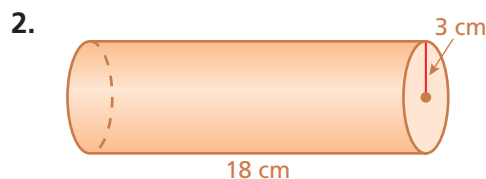
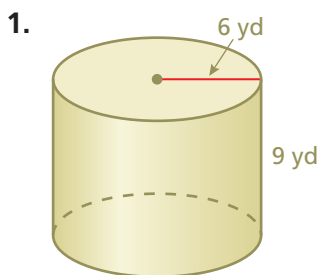


El área de superficie es de aproximadamente 175.8 milímetros cuadrados.

### Por tu cuenta

Ahora estás listo  
Ejercicios 6 a 8

Halla el área de superficie del cilindro. Redondea tu respuesta a la décima más cercana.



## EJEMPLO 2 Hallar el área de superficie

¿Qué cantidad de papel se usa para hacer la etiqueta de la lata de guisantes?

Halla el área de superficie lateral del cilindro.



$$S = 2\pi rh$$

No incluyas las áreas de las bases en la fórmula.

$$= 2\pi(1)(2)$$

Sustituye.

$$= 4\pi \approx 12.56$$

Multiplica.

❖ Para hacer la etiqueta, se usan aproximadamente 12.56 pulgadas cuadradas de papel.

## EJEMPLO 3 Uso en la vida real

Ganas \$0.01 por reciclar la lata del ejemplo 2. ¿Cuánto crees que podrías ganar por reciclar la lata de tomates? Supón que el valor de reciclado es proporcional al área de superficie.

Halla el área de superficie de cada lata.



**Tomates**

$$\begin{aligned} S &= 2\pi r^2 + 2\pi rh \\ &= 2\pi(2)^2 + 2\pi(2)(5.5) \\ &= 8\pi + 22\pi \\ &= 30\pi \end{aligned}$$

**Guisantes**

$$\begin{aligned} S &= 2\pi r^2 + 2\pi rh \\ &= 2\pi(1)^2 + 2\pi(1)(2) \\ &= 2\pi + 4\pi \\ &= 6\pi \end{aligned}$$

Usa la proporción para hallar el valor de reciclado  $x$  de la lata de tomates.

$$\frac{30\pi \text{ pulg}^2}{x} = \frac{6\pi \text{ pulg}^2}{\$0.01}$$

← área de superficie

← valor de reciclado

$$30\pi \cdot 0.01 = x \cdot 6\pi$$

Propiedad de productos cruzados

$$5 \cdot 0.01 = x$$

Divide cada lado entre  $6\pi$ .

$$0.05 = x$$

Simplifica.

❖ Puedes esperar ganar \$0.05 por reciclar la lata de tomates.

### Por tu cuenta

Ahora estás listo  
Ejercicios 9 a 11

3. **¿QUÉ PASA SI?** En el ejemplo 3, se duplica la altura de la lata de guisantes.

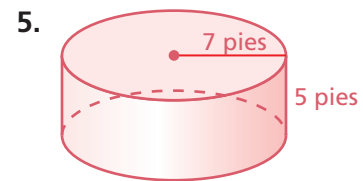
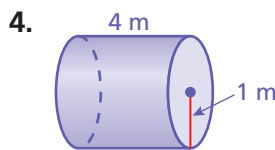
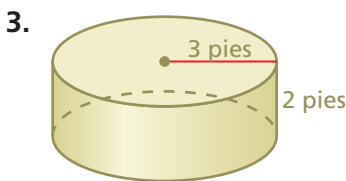
- ¿Se duplica la cantidad de papel que se usó para la etiqueta?
- ¿Se duplica el valor de reciclado? Explica.

## Verificación de vocabulario y conceptos

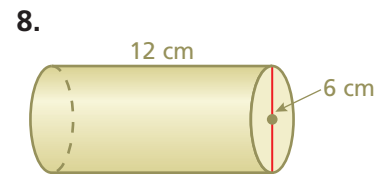
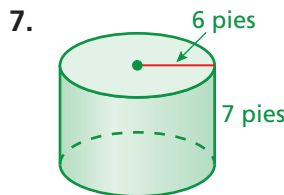
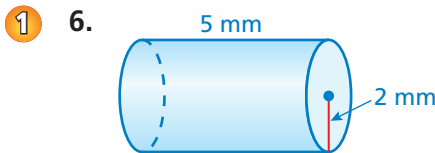
- PENSAMIENTO CRÍTICO** ¿Qué parte de la fórmula  $S = 2\pi r^2 + 2\pi rh$  representa el área de superficie lateral de un cilindro?
- PENSAMIENTO CRÍTICO** Te dan la altura y la circunferencia de la base de un cilindro. Describe cómo hallar el área de superficie del cilindro entero.

## Práctica y resolución de problemas

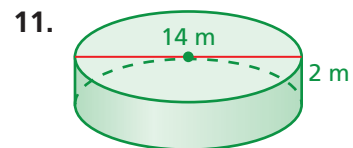
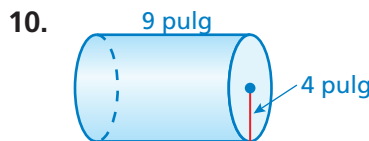
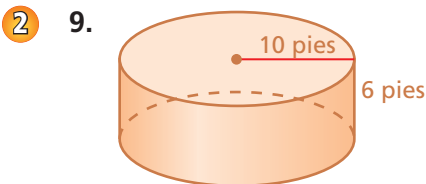
Haz una plantilla del cilindro. Luego, halla el área de superficie del cilindro. Redondea tu respuesta a la décima más cercana.



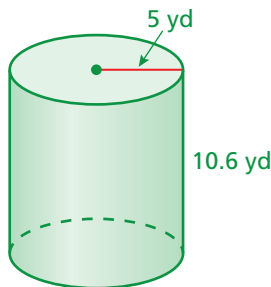
Halla el área de superficie del cilindro. Redondea tu respuesta a la décima más cercana.



Halla el área de superficie lateral del cilindro. Redondea tu respuesta a la décima más cercana.



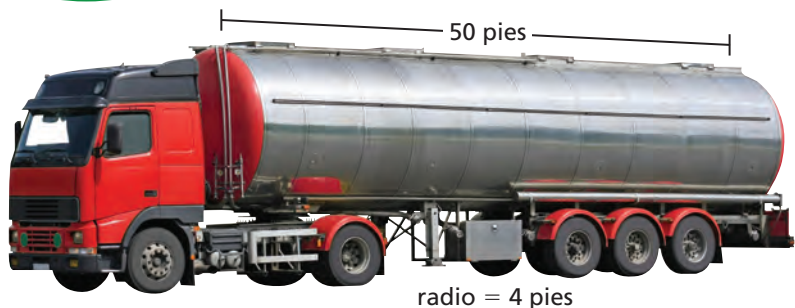
12. **ANÁLISIS DE ERRORES**  
Describe y corrige el error cometido al hallar el área de superficie del cilindro.



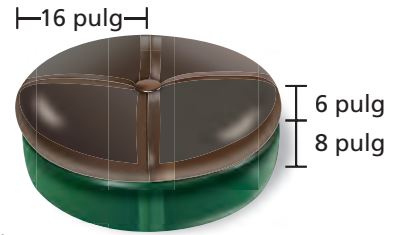
**X**

$$\begin{aligned} S &= \pi r^2 + 2\pi rh \\ &= \pi(5)^2 + 2\pi(5)(10.6) \\ &= 25\pi + 106\pi \\ &= 131\pi \approx 411.3 \text{ yd}^2 \end{aligned}$$

13. **TANQUE** El tanque del camión es un cilindro de acero inoxidable. Halla el área de superficie del tanque.



14. **OTOMANO** ¿Qué porcentaje del área de superficie del sofá otomano es verde (sin incluir la parte inferior)?



15. **RAZONAR** Haces dos cilindros con hojas de papel de 8.5 pulgadas por 11 pulgadas. Uno tiene una altura de 8.5 pulgadas y el otro tiene una altura de 11 pulgadas. Sin calcular, compara las áreas de superficie de los cilindros.

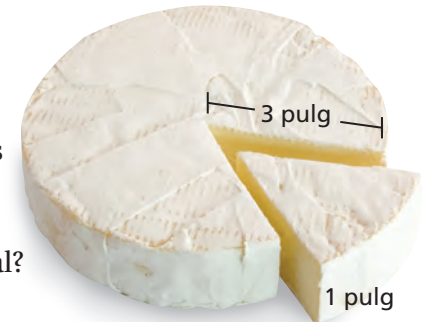


16. **INSTRUMENTO** Una *ganzá* un instrumento de percusión que se usa para tocar música de samba.

- Halla el área de superficie de cada una de las dos ganzás rotuladas.
- La ganzá más pequeña pesa 1.1 libras. Supón que el área de superficie es proporcional al peso. ¿Cuánto pesa la ganzá más grande?

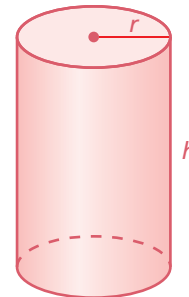
17. **QUESO BRIE** La porción cortada representa un octavo del queso.

- Halla el área de superficie del queso antes del corte.
- Halla el área de superficie del queso que queda después de quitar la porción ¿El área de superficie aumentó, disminuyó o se mantuvo igual?



18. **Razonamiento repetido** Un cilindro tiene un radio  $r$  y una altura  $h$ .

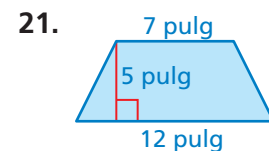
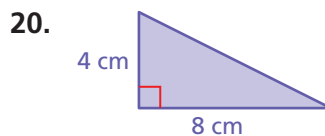
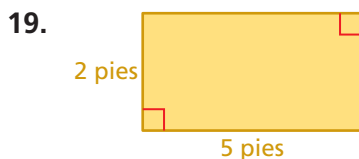
- ¿Cuántas veces mayor es el área de superficie de un cilindro si ambas dimensiones se multiplican por un factor de 2? ¿De 3? ¿De 5? ¿De 10?
- Describe el patrón de la parte (a). ¿Cuántas veces mayor es el área de superficie de un cilindro si ambas dimensiones se multiplican por un factor de 20?



## Repaso del juego justo

Lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Halla el área. (*Manual de revisión de destrezas*)



22. **OPCIÓN MÚLTIPLE** ¿El 40% de qué número es 80? (*Sección 6.4*)

(A) 32

(B) 48

(C) 200

(D) 320

Puedes usar un **marco de información** para ayudarte a organizar y recordar conceptos. A continuación, encontrarás un ejemplo de un marco de información para áreas de superficie de prismas rectangulares.

**Visual:**

**Palabras:**

El área de superficie  $S$  de un prisma rectangular es la suma de las áreas de las bases y las caras laterales.

**Álgebra:**

$$S = 2lw + 2lh + 2wh$$

Áreas de bases      Áreas de cara lateral

**Áreas de superficie de prismas rectangulares**

**Ejemplo:**

$$\begin{aligned}
 S &= 2lw + 2lh + 2wh \\
 5 \text{ pulg} &= 2(3)(4) + 2(3)(5) + 2(4)(5) \\
 &= 24 + 30 + 40 \\
 &= 94 \text{ pulg}^2
 \end{aligned}$$

## Por tu cuenta

Haz marcos de información como ayuda para estudiar los temas.

1. áreas de superficie de prismas
2. áreas de superficie de pirámides
3. áreas de superficie de cilindros

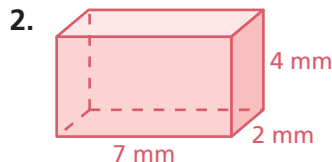
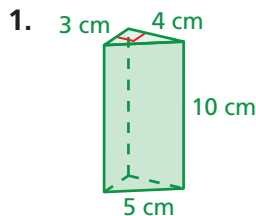
Después de terminar este capítulo, haz marcos de información de los siguientes temas.

4. volúmenes de prismas
5. volúmenes de pirámides

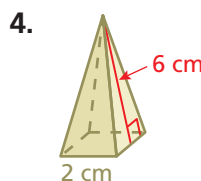
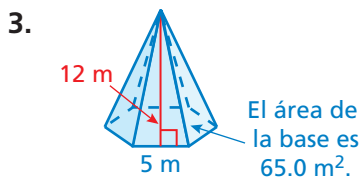


"Me cuesta encontrar un buen título para mi marco de información".

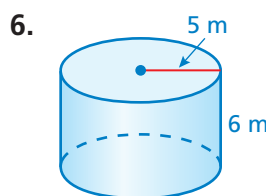
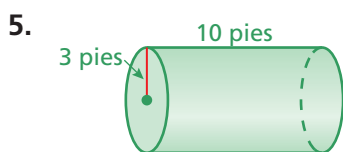
Halla el área de superficie del prisma. (Sección 9.1)



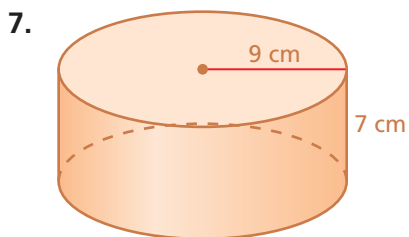
Halla el área de superficie de la pirámide regular. (Sección 9.2)



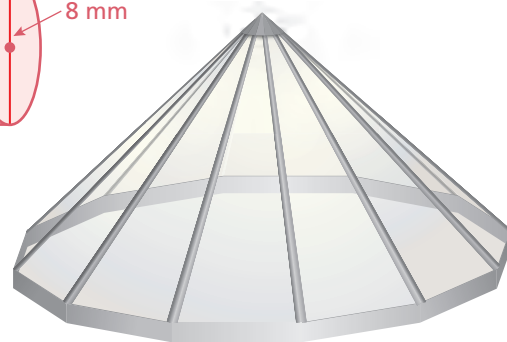
Halla el área de superficie del cilindro. Redondea tu respuesta a la décima más cercana. (Sección 9.3)



Halla el área de superficie lateral del cilindro. Redondea tu respuesta a la décima más cercana. (Sección 9.3)

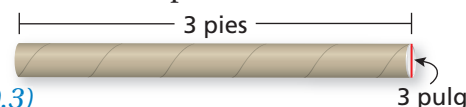


9. **TRAGALUZ** Estás construyendo un tragaluz que tiene 12 piezas triangulares de vidrio y una altura inclinada de 3 pies. Cada pieza triangular tiene una base de 1 pie. (Sección 9.2)



- ¿Cuánto vidrio necesitarás para construir el tragaluz?
- ¿Puedes cortar los 12 triángulos de vidrio de una placa de vidrio que mide 4 pies por 8 pies? Si es así, dibuja un diagrama que demuestre cómo se puede hacer esto.

10. **TUBO DE ENVÍO** ¿Cuál es la menor cantidad de material que se necesita para hacer el tubo de envío? (Sección 9.3)



11. **BAÚL DE MADERA** Se pintarán todas las caras del baúl de madera, menos la parte inferior. Halla el área que se pintará en *pulgadas cuadradas*. (Sección 9.1)





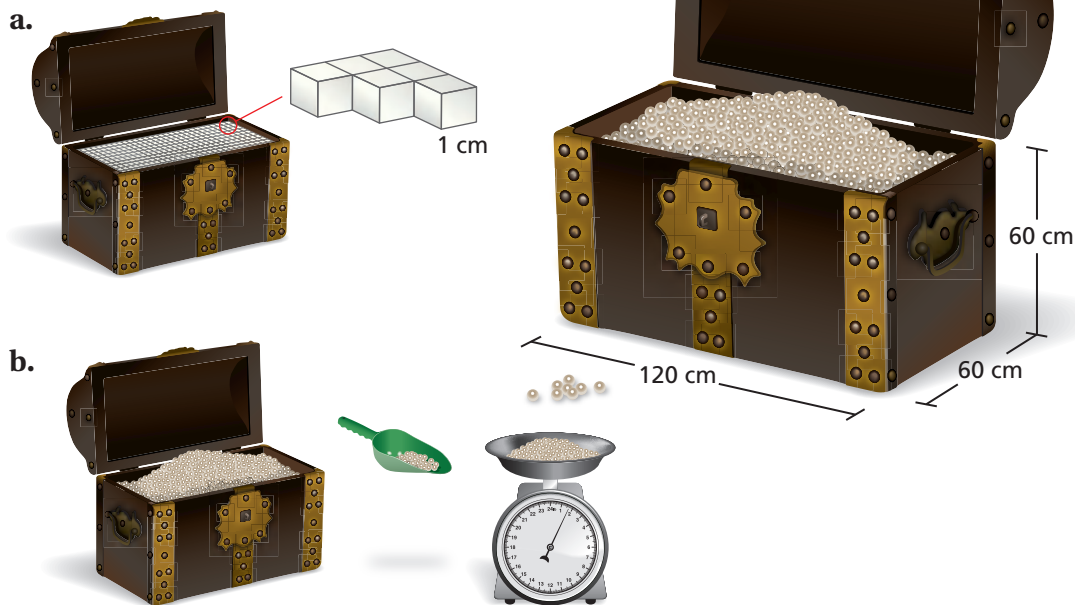
## 9.4 Volúmenes de prismas

**Pregunta esencial** ¿Cómo puedes hallar el volumen de un prisma?

### 1 ACTIVIDAD: Las perlas en un baúl del tesoro

Trabaja con un compañero. Un baúl con un tesoro está lleno de perlas valiosas. Cada perla mide aproximadamente 1 centímetro de diámetro y vale alrededor de \$80.

Usa los siguientes diagramas para describir dos maneras de estimar el número de perlas que hay en el baúl del tesoro.



c. Usa el método de la parte (a) para estimar el valor de las perlas en el baúl.



ESTÁNDARES  
COMUNES

### 2 ACTIVIDAD: Hallar una fórmula de volumen

Geometría

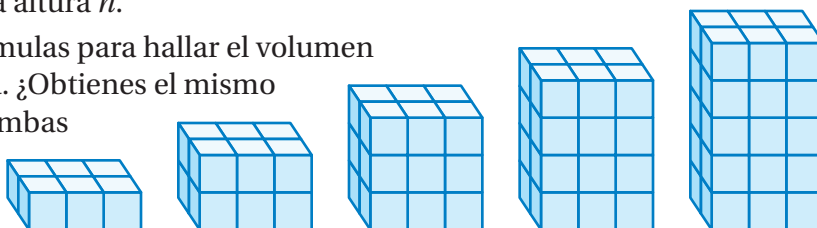
En esta lección, tú

- hallarás volúmenes de prismas.
- resolverás problemas de la vida real.

Estándar de aprendizaje  
7.G.6

Trabaja con un compañero. Sabes que la fórmula para hallar el volumen de un prisma rectangular es  $V = \ell wh$ .

- Escribe una fórmula que indique el volumen en términos del área de la base  $B$  y la altura  $h$ .
- Usa ambas fórmulas para hallar el volumen de cada prisma. ¿Obtienes el mismo volumen con ambas fórmulas?



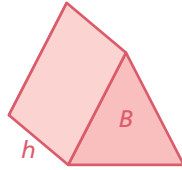
### 3 ACTIVIDAD: Hallar una fórmula de volumen

#### Práctica matemática 4

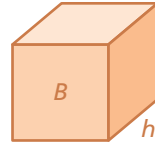
##### Usar una fórmula

¿Cuáles son las cantidades dadas?  
¿Cómo puedes usar las cantidades para escribir una fórmula?

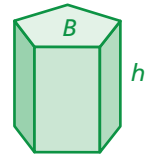
Trabaja con un compañero. Usa el concepto de la actividad 2 para hallar una fórmula que dé el volumen de cualquier prisma.



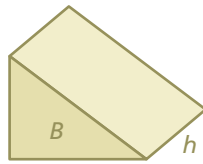
Prisma triangular



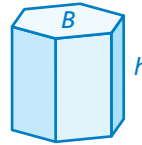
Prisma rectangular



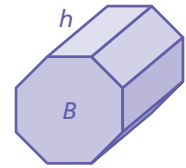
Prisma pentagonal



Prisma triangular



Prisma hexagonal



Prisma octogonal

### 4 ACTIVIDAD: Usar una fórmula

Trabaja con un compañero. Una resma de papel tiene 500 hojas.

- ¿Una sola hoja de papel tiene volumen? ¿Por qué sí o por qué no?
- Si lo tiene, explica cómo puedes hallar el volumen de una sola hoja de papel.



### ¿Cuál es tu respuesta?

- CON TUS PROPIAS PALABRAS** ¿Cómo puedes hallar el volumen de un prisma?
- ESTRUCTURA** Dibuja un prisma cuya base sea un trapecio. Usa tu fórmula para hallar el volumen del prisma.

#### Práctica

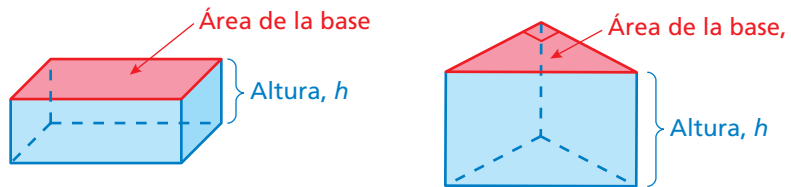
Usa lo que aprendiste sobre volúmenes de prismas para completar los ejercicios 4 a 6 de la página 380.

El *volumen* de una figura tridimensional es una medida de la cantidad de espacio que ocupa. El volumen se mide en unidades cúbicas.

## Idea clave

### Volumen de un prisma

**Palabra** El volumen  $V$  de un prisma es el producto del área de la base y la altura del prisma.



### Álgebra

$$V = Bh$$

Área de la base

Altura del prisma

### Recuerda

El volumen  $V$  de un cubo con una longitud de arista de  $s$  es  $V = s^3$ .

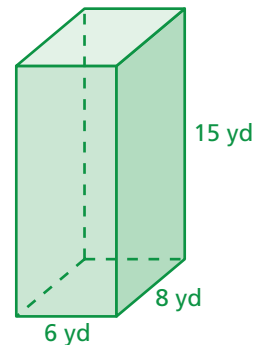
## EJEMPLO 1 Hallar el volumen de un prisma

### Consejo de estudio

El área de la base de un prisma rectangular es el producto de la longitud  $\ell$  y del ancho  $w$ . Puedes usar la fórmula  $V = \ell wh$  para hallar el volumen de un prisma rectangular.

Halla el volumen del prisma.

$$\begin{aligned} V &= Bh && \text{Escribe la fórmula para hallar el volumen.} \\ &= 6(8) \cdot 15 && \text{Sustituye.} \\ &= 48 \cdot 15 && \text{Simplifica.} \\ &= 720 && \text{Multiplica.} \end{aligned}$$

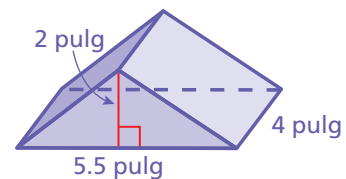


El volumen es de 720 yardas cúbicas.

## EJEMPLO 2 Hallar el volumen de un prisma

Halla el volumen del prisma.

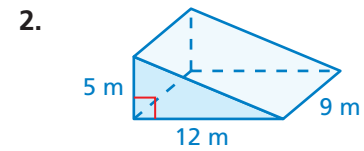
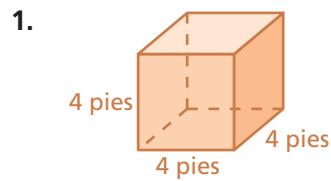
$$\begin{aligned} V &= Bh && \text{Escribe la fórmula para hallar el volumen.} \\ &= \frac{1}{2}(5.5)(2) \cdot 4 && \text{Sustituye.} \\ &= 5.5 \cdot 4 && \text{Simplifica.} \\ &= 22 && \text{Multiplica.} \end{aligned}$$



El volumen es de 22 pulgadas cúbicas.

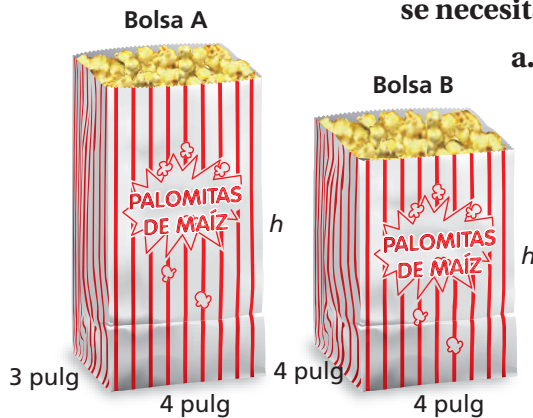
### Por tu cuenta

Halla el volumen del prisma.



### EJEMPLO 3 Uso en la vida real

Un cine diseña dos bolsas para que contengan 96 pulgadas cúbicas de palomitas de maíz. (a) Halla la altura de cada bolsa. (b) ¿Qué bolsa debería elegir el cine para reducir la cantidad de papel que se necesita? Explica.



a. Halla la altura de cada bolsa.

**Bolsa A**

$$V = Bh$$

$$96 = 4(3)(h)$$

$$96 = 12h$$

$$8 = h$$

∴ La altura mide 8 pulgadas.

**Bolsa B**

$$V = Bh$$

$$96 = 4(4)(h)$$

$$96 = 16h$$

$$6 = h$$

∴ La altura mide 6 pulgadas.

b. Para determinar la cantidad de papel que se necesita, halla el área de superficie de cada bolsa. No incluyas la base superior.

**Bolsa A**

$$S = lw + 2lh + 2wh$$

$$= 4(3) + 2(4)(8) + 2(3)(8)$$

$$= 12 + 64 + 48$$

$$= 124 \text{ pulg}^2$$

**Bolsa B**

$$S = lw + 2lh + 2wh$$

$$= 4(4) + 2(4)(6) + 2(4)(6)$$

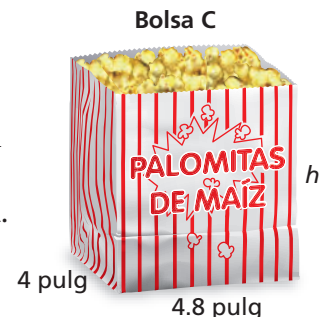
$$= 16 + 48 + 48$$

$$= 112 \text{ pulg}^2$$

∴ El área de superficie de la bolsa B es menor que el área de superficie de la bolsa A. Entonces, el cine debería elegir la bolsa B.

### Por tu cuenta

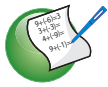
3. Diseña la bolsa C, que tiene un volumen de 96 pulgadas cúbicas. ¿El teatro del ejemplo 3 debería elegir tu bolsa? Explica.





## Verificación de vocabulario y conceptos

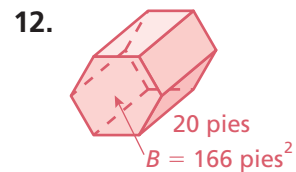
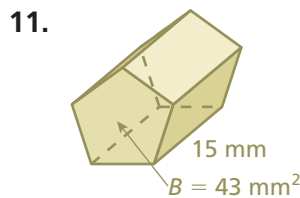
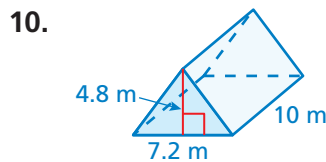
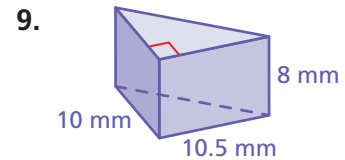
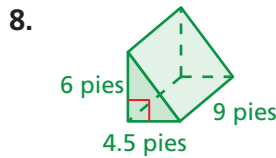
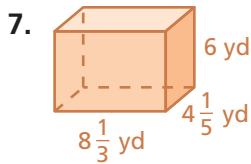
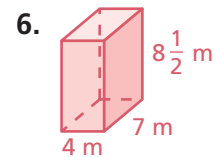
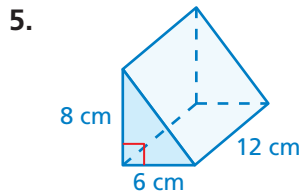
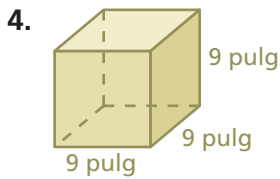
- VOCABULARIO** ¿Qué tipo de unidades se usan para describir el volumen?
- VOCABULARIO** Explica cómo hallar el volumen de un prisma.
- PENSAMIENTO CRÍTICO** ¿En qué se diferencian el volumen y el área de superficie?



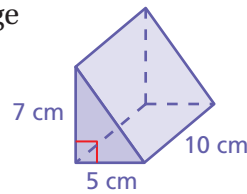
## Práctica y resolución de problemas

Halla el volumen del prisma.

1 2



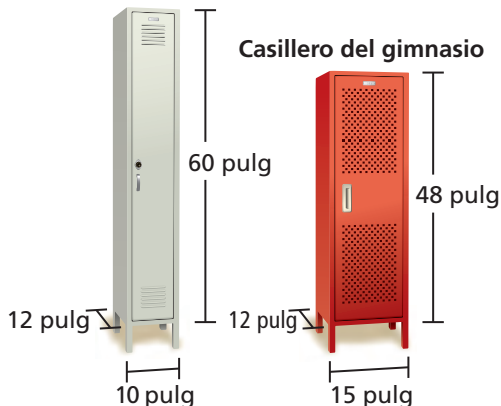
13. **ANÁLISIS DE ERRORES** Describe y corrige el error cometido al hallar el volumen del prisma triangular.



**X**  $V = Bh$   
 $= 10(5)(7)$   
 $= 50 \cdot 7$   
 $= 350 \text{ cm}^3$

Casillero de la escuela

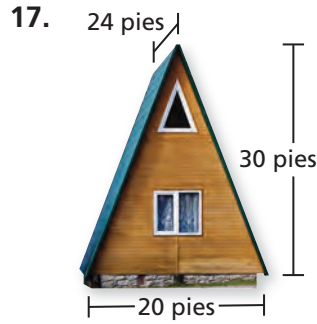
Casillero del gimnasio



14. **CASILLERO** Cada casillero tiene forma de prisma rectangular. ¿Cuál tiene más espacio de almacenamiento? Explica.

15. **CAJA DE CEREAL** Una caja de cereal mide 9 pulgadas por 2.5 pulgadas por 10 pulgadas. ¿Cuál es el volumen de la caja?

**Halla el volumen del prisma.**



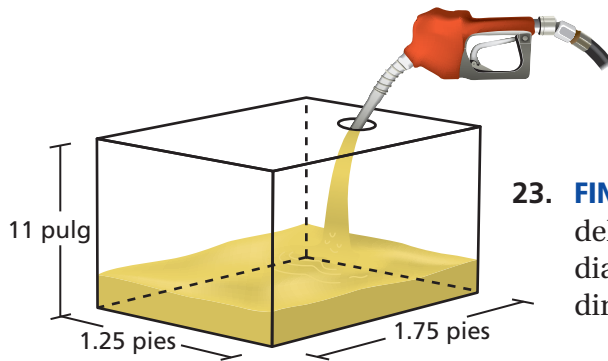
18. **LÓGICA** Dos prismas tienen el mismo volumen. ¿Tienen la misma área de superficie *siempre, a veces o nunca*? Explica.

19. **UNIDADES CÚBICAS** ¿Cuántas pulgadas cúbicas hay en un pie cúbico? Usa un bosquejo para explicar tu razonamiento.

20. **CAPACIDAD** Para un regalo, llenarás el calendario con paquetes de chocolate. Cada paquete tiene un volumen de 2 pulgadas cúbicas. Halla el máximo número de paquetes que puedes poner dentro del calendario.



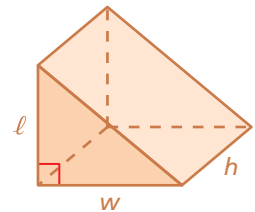
21. **PRECISIÓN** Se vierten dos litros de agua en un florero vacío que tiene forma de prisma octagonal. El área de la base es de 100 centímetros cuadrados. ¿Cuál es la altura del agua? (1 L = 1000 cm<sup>3</sup>)



22. **TANQUE DE GASOLINA** Un tanque tiene 20% de gasolina. Usa el precio actual de la gasolina regular en tu comunidad para hallar el costo de llenar el tanque. (1 gal = 231 pulg<sup>3</sup>)

23. **FINAL ABIERTO** Visitas un acuario. Uno de los tanques del acuario contiene 450 galones de agua. Dibuja un diagrama que muestre uno de los posibles conjuntos de dimensiones del tanque. (1 gal = 231 pulg<sup>3</sup>)

24. **Pensamiento crítico** ¿Cuántas veces mayor es el volumen de un prisma triangular cuando se duplica una de sus dimensiones? ¿Cuándo se duplican las tres dimensiones?



**Repaso del juego justo**

Lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Halla el precio de venta. (Sección 6.6)

25. Costo para la tienda: \$75    26. Costo para la tienda: \$90    27. Costo para la tienda: \$130  
 Margen de ganancia: 20%    Margen de ganancia: 60%    Margen de ganancia: 85%

28. **OPCIÓN MÚLTIPLE** ¿Cuál es el área de superficie aproximada de un cilindro que tiene un radio de 3 pulgadas y una altura de 10 pulgadas? (Sección 9.3)

- (A) 30 pulg<sup>2</sup>    (B) 87 pulg<sup>2</sup>    (C) 217 pulg<sup>2</sup>    (D) 245 pulg<sup>2</sup>

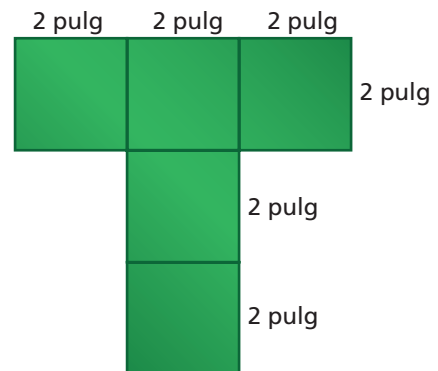
## 9.5 Volúmenes de pirámides

**Pregunta esencial** ¿Cómo puedes hallar el volumen de una pirámide?

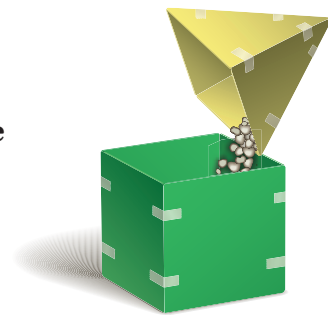
### 1 ACTIVIDAD: Hallar una fórmula de manera experimental

Trabaja con un compañero.

- Dibuja las dos plantillas en cartón y recórtalas.



- Dobla las plantillas y únelas con cinta adhesiva para formar una caja cuadrada abierta y una pirámide abierta.
- Ambas figuras deben tener una base cuadrada del mismo tamaño y la misma altura.
- Llena la pirámide con guijarros. Luego, pasa los guijarros a la caja. Repite esta operación hasta que la caja esté llena. ¿Cuántas pirámides hacen falta para llenar la caja?
- Usa tu resultado para hallar una fórmula para el volumen de una pirámide.



### 2 ACTIVIDAD: Comparar volúmenes

Trabaja con un compañero. Eres un arqueólogo que estudia dos pirámides antiguas. ¿Qué factores influirían en la cantidad de tiempo que llevó construir cada pirámide? En condiciones similares, ¿qué pirámide tardó más tiempo en construirse? Explica tu razonamiento.



#### Geometría

En esta lección, tú

- hallarás volúmenes de pirámides.
- resolverás problemas de la vida real.

Estándar de aprendizaje 7.G.6



Pirámide del Sol en México  
Altura: 246 pies  
Base: 738 pies por 738 pies



Pirámide de Keops en Egipto  
Altura: aproximadamente 480 pies  
Base: aproximadamente 755 pies por 755 pies

### 3 ACTIVIDAD: Hallar y usar un patrón

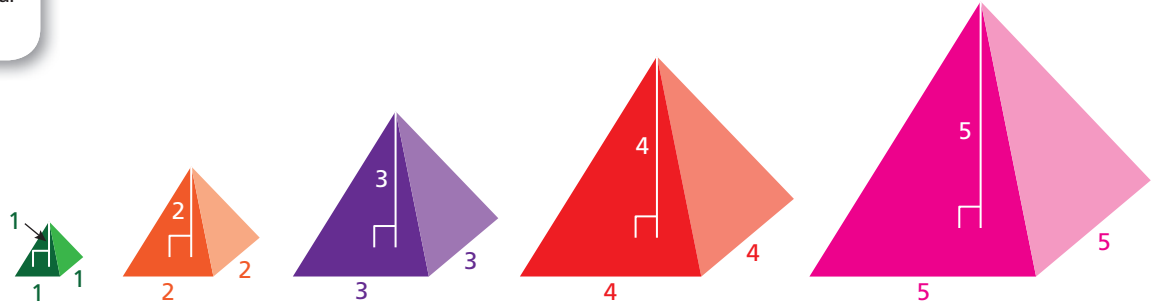
#### Práctica matemática 7

##### Buscar patrones

A medida que aumentan la altura y las longitudes de la base, ¿cómo afecta este patrón al volumen? Explica.

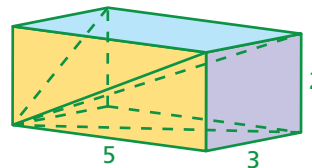
Trabaja con un compañero.

- Halla los volúmenes de las pirámides.
- Organiza tu resultados en una tabla.
- Describe el patrón.
- Usa tu patrón para hallar el volumen de una pirámide cuya longitud de base y altura midan 20.

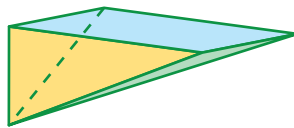


### 4 ACTIVIDAD: Descomponer un prisma en pirámides

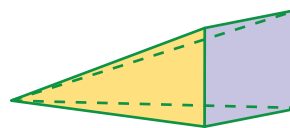
Trabaja con un compañero. El prisma rectangular puede cortarse para formar tres pirámides. Muestra que la suma de los volúmenes de las tres pirámides es igual al volumen del prisma.



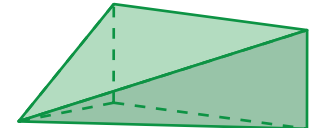
a.



b.



c.



## ¿Cuál es tu respuesta?

5. **CON TUS PROPIAS PALABRAS** ¿Cómo puedes hallar el volumen de una pirámide?
6. **STRUCTURE** Escribe una fórmula general para hallar el volumen de una pirámide.

#### Práctica

Usa lo que aprendiste sobre volúmenes de pirámides para completar los ejercicios 4 a 6 de la página 386.



## Idea clave

### Consejo de estudio

La altura de una pirámide es la distancia perpendicular desde la base hasta el vértice.

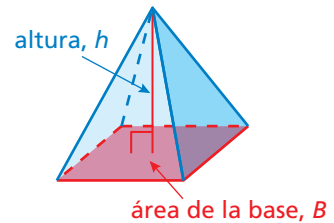
### Volumen de una pirámide

**Palabras** El volumen  $V$  de una pirámide es un tercio del producto del área de la base y la altura de la pirámide.

**Algebra**  $V = \frac{1}{3}Bh$

Área de la base

Altura de la pirámide



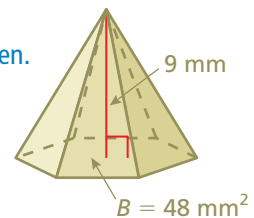
## EJEMPLO 1 Hallar el volumen de una pirámide

Halla el volumen de la pirámide.

$$V = \frac{1}{3}Bh \quad \text{Escribe la fórmula para hallar el volumen.}$$

$$= \frac{1}{3}(48)(9) \quad \text{Sustituye.}$$

$$= 144 \quad \text{Multiplica.}$$



∴ El volumen es de 144 milímetros cúbicos.

## EJEMPLO 2 Hallar el volumen de una pirámide

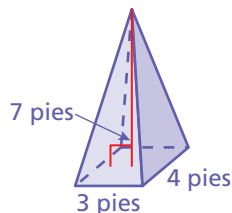
### Consejo de estudio

El área de la base de una pirámide rectangular es el producto de la longitud  $\ell$  y el ancho  $a$ .

Puedes usar la fórmula  $V = \frac{1}{3}\ell ah$  para hallar el volumen de una pirámide rectangular.

Halla el volumen de la pirámide.

a.



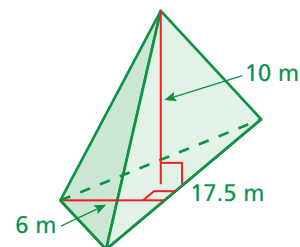
$$V = \frac{1}{3}Bh$$

$$= \frac{1}{3}(4)(3)(7)$$

$$= 28$$

∴ El volumen es de 28 pies cúbicos.

b.



$$V = \frac{1}{3}Bh$$

$$= \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)(17.5)(6)(10)$$

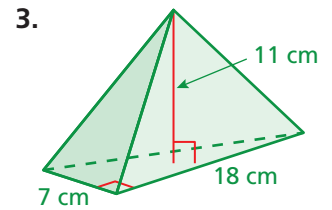
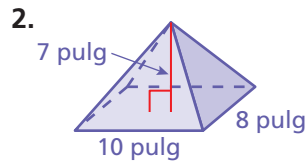
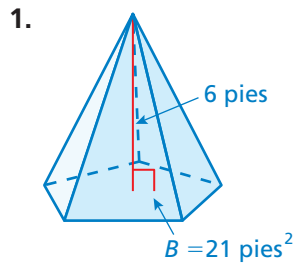
$$= 175$$

∴ El volumen es de 175 metros cúbicos.

## Por tu cuenta

Ahora estás listo  
Ejercicios 4 a 11

Halla el volumen de la pirámide.

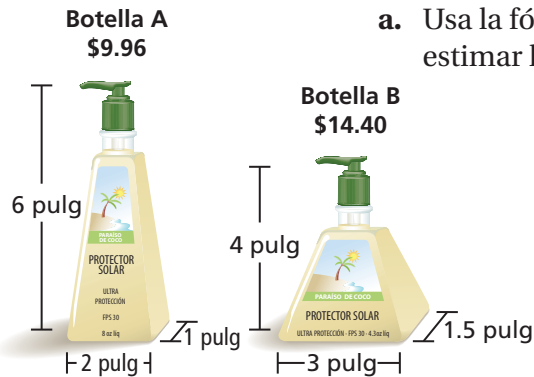


## EJEMPLO 3 Uso en la vida real

a. Aproximadamente, ¿cuántas veces más grande es el volumen del protector solar en la botella B que el volumen de la botella A?

b. ¿Cuál conviene comprar?

a. Usa la fórmula para hallar el volumen de una pirámide para estimar la cantidad de protector solar que hay en cada botella.



**Botella A**

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3}Bh \\ &= \frac{1}{3}(2)(1)(6) \\ &= 4 \text{ pulg}^3 \end{aligned}$$

**Botella B**

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3}Bh \\ &= \frac{1}{3}(3)(1.5)(4) \\ &= 6 \text{ pulg}^3 \end{aligned}$$

∴ Entonces, el volumen del protector solar en la botella B es aproximadamente  $\frac{6}{4} = 1.5$  multiplicado por el volumen de la botella A.

b. Halla el costo por unidad de cada botella.

**Botella A**

$$\begin{aligned} \frac{\text{costo}}{\text{volumen}} &= \frac{\$9.96}{4 \text{ pulg}^3} \\ &= \frac{\$2.49}{1 \text{ pulg}^3} \end{aligned}$$

**Botella B**

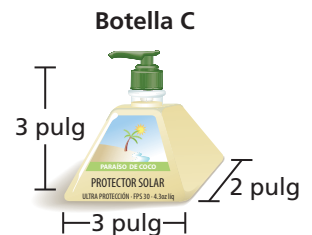
$$\begin{aligned} \frac{\text{costo}}{\text{volumen}} &= \frac{\$14.40}{6 \text{ pulg}^3} \\ &= \frac{\$2.40}{1 \text{ pulg}^3} \end{aligned}$$

∴ El costo por unidad de la botella B es menor que el costo por unidad de la botella A. Entonces, conviene comprar la botella B.

Ahora estás listo  
Ejercicio 16

## Por tu cuenta

4. La botella C está en oferta por \$13.20. ¿Conviene comprar la botella C que la botella B del ejemplo 3? Explica.





## Verificación de vocabulario y conceptos

- ESCRIBIR** ¿En qué se diferencian la fórmula para hallar el volumen de una pirámide de la fórmula para hallar el volumen de un prisma?
- FINAL ABIERTO** Describe una situación de la vida real donde se halle el volumen de una pirámide.
- RAZONAR** Una pirámide triangular y un prisma triangular tienen la misma base y altura. ¿Cuántas veces más grande es el volumen del prisma que el volumen de la pirámide?

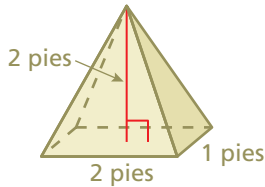


## Práctica y resolución de problemas

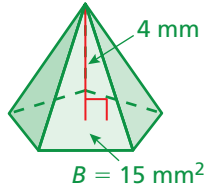
Halla el volumen de la pirámide.

1 2

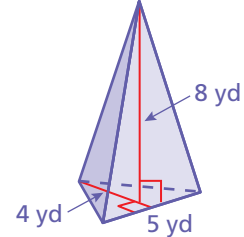
4.



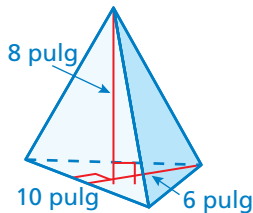
5.



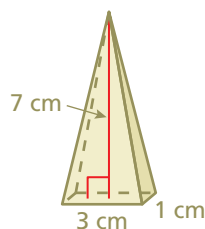
6.



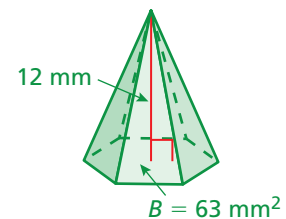
7.



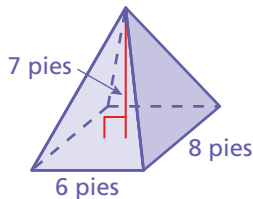
8.



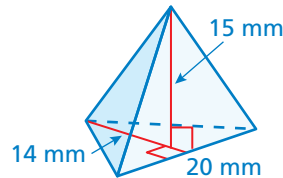
9.



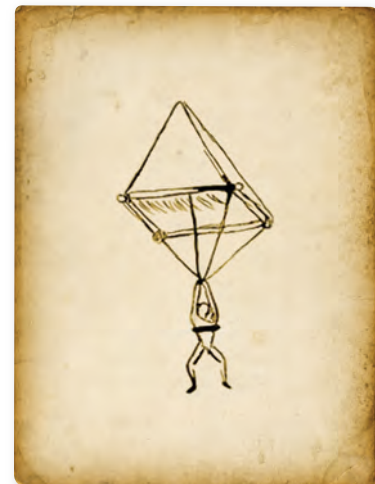
10.



11.

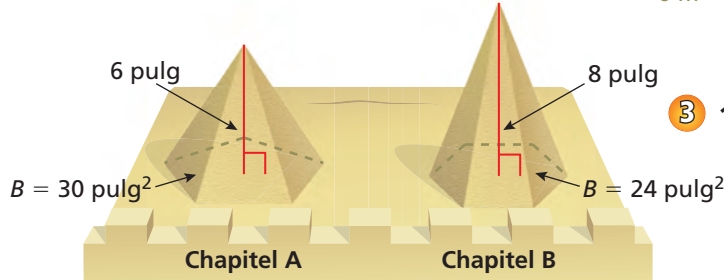
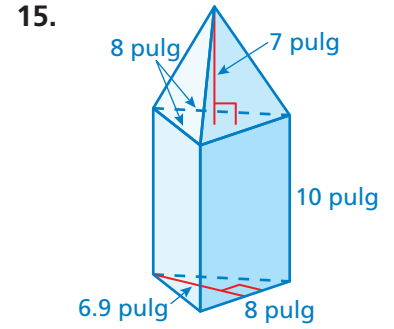
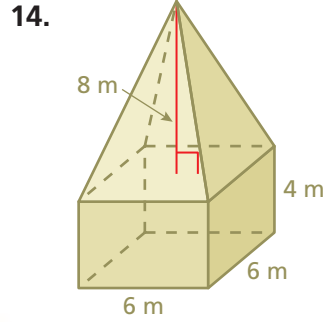
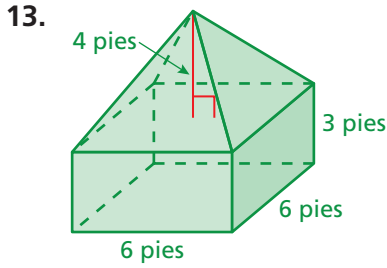


- PARACAÍDAS** En 1483, Leonardo da Vinci diseñó un paracaídas. Se cree que fue el primer diseño de paracaídas de la historia. En un cuaderno, él escribió: "Si se da a un hombre una tela de lino engomada con una longitud de 12 yardas de cada lado y 12 yardas de altura, él podrá saltar de grandes alturas sin lastimarse". Halla el volumen del aire contenido dentro del paracaídas de Leonardo.



Dibujo no hecho a escala

Halla el volumen del cuerpo geométrico compuesto.

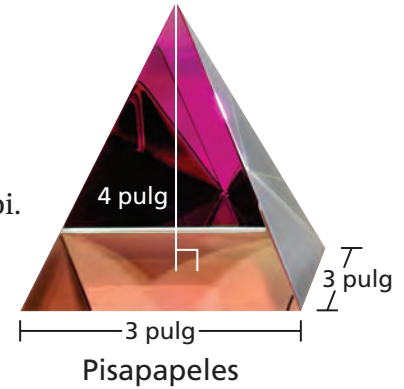


16. **CHAPITEL** ¿Cuál chapitel del castillo de arena tiene un mayor volumen? ¿Cuánta más arena necesitas para hacer el chapitel con mayor volumen?

17. **PISAPAPELES** ¿Qué cantidad de vidrio se necesita para fabricar 1000 pisapapeles? Explica tu razonamiento.

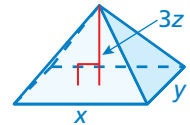
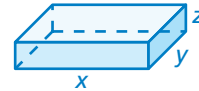
18. **RESOLVER PROBLEMAS** Usa la foto del tipi.

- ¿Qué forma tiene la base? ¿Cómo lo sabes?
- La altura del tipi es de aproximadamente 10 pies. Estima el volumen del tipi.



19. **FINAL ABIERTO** Una pirámide tiene un volumen de 40 pies cúbicos y una altura de 6 pies. Halla uno de los posibles conjuntos de dimensiones de la base rectangular.

20. **Razonar** ¿Tienen el mismo volumen los dos cuerpos geométricos? Explica.



**Repaso del juego justo** Lo que aprendiste en grados y lecciones anteriores

Para la medida de un ángulo dada, halla la medida de un ángulo suplementario y la medida de un ángulo complementario, si es posible. (Sección 7.2)

21.  $27^\circ$

22.  $82^\circ$

23.  $120^\circ$

24. **OPCIÓN MÚLTIPLE** La circunferencia de un círculo mide 44 pulgadas. ¿Qué estimación es más cercana al área del círculo? (Sección 8.3)

(A)  $7 \text{ pulg}^2$

(B)  $14 \text{ pulg}^2$

(C)  $154 \text{ pulg}^2$

(D)  $484 \text{ pulg}^2$

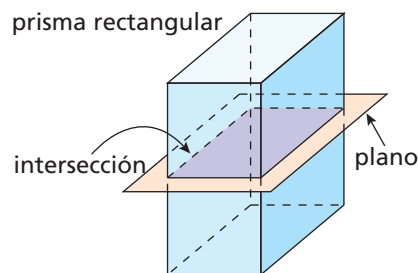
# Extensión 9.5 Cortes transversales de figuras tridimensionales

Compruébalo  
Guías de la lección  
BigIdeasMath.com

## Vocabulario clave

corte transversal,  
pág. 388

Considera un plano que “rebana” a un cuerpo geométrico. La intersección del plano y el cuerpo geométrico es una forma bidimensional llamada **corte transversal**. Por ejemplo, en el diagrama, se muestra que la intersección del plano y el prisma rectangular es un rectángulo.



## EJEMPLO 1 Describir la intersección de un plano y un cuerpo geométrico

Describe la intersección del plano y el cuerpo geométrico.

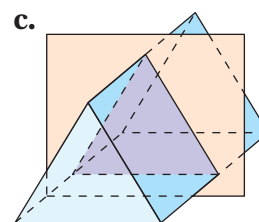
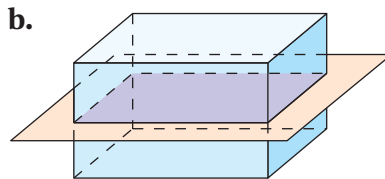
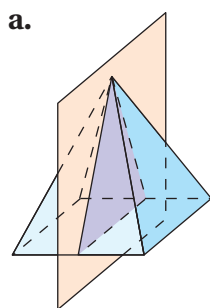


### Geometría

En esta extensión, tú

- describirás las intersecciones de planos y cuerpos geométricos.

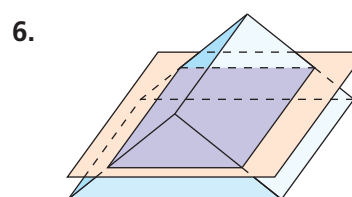
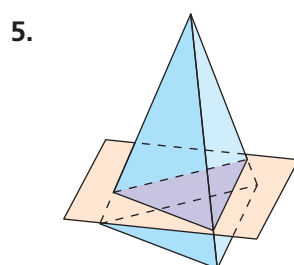
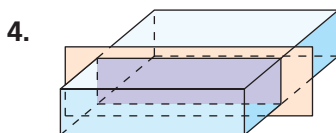
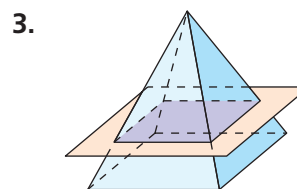
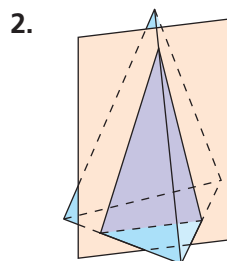
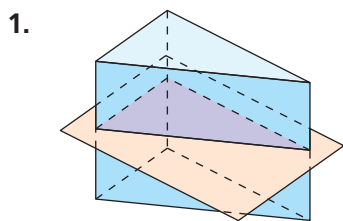
Estándar de aprendizaje 7.G.3



- La intersección es un triángulo.
- La intersección es un rectángulo.
- La intersección es un triángulo.

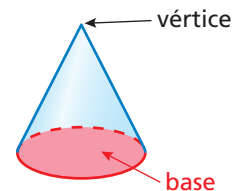
## Práctica

Describe la intersección del plano y el cuerpo geométrico.



- RAZONAR** Un plano que interseca a un prisma es paralelo a las bases del prisma. Describe la intersección del plano y el prisma.

En el ejemplo 1, se muestra cómo un plano interseca a un poliedro. Ahora considera la intersección de un plano y un cuerpo geométrico con una superficie curva, como un cilindro o un cono. Como se muestra, un *cono* es un cuerpo geométrico que tiene una base circular y un vértice.



## EJEMPLO 2 Describir la intersección de un plano y un cuerpo geométrico

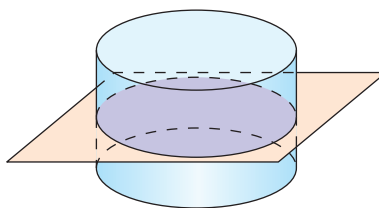
### Práctica matemática 1

#### Analizar suposiciones

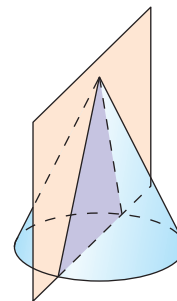
¿Qué cuerpo geométrico se muestra? ¿Qué intentas hallar? Explica.

Describe la intersección del plano y el cuerpo geométrico.

a.



b.

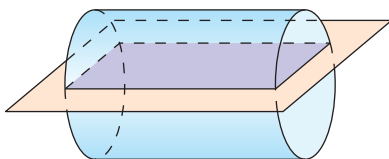


- La intersección es un círculo.
- La intersección es un triángulo.

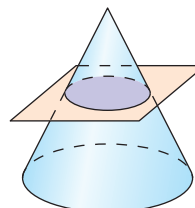
## Práctica

Describe la intersección del plano y el cuerpo geométrico.

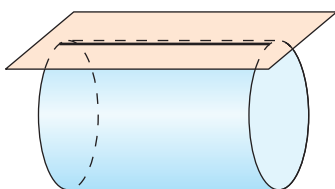
8.



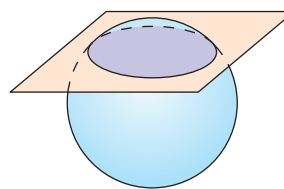
9.



10.



11.



Describe qué forma se crea cuando se cortan los siguientes alimentos.

12.



13.

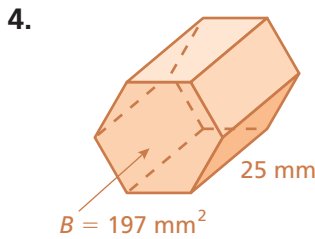
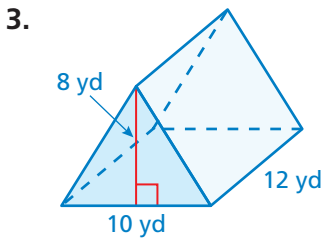
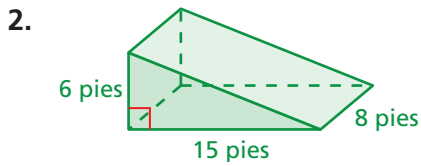
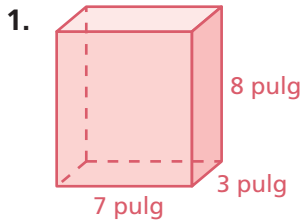


14.

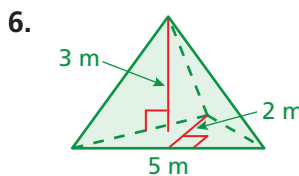
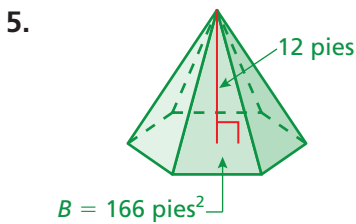


15. **RAZONAR** Explica cómo un plano puede ser paralelo a la base de un cono e intersectar el cono exactamente en un punto.

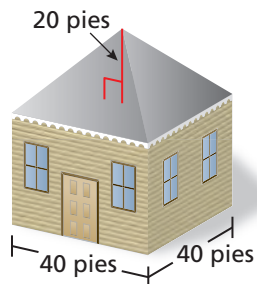
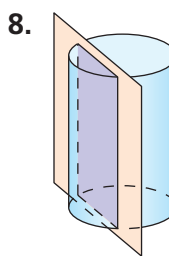
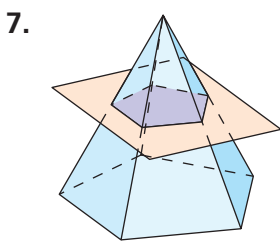
Halla el volumen del prisma. (Sección 9.4)



Halla el volumen del cuerpo geométrico. Si es necesario, redondea tu respuesta a la décima más cercana (Sección 9.5)



Describe la intersección del plano y el cuerpo geométrico. (Sección 9.5)



9. **TECHO** Un techo piramidal a cuatro aguas es una buena opción para una casa en una zona de huracanes. ¿Cuál es el volumen del techo a la décima más cercana? (Sección 9.5)

10. **UNIDADES CÚBICAS** ¿Cuántos pies cúbicos hay en una yarda cúbica? Usa un bosquejo para explicar tu razonamiento. (Sección 9.4)

## Vocabulario clave de repaso

área de superficie lateral, pág. 358  
pirámide regular, pág. 364

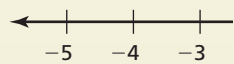
altura inclinada, pág. 364  
corte transversal, pág. 388

## Ejemplos y ejercicios de repaso

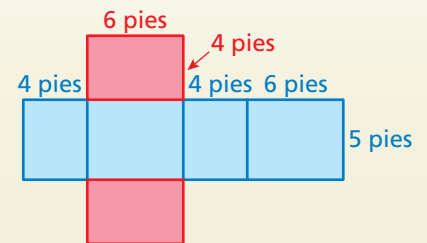
### 9.1 Áreas de superficie de prismas (págs. 354 a 361)

Halla el área de superficie del prisma.

Dibuja una plantilla.



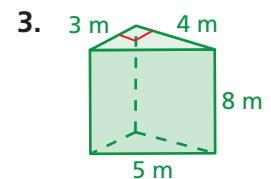
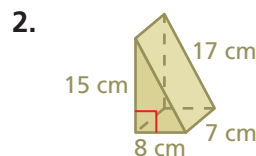
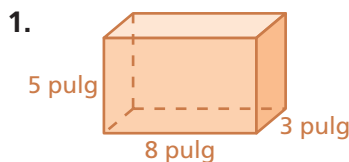
$$\begin{aligned} S &= 2lw + 2lh + 2wh \\ &= 2(6)(4) + 2(6)(5) + 2(4)(5) \\ &= 48 + 60 + 40 \\ &= 148 \end{aligned}$$



∴ El área de superficie es de 148 pies cuadrados.

### Ejercicios

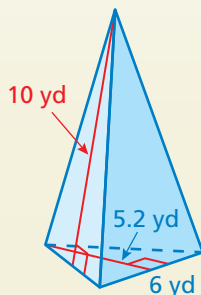
Halla el área de superficie del prisma.



### 9.2 Áreas de superficie de pirámides (págs. 362 a 367)

Halla el área de superficie de la pirámide regular.

Dibuja una plantilla.



Área de la base

$$\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 5.2 = 15.6$$

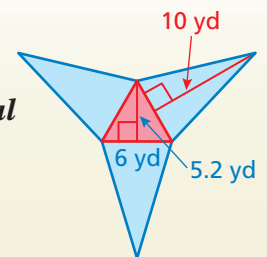
Área de una cara lateral

$$\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 10 = 30$$

Halla la suma de las áreas de la base y las tres caras laterales.

$$\begin{aligned} S &= 15.6 + 30 + 30 \\ &= 105.6 \end{aligned}$$

Hay 3 caras laterales idénticas.  
Cuenta el área 3 veces.

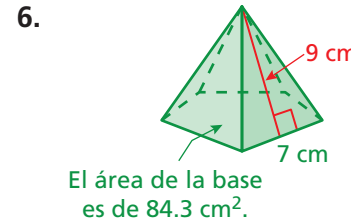
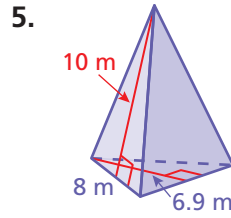
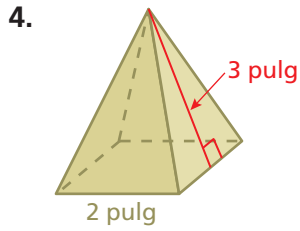


∴ El área de superficie es de 105.6 yardas cuadradas.



## Ejercicios

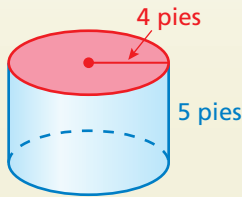
Halla el área de superficie de la pirámide regular.



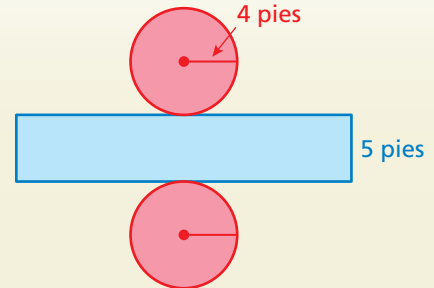
## 9.3 Áreas de superficie de cilindros (págs. 368 a 373)

Halla el área de superficie del cilindro. Redondea tu respuesta a la décima más cercana.

Dibuja una plantilla.



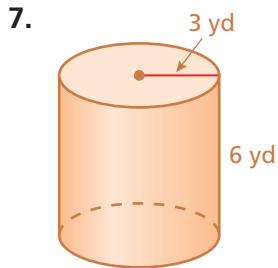
$$\begin{aligned} S &= 2\pi r^2 + 2\pi r h \\ &= 2\pi(4)^2 + 2\pi(4)(5) \\ &= 32\pi + 40\pi \\ &= 72\pi \approx 226.1 \end{aligned}$$



El área de superficie es de aproximadamente 226.1 milímetros cuadrados.

## Ejercicios

Halla el área de superficie del cilindro. Redondea tu respuesta a la décima más cercana.



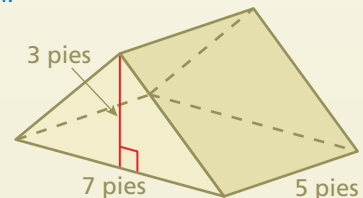
9. **NARANJAS** Halla el área de superficie lateral de la lata de mandarinas.

## 9.4 Volúmenes de prismas (págs. 376 a 381)

Halla el volumen del prisma.

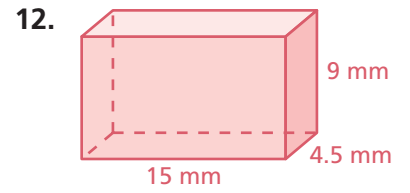
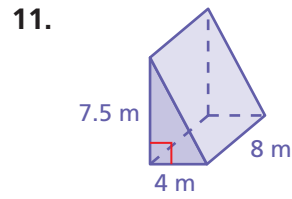
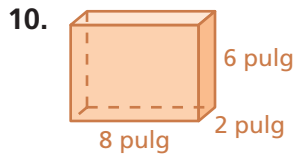
$$\begin{aligned} V &= Bh && \text{Escribe la fórmula para hallar el volumen.} \\ &= \frac{1}{2}(7)(3) \cdot 5 && \text{Sustituye.} \\ &= 52.5 && \text{Multiplica.} \end{aligned}$$

El volumen es de 52.5 pies cúbicos.



## Ejercicios

Halla el volumen del prisma.



## 9.5 Volúmenes de pirámides (págs. 382 a 389)

a. Halla el volumen de la pirámide.

$$V = \frac{1}{3}Bh$$

Escribe la fórmula para hallar el volumen.

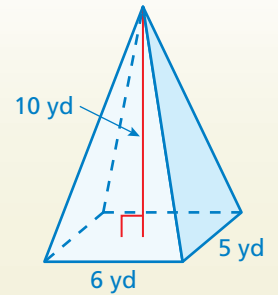
$$= \frac{1}{3}(6)(5)(10)$$

Sustituye.

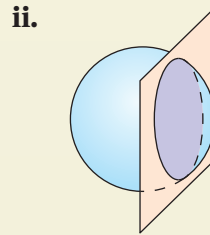
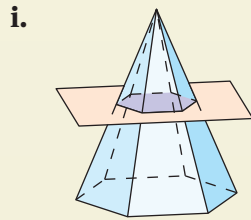
$$= 100$$

Multiplica.

∴ El volumen es de 100 yardas cúbicas.



b. Describe la intersección del plano y el cuerpo geométrico.

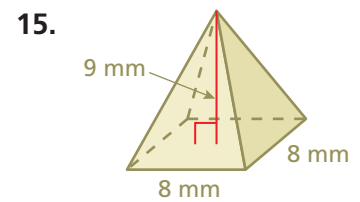
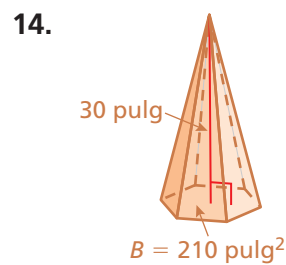
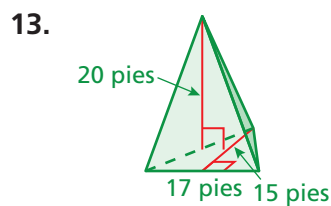


La intersección es un hexágono.

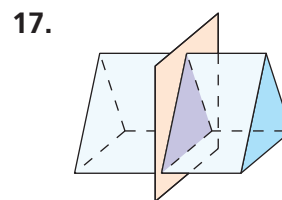
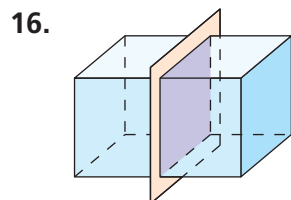
La intersección es un círculo.

## Ejercicios

Halla el volumen de la pirámide.



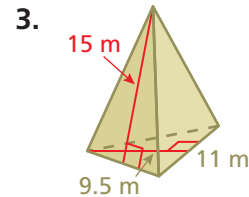
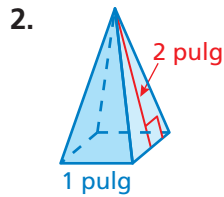
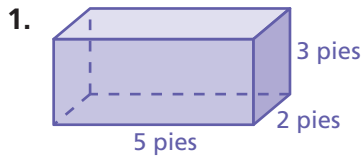
Describe la intersección del plano y el cuerpo geométrico.



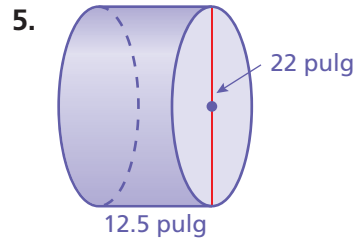
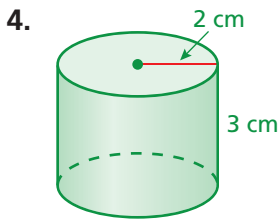
# 9 Prueba del capítulo



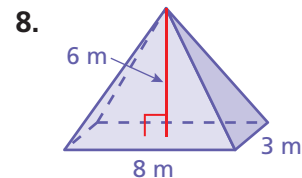
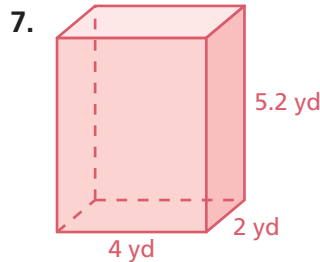
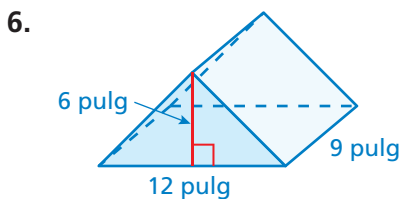
Halla el área de superficie del prisma o de la pirámide regular.



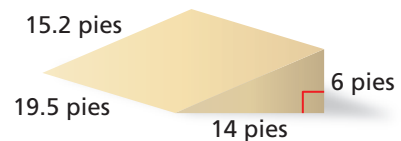
Halla el área de superficie del cilindro. Redondea tu respuesta a la décima más cercana.



Halla el volumen del cuerpo geométrico.



9. **RAMPA PARA PATINETAS** Un cuarto de pintura cubre 80 pies cuadrados. ¿Cuántos cuartos deberías comprar para pintar la rampa con dos manos de pintura? (Supón que no pintarás la parte inferior de la rampa).



$h = 9$  pulg

$l = 6$  pulg  $w = 2$  pulg

10. **GALLETAS GRAHAM** Un fabricante quiere duplicar el volumen de la caja de galletas Graham. El fabricante duplicará la altura o duplicará el ancho.
- ¿Con cuál opción se usa menos cartón? Justifica tu respuesta.
  - ¿Cuál es el volumen de la nueva caja de galletas Graham?

11. **SOPA** La etiqueta en la lata de sopa cubre aproximadamente 354.2 centímetros cuadrados. ¿Cuál es la altura de la lata? Redondea tu respuesta al número entero más cercano.



# 9 Evaluación de estándares

1. A continuación, se muestra una caja de regalo y sus dimensiones.



¿Cuál es la menor cantidad de papel de regalo que podrías haber usado para envolver la caja? (7.G.6)

- A. 20 pulg<sup>2</sup>                      C. 64 pulg<sup>2</sup>  
 B. 56 pulg<sup>2</sup>                      D. 112 pulg<sup>2</sup>

2. Una estudiante obtuvo una calificación de 600 la primera vez que rindió la sección de matemáticas del examen de admisión a la universidad. La próxima vez que rindió el examen, obtuvo 660. ¿Qué porcentaje de aumento representa su segunda calificación sobre su primera calificación? (7.RP.3)

- F. 9.1%    H. 39.6%  
 G. 10%    I. 60%

3. Raj resolvió la proporción que está en el siguiente recuadro.

$$\frac{3}{8} = \frac{x-3}{24}$$

$$3 \cdot 24 = (x-3) \cdot 8$$

$$72 = x - 24$$

$$96 = x$$

¿Qué debería hacer Raj para corregir el error que cometió? (7.RP.2c)

- A. Igualar el producto de los numeradores con el producto de los denominadores.  
 B. Distribuir 8 para obtener  $8x - 24$ .  
 C. Sumar 3 a cada lado para obtener  $\frac{3}{8} + 3 = \frac{x}{24}$ .  
 D. Dividir ambos lados entre 24 para obtener  $\frac{3}{8} \div 24 = x - 3$ .

**Estrategia para rendir pruebas**  
**Después de responder las preguntas fáciles, relájate**

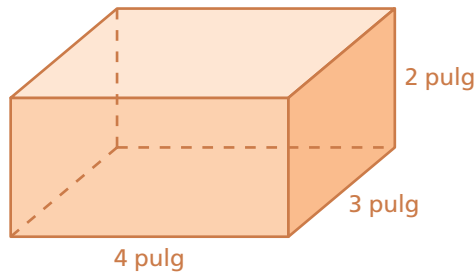
Halla el área de superficie.  
 (A) 10 pies      (C) 10 pies<sup>2</sup>  
 (B) 10 pies<sup>3</sup>    (D) 2 pies<sup>3</sup>

¡Bien! Ni siquiera usé una fórmula.

**“Después de responder las preguntas fáciles, relájate y prueba con las más difíciles. Por ésta, sabes que el área se mide en unidades cuadradas”.**



8. A continuación, se muestra un prisma rectangular y sus dimensiones.

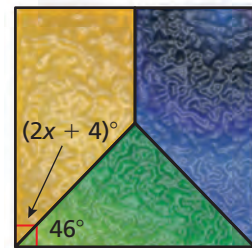


Cuál es el volumen, en pulgadas cúbicas de un prisma rectangular cuyas dimensiones sean tres veces mayor? (7.G.6)

9. ¿Cuál es el valor de  $x$ ? (7.G.5)

- A. 20  
B. 43

- C. 44  
D. 65



10. ¿Cuál de las siguientes opciones podrían ser las medidas de los ángulos de un triángulo? (7.G.5)

- F.  $60^\circ, 50^\circ, 20^\circ$   
G.  $40^\circ, 80^\circ, 90^\circ$

- H.  $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$   
I.  $0^\circ, 90^\circ, 90^\circ$

11. En la siguiente tabla, se muestran los costos de comprar boletos de cine para la matiné. (7.RP.2b)



Boletos de cine para la matiné, $x$	2	3	4	5
Costo, $y$	\$9	\$13.50	\$18	\$22.50

Parte A Haz una gráfica de los datos.

Parte B Halla e interpreta la pendiente de la recta que pasa por los puntos.

Parte C ¿Cuánto cuesta comprar 8 boletos de cine para la matiné?